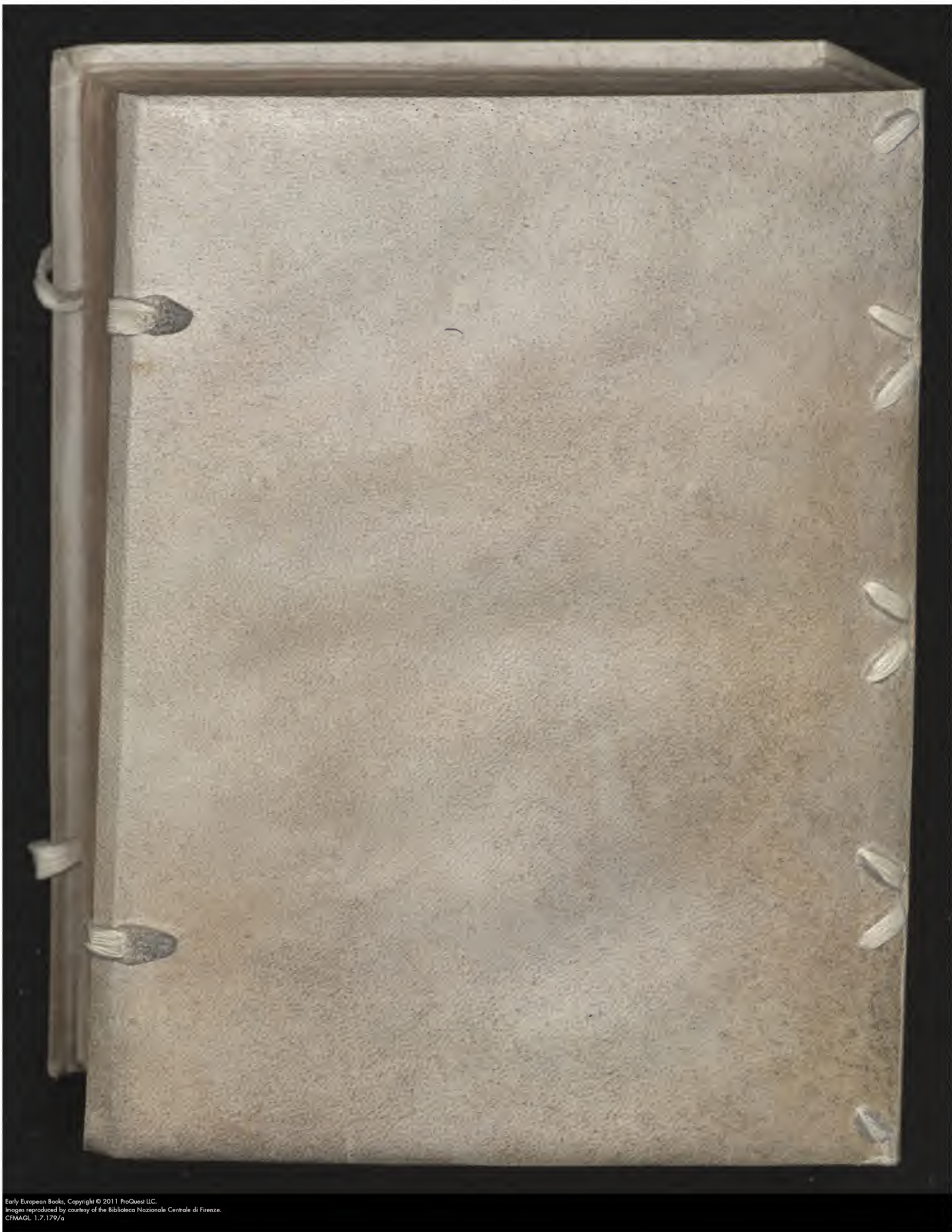


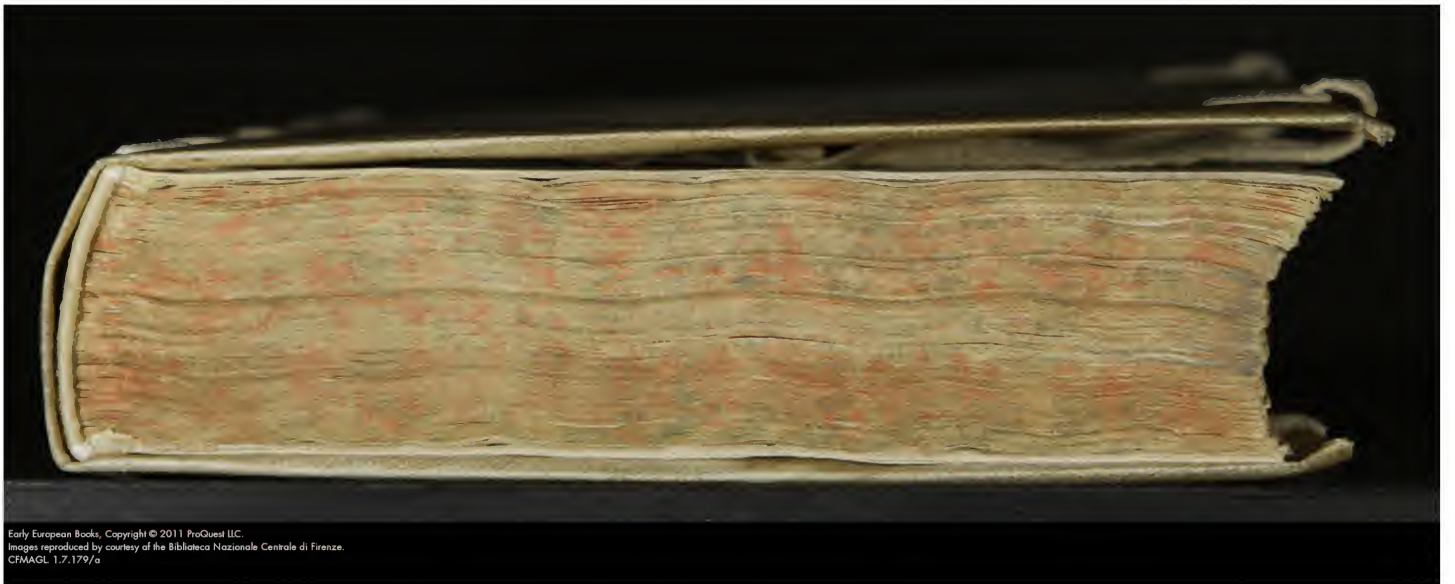


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CIVICOL 1.7.179/a

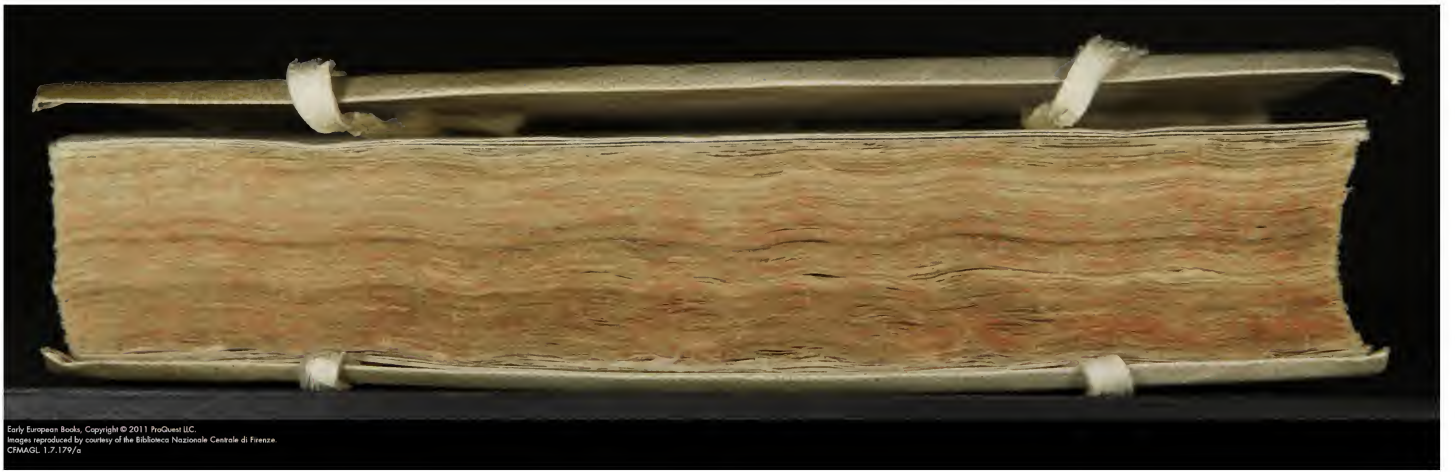




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.179/a



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.179/a



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CINACOL 1.7.172/c.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM, LIBRI VNVS ET TRIGINTA.



BASILEAE, PER EVSEBIUM EPISCOPIVM,
& Nicolai Fratris heredes.
ANNO M. D. LXIX.

ARGUMENTUM SCHOLARUM MATHEMATICARUM.

Tres primi libri continent proœmium mathematicum, id est exhortationem ad mathematicas artes ad Catharinam Medicam, reginam, matrem regis.

Duo proximi disputant præcipua quedam capita Arithmetica.

Reliqui ex ordine differunt de quindecim libris euclidæ σοιχεωσις.

185

DIPLOMA CAROLI NONI
DE REGIORVM PROFESSORVM
institutione.

CAROLVS DEI GRATIA REX FRANCIAE
omnibus hoc Diploma lecturis S.

FRANCISCVS rex illustrissimus, dominus atq;
noster literas & literatos adeo coluit, ut omnium linguarum
ac scientiarum professores regio stipendio in academia parisiensi
instituerit: eaque institutio successus tam secundos ac felices
habuit, ut ex Europa uniuersa doctissimi homines ad regias professiones
optati, summum fructum ediderint, indeque infinitus numerus erudito-
rum virorum prodierit ad amplitudinem arti nostri per uniuersum ter-
rarum orbem testificandum, quod ab illustrissimo domino & patre nostro
Henrico conseruatum & continuatum est: nosq; eade voluntate ac mente
fueramus, cum in demortui professoris locum designassemus professorem qui
pro apto idoneoque nobis insinuat^{us} esset. Verum P. Ramus nobis charissi-
mus decanus professorum nostrorum animaduertit a nobis contra animi
nostri sententiam designatum esse professorem, nullo doctrinae nomine, nul-
la eruditionis fama notum, imo cum ad praelegendum accessisset, auditorio
perridiculum. Itaq; nostram parisiensem curiam, de fraude, quae reipub. fie-
ret, edocuit, & rogauit ut is, qui se factum professorem diceret, examina-
retur: quod a senatu decretum, nobis quoq; ratum ac probatum est. Quam-
obrem ut in posterum dignitas professionum regiarum, doctissimis tantum
maximeq; idoneis mandetur, de consilii nostri sententia, deliberatione cer-
ta, mera ac regia auctoritate vacationem regia professionis, cuiuscunque
vel linguae vel scientiae, per omnes celebres academias scholasque promul-
gari, omnesq; qui praelectionem & disputationem a decano & reliquis pro-
fesso-

ffessoribus propositam subire voluerint, ad examen admitti volumus, & mandamus, ut ex omnibus qui prælegerint, disputarint, de quibus á decano; & professoribus reliquis renuntiatum nobis fuerit, potestas nobis sit optandi legitimeque designandi probatum maximè, maximeque idoneum: absque præiudicio tamen iudicii in curia nostra jam facti, quod ad eum attinet, in quem examen decretum sit. Itaque mandamus cbaris & fidelibus nostris senatoribus parisiensibus, præfecto præfecti-ve legato privilegiorum conservatori parisiensis academ.æ, ut nostrum diploma legèdum, publicandum, in publicas tabulas referendum, atq; observandum curent, nec ullo modo violari patiantur. Sic enim placitum nobis est, quæcunque contra diplomata intercesserint. In cuius rei fidem, diploma ipsum sigillo nostro obsignatum curavimus. Gergobinæ Bojorum, 7. Maii, anno 1566. & regni nostri 6.

Ex mandato regis, in regio consilio, ita signatum.

Albospineus.

SENATUS AUTHORITY AD REGIS
Diploma.

Secundo April. cum Antonius Loefelus pro decano & collegio regionum professorum postulasset á Senatu, ut diploma recitaretur, publicaretur, in tabulas publicas referretur: idque in tergo diplomatis testatum haberetur, Baptista Manilius regius orator pro generali procuratore regis consensit, & requisivit, ut ita fieret: tumque Christophorus Tuteus princeps Senatus, in diplomatis gratulationem pronuntiavit hos Juvenalis versus,

Et spes & ratio studiorum in Cæsare tantum:
Solut enim tristes hac tempestate camœnas.
Respexit. —

S. C. itaque laudante atque approbante senatu factum est, ut in tergo diplomatis adscriberetur, lectum, publicatum, in tabulas publicas relatum, audito, consentiente & requirente generali procuratore regis. Atque ita factum signatumque.

TILLETVS.

PRAEFAT.

PRAEFATIO IN TRES PRI-

MOS LIBROS AD CATHARINAM MEDICEAM, Reginam, matrem Regis.



MPETRAVIMUS, Catharina Medicea, regium hoc diploma de examinandis & nominandis regi professoribus, Ioanne Monlucio Valentinorum episcopo Blesis primū suadente: deinde Othone Castellonio cardinale palām ad regium consilium apud Gergobianam Bojorum referente, sed te in primis approbante: cuius gratiam non solum quia maxima est omnium, quas adhuc a regibus suis regii professores consecuti essent, sed quia ad omnes populos nationesque pertineret, per orbem terrarum denuntiandam, divulgandam, publicandam iudicavi, ut omnes docti homines, quacunque e gente orti, intelligerent; regias academiarum nostrarum professiones sibi communes esse, unaque perspicerent, quam studiosum virtutis & doctrinae regem nobis informares. Sed quoniam ingenui est animi, inquit orator, cui multum debeas, eidem plurimum velle debere, attende quid abs te regii professores praeterea non postulent modō, sed propē jam expectent. Mediceorum domus publicum omni doctrinae liberali hospitium Florentiae fuit, & Cosmus Mediceus, Magnus propterea cognominatus est. Hic enim Chrysoloras primus graecas literas tota Europa latina multis jam seculis inter mortuas excitavit, unde Lutetiam a Tifernate Chrysolorae discipulo protinus, indeque in omnes Europae regiones delatae sunt. Hic Argyropylus graecae Aristotelis philosophiam docuit, & e graeco in latinum conversam, Cosmo nuncupavit; Hic Ficinus Platonem etiam latine loquentem fecit, fructumque cosmianae liberalitatis singularem tulit, donatus elegante villa Careggio Cosmi vicina, ubi liberius philosopharetur: Hic denique graeci philosophi

Iosopli omnes, relicta Græcia in Italiam ad Cosmum hospitem profecti, interprete Ambrosio latinis cogniti sunt: Et quidem quo libentius docti cuiusque doctrinæ homines Florentinam Cosmi academiam frequentarent, cœnobium sancti Marci magnificè à Cosmo ædificatum est, in eoque bibliotheca exornata libris omnium generum. Sed Laurentius Medicus Cosmi nepos, avum etiam magnificentia vicit. Scholas duas, alteram Florentiæ, alteram Pisis fundavit, Chalcondylam, Vespucium, Landinum, Politianum, Baptistam Mantuanum, Lascarim, Marullum, Accursium magnificentiæ suæ præcones habuit: Lascarim etiam per universa barbarorum imperia dimisit ad raros antiquorum authorum libros exquirendum. Itaque Græcia, Ægypto, Syria, etiam voluntate permissuque Sultanorum, Laurentii studio faventium, conquisiti undique magni sumptu libri, & Florentiam comportati. tumque fama fuit græcos, imperio quidem à turcis, sed bonis artibus atque antiquis authoribus à Laurentio spoliatos esse. Ergo florentina bibliotheca illa à Cosmo instituta, à Laurentio nō solum tabulis & signis excellentium artificum, sed tot tantisque latinorum græcorumque virorum vigiliis & monumentis ornata, publicis studiosorum desideriis, tam grandibus impensis dicata, omnes orbis bibliothecas longissimè superavit. Quid vis amplius? Christiani principes Laurentii fama commoti sunt ad doctos homines impensius colendum, ad academias omnium liberalium artium & scholas construendum, ad bibliothecas instituendum, ut Sfortia dux Mediolanensium: sed & reges, Matthias Hungariæ, Ferdinandus Arragoniæ: maximè verò omnium Franciscus Franciæ, vel hoc uno bonarum artium ac literarum amore à francis Magnus cognominatus, ut antea Cosmus à florentinis. Lascaris nempe Laurentio mortuo ad Franciscum venit, ut Tifernas antea Lutetiam venerat, regemque suapte natura audiendi

PRAEFATIO.

audiendi discendique cupidissimum, vehementius inflammavit. Interea Budæum etiam erudit, unde bibliotheca Fontis bellaquei tanto rege dignissima, unde regii professores Luteiæ instituti, id est fontes laudandarum disciplinarum aperti. Ioannes Mediceus, qui decimus Leo pontifex fuit, majorum bibliothecam discordiis civilibus afflictam restituit, & amore excellentium ingeniorum nihilo inferior fuit. Sadoletus, Bembus, Longolius meccenatis sui virtutem testificantur. Quid Cosmus Mediceus Florentiæ & Senæ dux? quid aliud adhuc egit, & bibliotheca ad fanum D. Laurentii constituta, & publicatis pandectis, & ingenuis artibus fovendis colendisque, quam ut domesticum a vitæ laudis patrimonium tueretur? Vides igitur, Catharina Medicea, quæ Mediceorum tuorum facta tibi proponam? Potentia & opibus liberaliter uti ad patriam maximis bonis complendum, fundare academias, ædificare palatia musis, doctos homines præmiis ornare, neque facinore tantum præclaro hominibus prodesse, sed exemplo principes orbis terrarum ad æmulationem incendere. Atque hæc sunt paterni generis. quid si à materna stirpe Bononiensium in Belgio commixtum cum regibus & imperatoribus sanguine conjunctorum gloria repetatur? Gotthofredus Bononiensis tria amplissima patrimonia, & suum & fratris & matris, sacræ militiæ consecravit, & sacris ideo stipendiis summo Francorum, Italorum, Germanorum consensu, Hierosolymorum regnum est adeptus: Patrias nempe regii animi virtutes Franci complectebantur: Germani suas ducebant, quod antea sub Augustorum signis illuxerant: Itali colebant, quia bello italico singulares essent experti. Quare in genere paterno sunt philosophi natura atque animo patriæ veri principes, in materno sunt heroes virtutis admiratione reges creati. In te vero cur degenerem, aut maioribus dissimilem animum interpreter? Superba palatia & tecta magnifica.

Mediæ

Mediceis tuis placuere: Tegulariæ ædes quid visum antea, vel auditum Parisiensibus ostentant: Bibliothecæ nobiles illis præ grandi pecuniâ redemptæ sunt: tu rarissimos latini græcique generis, nequedum ferè editos authores permagno numero, neque sumptu minore tibi comparasti, discendique cupidis communicari voluisti: Testem hujus laudis, præter innumerabiles alios, me quoque fecisti. Cosmus literatos coluit, Laurentius etiam literas studiose didicit: Tibi disciplinæ nobiles, sed mathematicæ in primis à tenera ætate placuerunt. Gotthofredus sanctum regnum virtute sibi comparavit. Tu singularibus naturæ adeoque & fortunæ dotibus, Christianissimo regi nupsisti, ut regum perpetuâ deinceps sobole futurorum regina mater esses. Supereft ad cumulandum Mediceam palmam, florentina musarum domus: Supereft Florentiæ & Pisis fundata academia: Supereft operis pars summa, ut mediceam, ut bononiensem famam exuscites, vicini que populi tuas laudes admirati, æmulari denique incipiant. Agedum, singulares illos animi atque ingenii tui motus, consecrandis per ædificia memoriæ tuæ monumentis, utlibet & quantumlibet admirentur alii: equidem tum demum non admirabor tantum, sed fortunatos judicabo, cum tali structuræ proprium solum invenerint. O me fidei speique bonæ plenum! Enimvero quid de gloria tua & pud te dicentem erubescere necesse est? Nego igitur solum in terris aptius esse ullum ad præclaram Catharinæ Mediceæ memoriam æternæ posteritati consecrandum, cliuo parisiensis academiciæ. Hic fundatum musarum illud palladium, despectus in omnes regiones latissimos & jucundissimos habebit. Cosmus & Laurentius in Hetruria amœnas villas habuere: in earum nulla bibliothecam condiderunt, quia agris & sylvis ista nequaquam præparantur: in mediâ patriæ luce collocarunt, ubi civibus ingenuis fructus ingenii longè gratissimus in promptu

P R A E F A T I O.

ptu esset. & de Bellaquei fontis bibliotheca, te ipsam idem mihi respondere memini. Ergo bibliothecam constituito in urbe regni, cujus regina es, urbium reliquarum principe, & in academia omnium academiarum antiquissima celeberrimaque: Hic Florentia & Pisæ abunde suppeditabunt: neque tibi Mahumete opus erit, á quo capta Constantinopoli grammatici, oratores, philosophi & Græcia expulsi in tyrrhenum litus ejiciantur. Ad sunt omnes illi, prætereaque latini & hebræi: adsunt & mathematici, qui literas omnium linguarum atque doctrinarum liberalium, stipendio profitentur: sed stipendio á mille manibus emendicatio verius, quàm á regibus donato: & quidem emendicatio ea jactura & temporis & pecuniæ, ut bona pars tum temporis, quod studiosæ juventuti pro regio stipendio tribuendum sit: tum stipendii, quod pro mercede assidui laboris professoribus regi expensum fertur, in stipendii procuracionem assumatur. Auditoria professoribus regiis Lutetiæ adhuc nulla sunt: aula, vel via potiùs eadem vicissim omnes, & quidem precario duntaxat utuntur, eaque lege, ut prætereuntibus bajulis & lotricibus, & quibuslibet interpellationum molestiis regiæ professions obnoxia sint. Professoribus ipsis domicilia mercede conducenda sunt. At privatorum gymnasiorum professoribus conditio paulo est æquior: Victus suis horis paratus, auditorium quieto loco secretum, domicilium definitum, stipendiũ etiam paulo clarioribus á gymnasiarcho, minervale omnibus á discipulo persolvitur. Illa igitur incommoda jam pridem deplorantur, & Franciscus magnus cum fortè inaudisset, opimam abbatiam præter stipendium professoribus donavit: Sed Timarchides tum nescio quis dedit operam, ne abbatia collegio addiceretur: partitus est singulis quantum placuit, partem nequaquam deteriore subsecuit sibi: at qui extinctis jam cunctis professoribus

ß

fessoribus

fessoribus illis, extinctum quoque regis beneficium est. Sed Francis magnus præclarum his malis remedium comparabat. Gymnasium loco, ædificio, vesticigali, ordine, genere professorum, discipulorum numero, sed præcipue insigni quodam gallicæ nobilitatis prytaneo, diu multumque descriptum ac meditatam penè inchoaverat. Henricum ipse audiui de patris gymnasio differentem, palamque prædicantem, sese eadem omnia etiam magnificentius præstaturum: Bella tamen & inopinæ mortes adhuc tantum bonum gallicis musis inviderunt. Quamobrem, Catharina Medicea, excita tuo uno eodemque monumento, Cosmi, Laurentii, Gotthofredi, Francis, Henrici sempiternam memoriam. Situm gymnasii in medio academix tanquam centro, quo facillimus undique est tot gymnasiis sit accessus, tibi designavi, ubi auditoria professionibus variis separentur, domicilia doctoribus & discipulis regix liberalitatis alumnis assignentur: vesticigal tantæ foundationi congruens, ærarium tuum nihil exhauriet: verbo uno, eoque omnium verborum, quæ humana voce unquam prolata sunt, iustissimo sanctissimoque: verbo, inquam, uno hæc omnia tantum tibi constabunt. Dicam tamen de impensis quod sentio, apud animum ut largissimum liberalissimumque, ita largitionis & liberalitatis fructu dignissimum. Mortales liberi mortalem, immortales immortalem gloriam memoriamque parentibus adferunt, ait Plato: nec ob humanos liberos unquam vel templa, vel sacra cuiquam facta sunt: At contra Lycurgus Lacedæmone colitur, propter leges Spartæ & universæ Græciæ servatrices: Honoratur & Athenis Solon, propter talem legum partum: Cosmo Laurentioque ab invidis multa detracta sunt: at parva est recte factis, id est immortalibus liberis gloria detrahi non potuit, quin corporibus extinctis, in intimis suorum civium pectoribus liberales erga

P R A E F A T I O.

erga patriam beneficique vivis animis perpetuo versentur. Hierosolymorum regnum jam pridem defloruit: at heroicum Gothofredi regnum in animis hominum sempiterna gloria floreat. Quid igitur substructiones illae, quas ingenti hominum fama atque admiratione ædificas, quandiu Catharinae Mediceae futurae sunt? Haeredem certe nomine, quin animo fortasse longè differentem non ita multo post accipient: Et si tua, quandiu per naturam queant, futura sint, tamen marmora muta surdaque erunt: At nostra hæc, quandiu Francorum regum statu incolumi parisiensis academia steterit, Catharinae Mediceae & erunt & appellabuntur, beneficentiamque gratissimis animis præferent, omnibusque linguis & literis apud omnes populos in æternum prædicabunt, & quidem præconiis longius latiusque resonantibus, quam vix credi possit. Etenim operæpretium sit Plinii sententiam cum præsentis argumento comparare. Serrani, inquit, Cincinnatique temporibus, annonæ utilitas Romæ summa fuit. Quænam ergo tantæ ubertatis causa erat? Ipsorum tunc manibus imperatorum colebantur agri, ut fas est credere, gaudente terra vomere laureato & triumphali aratore: sive illi eadem cura semina tractabant, qua bella: eademque diligentia arva disponebant, qua castra: sive honestis manibus omnia letius proveniunt, quoniam & curiosius fiunt. Hæc ille non minus verè, quam splendide. At quorsum, inquires? Floruerunt, inquam, bonæ artes ac literæ Florentiæ & Lutetiæ, majoremque doctorum hominum & operum proventum seculo uno vidimus, quam totis antea quatuordecim seculis majores nostri viderant. Laureati nempe vomeres Cosmorum & Laurentiorum in Italia: triumphales aratores Francisci, Henrici, Caroli in Gallia, illos ingeniorum proventus, illas doctrinarum fruges, illa musarum adorea conduplicarunt, Ecquæ igitur fecunditate & copiâ non speremus, si spes

β 2 Italiae,

P. RAMI PRAEFATIO.

Italia, si spes Galliae cōjungantur: quos praecones, quibus vocibus, quam alte Medicea gloriā personantibus, futuros arbitramur? Literae latinae, graecae, hebraicae, philosophia tota, quae putatur, laetissimo fructu animos hominum impleverunt. En etiā mathemata, qui pro una regia parisiensis academiae mathematica professione (quam caeca improborum hominum turpisque cupiditas opprimere contendit) mille (ut bona spes est) mathematicas professiones tota Gallia primum, deinde Europa reliqua excitabunt. Denique disciplinae omnes uno variorum sonorum concentu, sempiternam beneficentiae tuae laudem concinere gestiunt. Hanc itaque vitam, Catharina Medicea, hanc memoriam, hanc posteritatis aeternitatem complectere animo, per deum immortalem, tota-
tāque mente meditare.

INDEX IN TRES PRIMOS SCHOLARUM mathematicarum libros.

| | |
|------------------------------------------------------------|-------------------------|
| D isciplinæ æternæ & earum in mathemat. Aristoteles | 21 |
| is periodi quatuor p1 Theophrastus | 22 |
| Mathematicum prima periodus chaldaea Eudemus | 22 |
| ab Adamo ad Abrahamum 2 & 3 Aristaeus | 23 |
| Periodus secunda in Aegyptiis 4 Aristarchus | 23 |
| Periodus tertia in Græcis à Thalete ad Theonẽ, Euclides | 23.24 |
| ubi & latina periodus comprehenditur 5, Eratosthenes | 24.25 |
| & deinceps. Archimedes | 26.27.28.29.30.31.32.33 |
| Thales 5 Hipparchus | 33 |
| Ameristius 6 Apollonius | 33 |
| Pythagoras 6 & 7 Acneas | 33 |
| Anaxagoras 8 Amphinomus | 34 |
| Oenopides 8 Ctesibius | 34.35 |
| Zenodotus 8 Hero | 35 |
| Hippocrates 9 & 10 Geminus | 35 |
| Briso 10 Perseus | 35 |
| Antipho 11 Philolaus | 36 |
| Democritus 11 Plotinus | 36 |
| Theodorus 11 Porphyrius | 36 |
| Plato 12.13 Plutarchus | 36 |
| Elisabetha regina Angliæ 14 Posidonius | 36 |
| Maria regina Scotiæ 15 Menelaus | 36 |
| Iacobus Steuardus comes Moraviae 15 Sofigenes | 36 |
| Leodamas 15 Ptolemaeus | 36 |
| Archytas 15 & 16 Pappus | 36 & 37 |
| Theætetus 17 Philo | 36 |
| Neoclides 17 Nicomedes | 36 |
| Leo 17 Sporus | 36 |
| Eudoxus 17 & 18 Diophantus | 37 |
| Amyclas 19 Nicomachus | 37 |
| Dinostratus 19 Serenus | 37 |
| Menechmus 19 Proclus Diadochus | 37 |
| Theudius 19 Proclus mechanicus | 37 |
| Helicon 19 Priscus | 37 |
| Hermotimus 20 Diognetus | 37.38 |
| Philippus 20 Theon | 39.40 |
| Xenocrates 21 | |

INDEX IN SECUNDVM LIBRVM.

| | |
|-----------------------------------------|---------------------------------------|
| Mathematicis inutilitas & obscuritas 41 | Mathesis & fundamentum philosophiæ 41 |
| | β 3. Logica |

| | | | |
|-----------------------------------------|-----------|--------------------------------------|-------|
| Logica instrumentum faciendae artis | 42 | Tagantius | 66 |
| Mathemata quibus inutilia videantur | 42.43 | Nabodus | 66 |
| Mathematici utilitas à Proclo descripta | 43.44 | Herlinus | 66 |
| Utilitas ad contemplandum | 44 | Engelardus | 66 |
| In Musicis | 46 | Rheticus | 66 |
| In Opticis | 46 | Homilius | 66 |
| In Physicis Platonis | 46 | Volfius | 66 |
| In Physicis Aristotelis | 45.47.48 | Sanibecus | 66 |
| In Astrologia | 49.50 | Stadius | 66 |
| In Medicina | 50 | Siderocrates | 67 |
| In Ethicis & Politicis | 51 | Leovitus | 67.68 |
| In Theologia | 51.52 | Dasypodius | 67 |
| Mathematicum utilitas ad agendum | 52.53.54 | Tigurina Schola | 67 |
| Arithmetice utilitas ad agendum | 54.55.56 | Gulielmus Lantgravius Hessiae | 67 |
| In geodesia | 57.58 | Augustus dux Saxoniae | 67.70 |
| In mechanicis & rotunda figura | 58.59.60. | Maximilianus imperator | 68 |
| 61.62 | | Carolus archidux Austriae | 68 |
| In fodinis | 62 | Matthias rex Hungariae | 68 |
| In re militari | 63.64 | Ioannes electus rex Hungariae | 68 |
| In re typographica | 64 | Virdungus | 68 |
| In Nautica | 64 | Curio | 68 |
| Maximilianus imperator | 65 | Morshemius | 68 |
| Regiomontanus | 65 | Grynæus | 68 |
| Noriberga | 65 | Comes palatinus | 68 |
| Melanchthion | 66 | Xylander | 68 |
| Milichius | 66 | Christophorus palatinus | 68 |
| Rheinoldus | 66 | Christianus rex Daniae | 69 |
| Peucerus | 66 | Ericus rex Sueciae | 69 |
| Gemma | 66 | Cesar Moscovitarum | 69 |
| Appianus | 66 | Cesar Turcarum | 69.70 |
| Siofsterus | 66 | Camerarius | 71 |
| Scheubelius | 66 | Sturmius | 71 |
| Monsterus | 66 | Artium liberalium & legum reformatio | 71. |
| Vurstisius | 66 | 72.73 | |
| Oswaldus | 66 | | |

INDEX IN LIBRVM TERTIVM.

| | | | |
|-------------------------------------------|-------------|----------------------------------|----|
| Mathematicum obscuritas | 75.76 | Mathesis caret errore falsitatis | 82 |
| P.Rami studium, & propterea periculum | 77. | Matheseos origo | 82 |
| 78 | | Matheseos nomen unde | 83 |
| Mathematicum obscuritas unde examinanda & | | Mathesis e quo genere artis | 84 |
| quibus legibus exponenda | 79.80.81.82 | Elementum quid | 85 |
| | | Ellipsis | |

| | | | |
|-----------------------------------------------|-------------|-------------------------------------------|----------|
| Epiphs quanta in elementis | 85.86.87 | Epilogus de conformandis elementis | 104.105 |
| Redundantia in generibus questionum | 87.88 | Italiae laus | 106 |
| In generibus principiorum | 88 | Cardanus | 106 |
| In propositionis partibus & generibus proble- | | Maurolycus | 106 |
| mate theoremate | 88.89 | Piccolomineus | 106 |
| In conversione | 90 | Barocius | 106 |
| In quinquaginta elementis logicis & arithme- | | Commandinus | 106 |
| ticis | 91 | Emanuel Taurinorum et Allobrogum princeps | |
| In elementis geometricis | 91 | | 107 |
| In demonstrationibus principiorum | 92.93 | Venetiae | 107 |
| Syllogisticarum complexionum | 93.94.95 | Tartalea | 108 |
| In genere demonstrandi | 95.96.97.98 | Bononia | 108 |
| Methodus qualis in elementis | 98.99.100 | Sigonius | 108 |
| Methodi prima hystorologia in corporibus ari- | | Philippus rex Hispaniae | 108 |
| thmetice & geometriae | 101.102 | Alphonfus rex | 109 |
| Secunda in membris principiorum | 102 | Nonius | 109 |
| Tertia in generibus numerorum & magnitudi- | | Pius quintus Papa | 109 |
| num | 102 & 103 | Exhortatio ad mathematicos | 110.111. |
| Quarta in speciebus generum | 103.104 | | |

297-1

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIB. I

LIBERALIVM artium commutationem duplicem instituimus, *ἀποδεικτικὴν* alteram, qua veritas artium utilitasque demonstratur, quomodo grammatica, rhetorica, logica adhuc exposita sunt: *ἐκκατηλεκτικὴν* alteram, qua contrariarum opinionum vanitas refellitur: quo de genere scholae sunt grammatica, rhetorica, logica, physica, metaphysica, & jam mathematica. Prooemium hoc igitur mathematicae cohortationis erit in tribus primis libris mathematicarum scholarum: quale prooemium legum suarum Plato primis libris quatuor & quinti parte comprehendit, suasionem legis prooemii nomine significans. Primus igitur mathematicarum scholarum liber explicabit historiam praestantium mathematicorum, à quibus artes mathematicae inventae atque excoltae sunt: ut planum sit adversus importunos derisores, quantae dignitatis haec sint disciplinae. Secundus, mathematicarum utilitates declarabit, ut calumniatores improbi convincantur, qui mathematicas artes palam audent affirmare sine fine, sine usu populari esse. Tertius, Ptolemaei regis problema adversus Euclidem disputabit, de magis perspicua, magisque compendiosa via matheseos instituenda, quo facilius ab omnibus perdiscatur & exerceatur. Quamobrem, o singularis & eximia mathesis,

— *Quae te tam laeta tulerunt* —

Secula? qui tanti talem genuere parentes?

Lubet enim grato jucundoque laudationis & gratulationis argumento, ut trojanus orator ille reginam Carthaginis affatus est, sic disciplinam tam nobilis & ingenuae eruditionis affari. Aristoteles igitur i. coeli, & i. meteor. artes aeternas, ut mundum, arbitratur, sed earum tanquam stellarum varios ortus & occasus esse, ut modò excitentur & floreat, modò jaceant & contemnantur. Haec magni philosophi magna prorsus sententia est, artes sunt aeternarum & immutabilium rerum: at ipsarum apud homines notitia nequaquam est aeterna. Graecia quondam nulla natio doctior, nulla eruditior fuit: Italia, Gallia, Britannia, Germania nulla indoctior. At, ut inquit ille,

In Latium spretis academia migrat Athenis.

Commigrationes gentium variae commemorantur, commigrationes literarum & disciplinarum non pauciores commemorari possunt. Aristotelei nimirum sunt illi ortus atque occasus doctrinarum. Itaque ortus ejusmodi & occasus periodos quatuor Plin. lib. 18. cap. 25. astrologorum nomine prodidit: chaldaeam, aegyptiam, graecam, romanam. Prima verò secundaque mathematicarum periodus sacris profanisque literis abundè testata est, mathesisque prima hominum scientia, ut

A tia, ut

tia, ut ex Josepho patet, ante mundi diluvium fuit, artibus mathematicis per primos patriarchas divino longissima & sanctiss. vita beneficio repertis. Sic enim loquitur li. i. cap. 3. de Setho. Hic educatus, ubi eo ætatis venit, ut jam quod rectum esset, discernere valeret, virtutis studius se totum dedit, & cum vir optimus evasisset, etiam nepotes sui imitatores reliquit, qui quoniam erant omnes bona indole præditi, & patriam absque seditione incolebant, in perpetua felicitate vitam exegerunt, sapientiamque celestium rerum atque ornatum animadverterunt: Ne autem hæc inventa ex hominum notitia dilaberentur, & prius perirent quam pernoscerentur, cum Adamus universalem rerum interitum fore prædixisset, unum incendio, diluvio alterum, excitarunt duas columnas, alteram lateritiā, alteram lapideā: & utrique sua inventa inscripserunt, ut si lateritiā diluvio deleri contingeret, lapidea superstes hominibus discendi copiam faceret, & quæ inscripta continebat, spectanda exhiberet: ajunt enim lapideā illam ab ipsis dedicatam, quæ & nostris temporibus extat in Syria. Hæc Josephus 3. cap. de mathematicis apud sanctos patriarchas ante diluvium, deque mathematicum amore quodam singulari atque admirabili. Capta ab hostibus civitate, profugi ciues quæ charissima habuerant, rapiunt transferuntque secum.

*Sum pius Aeneas raptos qui ex hoste penates
Classe veho mecum. —*

At sancti patriarchæ de mathematicis summorumque animi bonorum salute solliciti, Aeneas pietatem tanto superavit, quanto virtutum illustrium solida bona fide penatium superstitione majora fuerunt ac diuturniora. Sed de mathematicis postea diutissime in eadem gente continuatis idem Josephus cap. 8. ejusdem libri idoneus author est de Abrahami mathematicis multificis prædicis. Abrahamus, inquit, vir is fuit, qui & omnium rerum intelligentia præstaret, & facile audientibus persuaderet, neque in iis falleretur, de quibus conjectaret. Propterea virtute sapientiæ ceteris præstantior habitus, constituit vulgo receptam de deo persuasionem convellere & commutare. Ergo primus audeat affirmare unum esse deum universorum opificem: De cetero si quid ad felicitatem conferat, id non nostris nobis viribus, sed illius voluntate contingere. Hoc verò colligebat ex terræ & maris affectionibus, tum eorum quæ circa solem ac lunam, & omnium quæ circa cælum contingerent: esse nimirum potentiam quandam, quæ his adsit & provideat singulari ordinis observatione. Hæc autem cum desisterentur homines, palam esse quæcunque ad nostram utilitatem attingunt, non pro nostra ipsorum facultate, sed pro dei jubentis imperio & potestate suppeditari. Quapropter huic uni honorem deberi, huic gratias agi oportere. Quamobrem cum Chaldæi & Mesopotamii ceteri contra ipsum moverentur, consilium migrandi cepit, & voluntate auxilioque dei frater Chanaanæam tenuit, ubi sedibus positus deo struxit aram, & hostias mactavit. Meminit autem patris nostri Abrahami Berosus quoque, non tamen eum nominans, his verbis. Post diluvium autem decima ætate apud Chaldæos erat quidam justitæ cul-

tix cultor, vir magnus, & celestium rerum peritus. Hæc igitur mathematicum pri-
 ma periodus est apud Josephum, à Diodoro Siculo brevius notata lib. 2. In Ba-
 bylonis medio, ait, Semiramis templum Iovi erexit, quem uocant Babylonif
 Belum, de quo cum & scriptores discordent, & opus ipsum vetustate collapsum
 sit, certi nihil pronuntiari potest: constat tamen miranda altitudine fuisse: & à
 Chaldaïs in ipso observationes factas esse, accurate cõsiderato & oriente & oc-
 cidente propter operis altitudinem. Hic igitur Semiramis videatur templum
 Jovis nomine, mathematicis Chaldaïs & mathematicis astrorum observationi
 bus sacravisse: quo loco videatur Diodorus Babylonicam turrim sacris literis
 testatam attingere. Sed in eodem etiam libro Chaldaei dicuntur numerare an-
 nos, quibus illis observationibus vacaverunt usque ad Alexandri ascensum,
 473000. quæ fabula refellitur à Callisthene missis ad Aristotelē Chaldaeorum
 observationibus annorū 1903. Sed enim Chaldaei matheseos ut Abrahamus
 sacris, sic Berosus profanis literis artifex insignis perhibetur. E' Chaldaea gente
 Berofo, ait Plinius, ob divinas prædictiones Athenienses publicè in gymnasio
 statum inaurata lingua statuere. Sed mathematicum originem in una præse-
 rim astrologia M. Tullius primo de divinatione perspicue palamque ab Assy-
 riis repetit. Principio Assyrii, ut ab ultimis auctoritatem repetam, propter pla-
 nitiam magnitudinemque regionum, quas incolebant, quum cælum ex omni
 parte patens atque apertum intuerentur, trajectiones motusque stellarum ob-
 servaverunt, quibus notatis, quid cuique significaretur, memoriæ prodiderūt.
 Qua in natione Chaldaei, non ex artis, sed ex gentis vocabulo nominati, diu-
 turna observatione siderum, scientiam putantur effecisse, ut prædici posset quid
 cuique euenturum, & quo quisque fato natus esset. Quamobrem primus ortus
 mathematicum apud Chaldaeos ejusmodi fuit, cum prima Plinii periodo con-
 gruens. Sed ortæ & florentes apud Chaldaeos mathematicæ artes tandem ex As-
 syria in Aegyptum commigrarunt duce Abrahamo. Nam ut apud eundem Jo-
 sephum est 9. cap. 1. lib. fame Chananæam invadente, Abrahamus audita Aegy-
 pti ubertate, proficisci illuc decrevit, tum ut copiis eorum frueretur, tum ut sen-
 tentiam sacerdotum de divinitate cognosceret: aut securus illorum opinio-
 nem, si modo melior esset, aut ipse rectiora iis demonstraturus. Itaque, ut est
 in eodem capite paulo post, rex Aegypti Pharaotes Abrahamo magna pecu-
 nia donato potestatem fecit congregandi cum præstantissimo quoque Aegy-
 ptiorum ac doctissimo: quo factum est ut ipsius virtus, virtutisque fama illu-
 strior fieret. Nam cū Aegyptii diversis moribus ageretur, patriasque leges inter
 se contemnerent, proptereaque variè conflicarentur, cum quolibet ipsorum con-
 grediens, eorumque opiniones refellens quas de patriis rebus haberet, vanas,
 nihilq; prorsus veritatis habere declaravit. Ob has igitur disputationes admi-
 rabilis factus est: cumq; magnā tam intelligendi, quā eloquendi, docendique
 facultatē præ se ferret, arithmetica astronomiaq; benignè illis communica-
 vit. Nā ante Abrahami ad ipsos adventū Aegyptii rudes erant hujusmodi disci-
 plinarū, quæ à Chaldaïs ad Aegyptios profecta hinc ad Græcos tandem pervene-
 runt.

runt. Hæc Iosephus de Abrahami singulari in mathematicis eruditione ac professione, deque cōmigratione mathematicum à Chaldaïs in Aegyptum. Proclus igitur istam periodum temporum secundam secutus, inventionem arithmetice ad Phœnicas propter mercaturas & commercia, geometriæ ad Aegyptios propter inundationes Nili suo limo terminos agrorum obruentis retulit: Et quidem Berytus in Phœnicia oppidum etiam temporibus imperatorum, Athenarum instar professione disciplinarum floruit: atque Aegyptii possessionem quidem laudis huius antiquiorem, ab Alexandro autem magno Alexandriam etiam disciplinarum istarum academiam habuere. Sed ante Alexandrum, ut dixi, multis seculis in Aegypto mathematicæ artes ab Abrahamo illuc traductæ, floruerunt, adeo, ut Aristoteles 1. cap. 1. metaph. affirmet mathematicas artes in aegypto primum à sacerdotibus publica vacatione fretis inventas esse: & certe vacatio illa in genesi cap. 27. testata est, ut à rege Pharaone sacerdotibus ager in stipendium mathematicæ professionis esset assignatus. Quapropter mathematica otia apud hebræos sanctorum & divinorum patrum studia fuerunt: mathematica otia apud Aegyptios sacerdotum studia fuerunt, imo verò regū ipsorum monumenta: hinc regali sumptu ædificatæ mathematicis armillæ, constructa magnis impensis generum omnium ad varias observationes gymnasia & instrumenta. Id nimirum Manilii carmina Augusto Cæsari cecinerunt de sacris vatibus & sacerdotibus mathematicum magistris, ut deus regum & sacerdotum animos mathematicis velut afflaret ad ipsius providentiam perspicendū: astrologiam tātum attingit: at arithmeticam & geometriam antecedere necesse fuit. Sed paganus poeta Mercurium pro deo nominat.

Quem primum infernis licuit cognoscere terris
Munera cœlestium: quis enim condentibus illis
Clepsisset furto mundum, quo cuncta reguntur?
Quis foret humano conatus pectore tantum,
Invitis ut diis cuperet deus ipse videri?
Tu princeps auctorque sacri Colleenie tantis
Per te jam cælum in terris, jam sidera nota.
Sublimes aperire vias, unumque sub orbem
Et per inane suis parentia finibus astra,
Nominaque & cursus signorum, pandere vires,
Major uti facies mundi foret, & veneranda
Non species tantum, sed & ipsa potentia rerum.
Sentirentque deum gentes, quam maximus esset.
Qui sua disposuit per tempora cognita ut essent
Omnibus, & mundi facies, cælumque supernum.
Naturæque dedit vires, seque ipsa reclusit,
Regales animos primum dignata movere
Proxima tangentes rerum fastigia cælo.
Quæ domuere feræ gentes oriente sub ipso,

Q 246

Quas ferat Euphrates, in quas & Nilus inundat,
 Quam mundus redit, & nigras super evolat urbes.
 Tum qui templa sacris colerunt omne per avum,
 Delectique sacerdotes in publica vota
 Officio junxere deum, quibus ipsa potentis
 Numinis accendit castam præsentia mentem:
 Inque deum deus ipse tulit patuitque ministris,
 Hi tantum novæ decus, primique per artem
 Sideribus videre vagis pendentia fata.

Adhuc igitur penes Chaldaeos & Aegyptios mathematicum magisterium divinum & sanctum, idemque sacerdotale ac regale fuit. Deinceps mathesis ex Aegypto græcum matre trajecit, & ad Græciæ philosophos tandem pervenit, annisque paulo plus ducentis à Thalete milefio & Pythagora samio ad Euclidem maturitatem suam quandam & perfectionem habuit: nos ætatem istam maturitatis longius ad Theonem usque produximus annis ferè mille. Thales enim ante Christum floruit annis 584. Theon post Christum annis 390, quibus additis summa est 974. Sed in hac secta etiam latinam complectimur: quam Proclus novam sectam nullam putavit propter casarianam astrologiæ descriptionem, quæ præsertim Sofigenis fuit. Quamobrem & nos à Proclo præcipua huius historiæ capita mutuati, ex hac tertia periodo atque secta mathematicos complecti statuimus. Thales igitur milesius primus Græcorum, cum in Aegyptum venisset, Geometriam inde in Græciam transtulit, multa que ipse reperit, multa successoribus suis exposuit, τοῖς μὲν παλαιώτερον, τοῖς δ' αἰονοτάτερον ἐπέβαλλεν: aliis quidem plenius & uberius, aliis subtilius & minutius incumbens, ait Laertius. Hæc in mathematico logicæ laus est magna, & qua major, vel optari hodie non possit: sunt multa in elementis specialiter proposita, quæ ad generum paucitatem redigi queant: sunt generalia quædam, quorum specialis fructus ignoratur: imo totis elementis nullum de cuiusquam propositionis usu verbum est: atque ut illic genera, ita hic species valde requirantur. Ergo Thales logicam istam secutus γεωμετρικὴ θεωρία de lineis cōtemplationem, quam prius Euphorbus Phryx inchoaverat, absolvit, & quandam de triangulis doctrinam attigit, ut 5. 15. 26 p. 1. sicuti Proclus recitat: item etiam adscriptionem trianguli & circuli, de qua sunt 2. 3. 4. 5 p. 4. cuius adscriptionis etiam lætitia elatus, bovem immolasse dicitur. O Mathematicas musas vestris amatoribus initio tam difficiles durasque: tandem tam suaves ac jucundas, quæ vestri studiosos tantis laboribus exercetis, ac demum tanta voluptate perfunditis. Hæc nimirum mathematicarum voluptates eximie sunt & singulares, quarum exempla etiam in posteris nonnulla reperientur, mathematici tantum laboris propria, cum cæteris artibus minime communia: sed Thaletis aliæ quoque laudes sunt. Pyramides Aegyptias dimensus est, observato cum corporibus umbræ essent æquales: quod accidit sole, 45. grad. eleuato: Sed geodæsia illa ex umbris facta est postea elegantior de quolibet tempore per triangula, similia. Atque hic Thales non

A 3 tantum

tantum veritatem, sed utilitatem mathematicam spectavit. Circa Astrologiam observavit quaedam præcipua necessitatis ac difficultatis de æquinoctiis, solstitiis, ut Laertius ait, itē de urſa minore, id est Cynosura, ut Callimachus & Eudemus authores sunt: denique primus solis eclipsim prædixit, ut Hyppias & Aristoteles tradiderunt, & lunæ eclipsim Cyro prædixit, ut Tzetzes author est. Simplicius tamen 2. cap. 1. Phys. ait à Thalete scriptum nihil esse præter Astrologiam quandam nauticam, cujus etiam mentio quædam erit in Proclo ad 26 p. 1, quæque ad Cynosuram illam spectabat: Erat enim nautis pro pyxide quæ nunc est, ut Arati versibus intelligitur de Cynosura,

*Hæc fidunt duce nocturna Phoenix in alto. Et iterum,
Hæc verò parva est, sed nautis usus in hac est:
Nam cursu interiore breui conuertitur orbe.*

Quapropter hic primus in Græcia mathematicæ scientiæ parens atque author fuit: Thaletis ætati succrescens Ameristus, vel Mamercus, vel Mamertinus Stesichori poëtæ frater, summus in Geometria fuisse traditur, nullum tamē ejus inventum narratur. At Pythagoras Samius post Thaletem familiam mathematicorum ingentem extulit: maximē verò *πρὶ ἀριθμῶν τὸν εἶδος*, circa arithmetica speciem elaboravit, ait Laertius: quod demonstrat & Aristotelis adversus Pythagoream philosophiam contraria philosophia, primo, tertio & duobus extremis metaphysicæ libris, ubi Pythagorea quædam dogmata labefaciuntur. Geometriam verò, ait idem Laertius, ad summum perduxit, cum Moeris antea principia elementorum invenisset, mathematicum principia altius repctens, res mathematicas *ἀνὰ τὴν φύσιν* à materia abstractas sola mente consideravit,

*— Et quod natura negabat
Visibus humanis, ea pectoris auribus hausit.*

Logica ista fuit Thaletis logicæ similis *καθολικώτερα* facientis, & logica sapien-
tiam singularem complexa. Primi in omnibus artibus observatores specialia primò permulta animadverterunt: secundi ad *ἐπαγωγὰς* pervenerunt: postremo tandem & rari summum in quoque subiecto genus attigerunt. Itaque quousque altius ascenderit, eo plus veræ laudis meruit. Laudatus est ista laude Thales primus, laudatur modò Pythagoras secundus. Pythagoræ tamen *ἀφ' οὐρανόθεν*, abstractio quæ dicitur, magnos errores postea peperit, Pythagoræ ipsi minimē probatos de magnitudine abstracta perpetuo dividua: cum Aristoteles nominatim Pythagoram reprehendat de magnitudine minima & individua: qua de re scholæ physica & metaphysica copiosius disseruerunt. Verum, enim verò in hac mentis elatione Pythagoras invenit 32. 4. 4. 4. 7. 48 p. 1. sed im-
primis ob inventam 47 & 48 p. 1. celebratur, cujus inventionis latititia tanta inventor ipse affectus fuisse dicitur, ut musis bovem immolarit. Refert Apollodorus apud Laertium, hecatomben immolatam esse, deque eo factum hoc epigramma.

Ἄνυκα

ἔννε Τυθαγόρας τὸ περιπλεῖς εὐρατο γράμμα,

νεῖρος ἰφ' εἰρη κλεινὸν ἡγάγε βοσσίλιν.

Quoniam Pythagoras insignem invenerat figuram,

ille propterea inclitum celebravit sacrum.

Amores nempe mathematici sunt illi acerbi primū difficilesque, tandem voluptatis plenissimi. Itaque Pythagoras qui Thaletis labores amulatus esset, ejus quoque in lætina simili gratulationem æmulatur. Idem verò Pythagoræ sacrum Athenæus I 10 c 3. testatur. Quamquam hoc ipsum Pythagoræ sacrum apud Ciceronem Academicus Cotta derisit, quia Pythagoras ne Apollini quidē Delio hostiam immolare voluerit. Atqui sive bovis unius, sive ceterum, sive nullum omnino sacrum fuit, certè propositio Pythagorea in geometricis rebus pluris est, quàm mille boum armenta, tam mirabiles usus, tamque infinitis in rebus ex una propositione illa oriuntur. Tametsi 31 p 6. ad 47 p 1. generalis est latusque patet, bouesque mille pro una Pythagorea bove mereatur. Et mirum reputanti fuerit autorem specialis inventi tam gloriose celebrari: generalis autem parentem ne nominari quidem. Sed tamen historiam parentis hujus tertii prosequamur. Inuenit Pythagoras 32, 47. 48 p 1. Inuenit etiam τὸν τῶν ἀλλήλων παραματέραν, καὶ τὸν τῶν νοσημῶν χρημάτων σύστασιν, irrationalium tractationem, & mundanarum figurarum constitutionem, quæ decimi & posteriorum Euclidis Elementorum Geometria præcipua est, & qua nulla est in totis elementis sublimior contemplatio: sed contemplatio tamen in decimo præsertim libro, subtilis & spinosa magis, quàm utilis & ad usum necessaria, ut tum subtilius & accuratius in ipso opere à nobis explicabitur. Atque hæc Pythagorea arithmetica & Geometria inventa sunt. Astrologiam verò & Musicam Pythagoras impense & docuit & exercuit: Et Astrologica prognostica futurorum varia reliquit (ait Tzetzes) Quin musicam in astris deprehendit, à plerisque postea mirifice celebratam: ab Aristotele tamen derisam. Sed musica exercitatio illa fuit insignis, mentes à cogitationum intentione cantu & fidibus ad tranquillitatem traducere, ut est 4. Tusc. At Pythagoras maximè uno argumento in calum tollendus est, non solum quod acutè & subtiliter invenerit multa in mathematicis, sed multò magis quòd mathematicam philosophiam in speciem liberalis & ingenue doctrinæ primus redegerit, ludumque aperuerit, in quo juventus tam honestas, tamque nobiles exercitationes haberet: Ea siquidem in totum genus hominum singularis fuit & immortalis gratia. Non quod, ait Gellius libro primo capite nono in disciplinam admittebat, sed ἐφυσιογενεῖς, ἢ ex oris & vultus ingenio, totoque corporis habitu explorabat antè & probabat, ne ἀμυντοί, ἀθωρήντοι, ἀγρομέπρητοι otio & ludo disciplinæ tam liberalis abuterentur. Tria verò doctrinæ genera Pythagoras scripta reliquit, ait Laetius, παιδευτικόν, φυσικόν, πολιτικόν, è quibus παιδευτικόν illam liberalis doctrinæ formam continebat. Nam cum Pythagorei tempore silentii peracto ἀνουστοί, ut apud eundem Gellium est eodem loco illo, esse desinerent, μαθηματικοί nomina-
bantur, à cognitione mathematicum: Deinde physicis studiis informati, φυσικοί dice-

ci dicebantur: postremus eruditionis gradus erat in moribus & administratione civitatum & rerum pub. unde politici appellabantur, ut politicum hic ethicum complectatur. Pythagorei tamen tanquam generali nomine ἀνομιμα ab Aristotelis interpretibus appellantur, ut à Syriano 13. lib. metaph. Ergo tantus mathematicæ eruditionis sator & propagator Pythagoras fuit: Cujus, utinam παίδων in illud liberalis & ingenuæ institutionis fundamentū, paulo diligentius ab hominibus attenderetur, propria humanitatis elementa tandiū à scholis nostris nequaquam abessent. Linguæ & grammaticæ studia tum nulla erāt, patrio & populari sermone ingenuæ artes instituebantur: Rhetorica tropos & figuras, logica locos argumentorū & syllogismorum modos nondum in scholis importarant. Initia doctrinæ & elementa à mathematicis erant, absolutio à Phisicis & politicis deinde petebatur. Triplicia modo à Grammaticis, Rhetoricis, logicis elementa antè perdiscenda sunt: cultum animi atque ornatum multiplicatum equidem laudo: verū cum huc perventum sit, cur præteritis mathematicis, ad phisica & politica conuolatur? Atqui mathematica sunt phisicorum & politicorum elementa & fundamenta: neque phisicum, aut politicum naturæ, aut reipub. magistrum atque artificem quenkūq. idoneum Pythagoras judicabat, qui non antè mathematicum magister atque artifex fuisset. Ridiculum est in Academia Parisiensi de scholasticis, qui pro legitimo philosophici triennii labore ac studio cū menses aliquot in liberalia studia impenderūt, magistri tamen artium publica & voce & autoritate nominantur. Hi vulgò per saltum magistri appellantur. At, bone deus, saltum hic longè dissimilem, & ubi fossa interjecta nulla existimatur, tamen multo magis præcipitem superatis mathematicum principiis & elementis Pythagoras appellaret, & Thebani ænigmatis dignum hic quiddam statueret, ut magister liberalium artium habeatur, qui liberales artes, vel solas, vel certè principes ne à limine quidem salutarit. Verum pergamus, sapius ista Pythagore querimonia nobis conquerenda erit. Pythagoras summus & singularis mathematicus fuit, ut Pythagorei mathematica primi & attigisse & auxisse Aristoteli videatur; c. 1. metaph. sed Aristoteli inventores Aegyptios oblito. Agedum, à Pythagora discedamus. Qui mathematicæ parètes successerēt Anaxagoras Clazomenius & Oenopides Chius secuti, magnum in mathematicis nomen habuere: Et tanquam virorum mathematica laude illustrium, Plato in amatoribus meminit, ubi adolescentes in descriptionibus circulorum & sectionum circularium dicuntur de Anaxagora & Oenopide contendere. Ab Anaxagora Geometriam quandam scriptam esse indicat Aristotelis liber de lineis individuīs adversus Anaxagoram citatus à Græcis interpretibus: indicant & Astrologiam tractatam esse apud Laertium illa, de sole majore Peloponneso, de habitationibus in luna. Oenopidi verò Proclus 12 & 23 p. 1. attribuit. Aelianus 7. cap. 10. de varia historia aliā ex Astrologia laudem attribuit, cū dedicaret in Olympiis legum tabulam, inscripsit in ea Astrologiam quinquaginta novem annorum, affirmans hunc esse magnum annum. Zenodorus Oenopidis discipulus quædam geometrica conscripsit, unde

psit, unde & Proclus assumpsit differentiam problematis & theorematis lib. 2. cap. 8. Atque hi tres proximi, Anaxagoras, Oenopides, Zenodorus, ut antea Ameristus, magis nomine & fama, quam testatis monumentis aut exemplis virtutum suarum clari perhibentur: nisi forte & à Proclo verisimile est virtutes ipsas prateritas esse, quod historia Theophrasti vel Eudemi de iis amplior in manibus haberetur. Quare duo sunt adhuc insignes & eximii mathematicum principes, Thales & Pythagoras. Sed Hippocrates Chius, Briso, Antipho, vel Aristotelis reprehensione mathematici nobiles perhibentur. Hippocrates Chius prorsus admirabilis fuit natura, dicam, an fortuna miraculo. Hic enim, ut ait Philoponus in primum Aristotelis physicum, mercator, cum in piratarum navim incidisset, Athenas venerat praedones accusandi gratia, & cum diu Athenis persequendi criminis causa moraretur, accessit ad philosophos, quorum consuetudine tantum in Geometria profecit, ut duas res in geometria maximas tentarit, valdeque promouerit, τετραγωνισμὸν, quadraturam circuli, & duplicationem cubi. Circuli quidem quadraturam non invenit, sed cum quadraret lunulam, falso arbitratus est ex hac circulum quadrari. Nam ex lunula quadrata circulum quadratum esse arbitrabatur. Hæc breviter Philoponus. Itaque Aristoteles primo physico Hippocratis veluti legitimè & secundum geometrica principia philosophantis elencho respondendum censet esse. Hippocratis certè tetragonismus boni saltem hoc attulit, quod verè & mathematicè demonstravit obliquilineum, ut lunula est, certam habere rationem ad rectilineum. neque heterogenia hic ulla est, ut quidam ætatis nostræ, alioqui præstantes mathematici crediderunt, quod & Eutocius doctissimus Archimedis interpres jam olim quoque docuerat. Peripheria, ait, circuli est magnitudo quædam, & quidem ad unum dividua, ejus speciei & recta est. Est enim utraque magnitudo tantum longa, & eo tantum genere divisibilis: ac tamen si nondum confiteretur, quomodo peripheria recta possit æquari: attamen natura esse quandam rectam peripheriæ æqualem, à nullo unquam est dubitatum. Hæc Eutocius in primum theorema Archimedis de dimensione circuli, ubi affirmat à nemine mathematico unquam esse dubitatum, quod non solum dubitatur à nonnullis, sed planè negatur. Quare quadrati & circuli ratio, quamvis nondum nota sit, non tamen notionem habet impossibilem: Veraque ideo est Aristotelis sententia, multa sciri posse, quæ nondum scita sunt, ut τετραγωνισμὸν circuli: Scientia quidem ejus nondum est, αὐτὸς δὲ ἐπιγινώσκων, ipse autem scibile quiddam est, ut ait in Categoriis, & aliis præterea locis, ut ejus sententia nemini attento, & in philosophi verba intento, dubia possit esse. Et sic Marinus in prothectoria Datorum, affirmat circuli scientiam (quamvis nondum percepta sit) percipi tamen posse. De laudibus igitur Hippocratis nobilis imprimis ista laus erit in quadrato circulo: Apud Eutocium autem in Eratosthenis cubo, majus etiam Hippocratis ingenium declaratur. Primus enim tentavit cubi duplicationem per duas in dupla ratione rectas duarum continuè proportionalium extremas: quam viam ut singularem & unicam, omnis

B posterius

posteritas approbavit. Ergo laus hæc Hippocratis altera prorsus egregia est: sed & laudes sunt insuper alia. Proclus enim ait ab Hippocrate in dubiis diagrammatis *ἀπαιγιμ* deductionem ad impossibile factam esse, multa que in geometria reperta. Sed *ἀπαιγιμ* logica tandem amplius expenditur, quantumque in mathematicis ea demonstratio mereatur, planum faciemus. Præstantior certe logica fuit Thaletis *αὐθορμώτερον* & Pythagoræ *ροσώτερον* facientis. Hippocratis tamen encomia dicantur. Supra omnia, meo iudicio, illud est quod omnium mortalium in diagrammatis solertissimus fuisse dicitur. Logica in hoc mercatore, videlicet, naturalis singulorum enuntiatorum fuit, qualem Proclus in Cratisto postea commemorat fuisse, qui sine arte, solo naturæ acumine promptè problema quodvis dijudicaret. Vulgus poetas nasci arbitratur & mentis furore ad egregia carmina fundendum excitari. At impetus iste naturalis communis est omnium virtutum omniumque disciplinarum, in quibus excelleret nemo, nisi qui naturæ indole atque bonitate impelletur, vel potius rapitur. Nascuntur in pratis herbae sua sponte: sed in aliis aliæ fecundiores & uberiores. Sic existimandum est artium semina hominum mentibus à natura ingenerari, sed in aliis alia abundantius. Quapropter credibile est mathematicam speciem atque ideam aliquam in animo Hippocratis in fuisse, ut è mercatore, id est alienissimi studii opifice, tantus geometres existeret. Sed Hippocrates primus *τοιχαίτης* & Elementorum author ac scriptor fuisse à Proclo dicitur, tanquā Thales & Pythagoras & antea reliqui permulta eruerint ac deprompserint, Hippocrates cuncta composuerit & formavit, quo nomine primus mathematicæ verus parens & pater haberetur. Methodus nempe & uniuersus artis ordo hanc Hippocrati laudem attulit: ut non tantum inventionis solertia, sed syllogisticæ conclusionis, sed maxime methodicæ collocationis naturali quodam lumine excelleret. Teneamus igitur hunc è mercatore philosophum præstantem in mathematicis authorem fuisse, non solum quia circuli quadraturam, & cubi duplicationem in mathematicis elementis aggressus est, multa que alia invenit, sed multo magis quia mathematica Elementa diligentius demonstravit & luculentius ordinavit. Primus mathematicæ in schola magister Pythagoras fuit, sed ut de primis initiis credi par est, minus distinctus, ut *τοιχαίτης* ideo non appelletur: sed tamè quidquid sit, Hippocrates Pythagoræ magnitudine minimè deterritus mathematicum magisterium auxit, & exornavit elementis ordine, usque pleniore & uberiore deductis. Sed duo præterea mathematici reprehensione Aristotelis nobilitati sunt, Briso & Antipho: nec enim adversus ignavos & inertes athletas Aristoteles luctatus esset, ut discipulus ejus Alexander reges athletas deposcebat, cum ad Olympicam coronam invitaretur. Quid igitur Briso? quid Antipho simile Hippocratis habuerunt? Brissonis quadratura citatur ab Aristotele primo posteriorum, & primo elenchorum, quod communibus principiis quadraturam circuli demonstrarent. Et Alexander demonstrationis illius summam ait fuisse. Quadratum circumscriptum majus est circulo: inscriptum autem minus: Intermedium igitur quadratum circulo æquale erit. At in quem locum signorum in

termedio

termediorum æquale quadratum caderet, Briso nō demonstravit. At Philopo-
 nus Alexandrum in eo falli putat: quia tum non communibus & heterogeneis
 uteretur. Sed tamen Briso cum sic tetragonismum polliceatur, nihil præstat: tan-
 tum concludit circulum quadrari posse, & veritati propinquum aliquid ostendit:
 sed tamē neq; satis mathematicē neq; satis accuratē sunt enim comparatio-
 nes pleræque ejusmodi in mathematicis fallaces & captiosæ: ut si inscriptæ sint
 æquales, subtendunt peripherias æquales, & contrā verum est: Item si inscriptæ
 sint inæquales, subtendunt peripherias inæquales, & contrā, verum item est. At
 si hinc cōcludas, Ergo peripheriæ subtensis sunt proportionales, falsum Ptole-
 mæus conuicit ad 9. cap. 1. construat. Sic neq; sequitur, Datur in circulo angulus
 major recto, datur minor recto, ergo dabitur æqualis recto. Quare Briso captio-
 sa rationatione deceptus est, ac si nil aliud invenerit, nil admodum invenit.
 Quid Antipho? quid hic describit? Antipho eodem Posteriorum loco citatur à
 Philopono, & repetitur primo physico: sed gravior ejus paralogismus ostendi-
 tur, quam fuit Brissonis. Multangulum tantum, aiebat, inscribi potest, ut tādē
 sit æquale circulo: At quadratum æquatur cuilibet multangulo: quadratū igitur
 æquatur circulo. Propositio syllogismi falsa est, & geometricis principiis con-
 traria. Quarit hic Simplicius cui principio geometrico sit contraria, & Alexan-
 drum reprehēdit, qui attulit ē tertio libro Elementorum, circulum tangi à recta
 unico puncto: tum ipse profert magnitudinem infinitē dividi posse, idque prin-
 cipium ait ab Eudemo proferri: quod magis cōsentaneum est, quamvis Aristote-
 les principia hīc nō appelleret solum axiomata vel postulata, vel definitiones:
 Nec enim tali ullo principio usus est Hippocrates, à quo principia servari Ari-
 stoteles proficitur, sed vel elementa demonstrata, quomodo in demonstratio-
 ne 2 p 12. Euclides demonstravit ē 1 p 10, & 6 p 4, nullum rectilineum tantum
 circulo inscriptum esse, quin majus inscribi potuerit: quod penitus contrarium
 est illi Antiphontis propositioni, statuenti multangulum inscribi posse æquale
 circumscripto circulo. Quamobrem Briso Antiphoque nihil admodum pro-
 blema istud promoverunt: Sed ē problemate tamen intelligitur, si non faculta-
 te, certē voluntate Hippocrati similes fuisse, qui quæstionem in mathematicis
 præcipuam sibi tractandam & discutendam proposuerint. Quapropter cona-
 tus iste index aliorum quoque studiorum ac laborum hætenus probandus &
 laudandus est. Democritus cū in physicis tum in mathematicis admirabilis
 fuit scriptis libris, de numeris deq; geometria generatim, item expositiones, sed
 & speciatim de differentia gnomæ, de lineis irrationalibus & solidis, de cōtactu
 circuli & spheræ, de astronomia, cosmographia, de parapegmatis, plogra-
 phia, actinographia, de sideribus vagis, de magno anno, de musica plurima,
 ut Laertius auctor est. Theodorus Cyrenicus deinde celebratur nomine, nō mo-
 nimentis, ut antea Mamertinus, Anaxagoras, Oenopides, Zenodotus, nomine
 tamen magnus est, quod Platonis in mathematicis magister fuisse memoratur:
 imo quod à Platone ipso in Theæteto, ut Dialecticæ, sic Geometriæ, Astrologiæ,
 musicæ doctor insignis describitur, & mathesis ipsius quædā attingitur de lōgi-
 tudine & potētia magnitudinū, qualis Pythagoræ geometria fuit irrationaliū.

B 2 In poli

In politico etiam Theodorus appellatur præstantissimus circa ratiocinationes & res geometricas. Itaque præconia ista magna sunt à tanto præsertim præcone Theodoro tributa. Sed unus mathematicorum omnium, tanquam Homerus, habetur Plato, qui non solum à Theodoro Cyreneo in Græcia, à Pythagoreis in Italia, à sacerdotibus in Aegypto mathematica tum inventa didicit, sed per sese multa exprompsit. Primus nominavit στοιχεῖον elementum in mathematicis, unde στοιχεῖον & στοιχεῖον, ut intelligamus Platoni Pythagoram imprimis in eo placuisse, quod elementa juvenilis institutionis, in mathesi collocaret. Plato (inquam) primus mathemata ingenuæ eruditionis ac doctrinæ elementa nominavit, tanquam principia & rudimenta: nominavit item ἑτερομνή oblongum numerum: primus inchoavit sectiones, non quales sunt secundo Elementorum libro de ratione quadrati & oblongi è sectione unius rectæ, sed quales sunt sectiones conicæ & cylindricæ. Invenit etiam modum demonstrationis per analysis, ut Laertius ait, & Proclus ad 1 p 1. Analyseos autem illius exempla superant ad 12. 3. 4. 5 p 13, item 2. Archimedis de sphaera: quæ ad causas ex eventis atque effectibus exquirendum, singulare adjumentum plerumque adferat. Cetera mathematica, tum imprimis Geometriam maximis accessibus amplificavit, studio incredibili in eam collocato. Itaque philosophiæ suæ libros mathematicis rationibus distinxit, ac frequentavit, ac quicquid in mathematicis admirabile, cumque philosophia conjunctum esset, excitavit: Sic à mathematicis reliquæ philosophiæ demonstrationem ac splendorem repetivit: imò verò philosophiam suam ἀριθμητικῆς occultam & incognitam esse voluit: Itaque tam propositum tamque charum fuit hoc studium Platoni, ut in Academiam neminem admitteret, nisi Geometriæ peritum, vel certe capacem auditorem & idoneum: unde illud vestibulo Academiæ inscriptum, ἀλλὰ τὸ ἀριθμητικὸν εἰσὶν, nullus Geometriæ expertus accedito, quod ad iustitiam è geometrica proportionem Tzetzes retulit: sed allegoriam historia & veritas respuit. Aemulatus est Plato hac in re magistrum Pythagoram, qui non diagrammate vestibuli, sed Physiognomoniæ collo judicio arcebat à schola sua ἀμύσεις, ἀθεωρήτους, ἀριθμητήρας. Quæ cum de duobus præstantissimis ingenii & doctrinæ præceptoribus cogito, animo certe non commoveri non possum, Academiæ Patiensensem omnium, quæ unquam in terris fuerunt, Academiarum multis laudibus aliis longissimè principem: tamen ista laude tam dissimilem deprehendi. Linguarum latinæ, græcæ, hebraicæ professio in grammaticis & rhetoricis eximia est & laudabilis: Logicam sæpe conquestus sum sophisticis tantum de arte ipsa altercationibus exerceri: at mathematicam nullam in philosophiæ studiis rationem, nullam professionem esse, equidem sine scelere tacere non possum. Fundamentum Pythagoricæ scholæ in mathematicis fuit, fundamentum Academiæ Platonice in mathematicis fuit, & ἀριθμητικῆς philosophiis illis esse, idem prorsus erat, quod ἀθεωρήτους esse & ἀμύσεις. Verumenimverò publicis Academiæ nostræ legibus patent philosophicarum scholarum fores omnibus ἀριθμητικῆς & ἀμύσεις, ut qui trienni primo anno & altero logicas spinas nescio quas, tertio quasdam physico-
rum opi-

rum opiniones audierit, etiam planè ἀγαμέτρητος καὶ ἀμυντος, mathematicumque omnium rudis & ignarus, liberalium artium magister, tanquam Pythagoras vel Plato aliquis coronetur. Ergo Pythagoras Academia Parisiensi mathematicas artes optabit: Ergo Plato in Academia Parisiensi mathematicas artes desiderabit: & uterque Parisiensem Academiam, tum Pythagoream, & Platoniam esse iudicabit, cum mathematicis primas in philosophia detulerit. Sed ad Platonem revertamur, de quo vivo Græciæ iudicium insigne atq; illustre fuit, cum Apollo interrogatus de sedanda pestilentia à Delis, ut Philoponus 7. cap. 1. posuit. author est, cubicam altaris sui figuram duplicari iussisset, Delique cubum cubo superimponentes, prisma oblongum, non cubum fecissent, nec propterea pestilentia cessaret, deum denuo sciscitati, responsum ferunt, oraculo satisfactum non esse. Ad Platonem igitur, tanquam mathematicorum principem, Deliarum problema delatum est. Quid igitur hic Plato ad Apollinis oraculum respondit? Equidè si verè temporibus iisdem Demosthenes dixit Pythiam φιλομαθῆσαι, sic crediderim jam nunc quoque πλατωνισαί: neque oraculum falsum illud quidem, sed solerti Platonis commento expressum suspicor ad Geometriæ studia excitandum. Quapropter audito Apollinis oraculo, Plato respondit Græcos neglectæ Geometriæ nomine à deo accusari: proindeque è vestigio volare Platonis literæ ad omnes familiares in Italiam, in Aegyptum, in Græciam universam, omnesq; præstantes Geometras excitare ad hoc problema demonstrandum. Itaque commento isto, Plato Apollinem mathematicum, imo tanquam matheleos censorem atq; castigatorem effecit. Enimverò Academia Parisiensi neque Deliorum pestilentiam, neque fabulosam Apollinis Pythiam, sed certè tam nobilis tamque ingenuæ disciplinæ Platonicum amorem illum vehementer exoptabo, ut explosis & eiectis infinitarum nugarum sophismatis, mathematica succedant, idque brevi spero futurum. P. Ramus Veromandus sum, non Atheniensis Plato: neque Apollinis Pythiam commento illo possum excitare, sed possum, ut in proœmio constituendæ & conformandæ Parisiensis Academiae jam tentatum est, & nisi temporis calamitas obstitisset, perfectum jam esset: possum, inquam, regem meum, regis doctissimos & elegantioris doctrinæ amantissimos domesticos & familiares de tantis Academiae bonis admonere, proq; mea quantulacunque facultate eniti & contendere, ut Pythagoras & Plato in Academiam Parisiensem regis legibus, imo regis privilegiis ac muneribus accersantur. Dionysius licet tyrannus is, qui describitur, attamen philosophiæ amore tanto captus fuisse prædicatur, ut Platonem Athenis maximis & muneribus & honoribus evocaret, Platonisque tanquam numinis alicujus adventu ignes & sacra per totam Siciliam fieri juberet: Quanto Christianis veraque pietate & humanitate præditis regibus ac principibus aptius & cōvenientius fuerit, optimi maximeque dei dona in publicas scholas publicis privilegiis ac stipendiis induceret: Possum (inquam) regem regisque familiares de tantis bonis admonere: Imò verò & eodem argumento omnes orbis principes ad studium mathematicæ eruditionis adhortari. Itaq; detur nobis hoc loco egressio: extra regni fines,

gni fines, venia. Britanniam Gallia bis antea magistram fuisse accepimus. Veterum Gallorum disciplina, inquit Cesar, in Britannia reperta, atque inde in Galliam translata esse existimatur. Et tunc qui diligentius eam rem cognoscere vel lent, plerumque illò discendi causa proficiscebantur. Hoc antiquum magisterium fuit: Deinde cum barbaries, afflicta Romanis bellis Gallia libertate omnem quoque disciplinam afflisset, ex eadem insula Flaccus Albinus vel Alcuinus Carolo Magno honorifice acceptus liberales artes in Gallia rursus excitavit: primaque parisiensis academiarum fundamenta posuit: Sic iterum Britannia Gallia magistra fuit. Itaque ut Gallia nec ingrati nec immemoris animi monumentum erga principem eruditionis atque humanitatis suae parentem testatum haberet, Franciscus rex primus regias linguarum atque artium liberalium professiones instituit: unde & Britannia tanquam fructum communicatae quondam doctrinae legitimo fœnore repeteret: unde etiam tanquam municeps publici muneris honorem caperet. Itaque Rod. Bainum Britannum professorem regium Lutetia habuit. Sed Carolus avi laudem amulatus, publicum de regii professoris excellentia iudicium esse voluit, eoque idoneos omnes, velut ab aratro Cincinnatos ad philosophiae dictaturam evocari. At Elisabetha Anglorum regina, Angliam tuam Galliae discipulam diutius fieri ne finito, sed Gallos vicissim in Angliam provocato, doctrinae principatum pluri quam regnum quodvis aestimato. Natura & fortuna pleraque reginas effecit: at nobilium linguarum peritas, laudandarum doctrinarum studiosas & amantes, id est tui similes, sola virtus efficit. In duobus eruditissimis regni tui Academiis sciscitando didici regiis stipendiis honorari professores linguae graecae, hebraicae: medicinae, iuris civilis, theologiae. Regia sunt illa regni ornamenta. At mathematicis artibus praeium regale nullum esse constitutum. Maestri igitur estote professores regii, duobus mathematicis collegii regii collegis: alter mathematicis elementis Arithmeticae & Musicam, Geometriam, etque adjunctas Geodasiam, Opticam, Mechanicam: alter reliqua *φυσικώτερη* in astrologicis, & geographicis profiteatur. Hoc votum apud te & de te Elisabetha, eo sanctius concipio, quia Anglia doctissimos innumerabiles, sed & regibus etiam ipsis quosdam mathematicos habuit, Ethelstani nempe regis astrologicum opus in vestris annalibus compertio. Quid verò orationis tuae in Academia cantabrigiensi conspectis majorum tuorum magnificis gymnasiis, gemitus ille generosum Caesaris animum verè referens (*At nihil tale feci*) Quid illa in doctissimo conventu eximii operis & ad perpetuam nominis tui memoriam monumenti promissio: nonne palam loquantur & proclamant potius, Optate à regina singulare aliquod ingenuis literis ornamentum, cumulatè ac magnificè præstabit. Itaque opto regios reginae Elisabethae in Academia & cantabrigiensi & oxoniensi mathematicos professores, qui sempiterna praeclarissimi beneficii laude memoriam tuam extolvent. Toletani Elisabetham reginam astronomicis tabulis prædicant: imò verò Angli reginae in suis Academiis collegia perinde ut regia concelebrant, ut Anglorum reginae cum regibus de gloria literarum certasse videantur. Angli igitur Eli-

tur Elisabetham reginam regali mathematicarum professionum honore prædicabunt & celebrabunt. Neque dubito quin factum prober ac laudet Nestor ille tuus Guilielmus Cæcilius non solum quia cantabrigienfis Academiae cancellarius est, sed quia patriæ amantissimus. Neque tu Dee aut tu Aconti tantum reginæ decus contemneris. Enimverò vicini Scotiae reges insulae communem gloriam facere contendunt. Maria regina est ingenio variis & naturæ & doctrinæ dotibus ornata: Ornatum verò sororis reginæ Jacobus Steuartus Moravia comes, si discipuli quondam nostri insignis & probitas & prudentia mihi bene perspecta est, cum cæteris ornamentis, tum mathematicis hisce gemmis perlibenter augebit. Sed cohortationis hujus, Georgi Buccanane, partes tue sunt, ut in Academia præcipue andreana ad professiones linguarum, latinæ, græcæ, hebraicæ, Philosophiæ, Medicinæ, Jurisprudentiæ, Theologiæ, adjungantur mathematicum professores duo, & liberalium artium quondam solæ, certè principes ac reginæ regium stipendium regiumque honorem tua persuasione cõsequantur. Poëta es Europa tota clarissimus, cantatis præsertim suavissimo sono divini vatis carminibus: At mihi crede, jam carmen istius persuasionis carmine luculentius nullum abs te cantari potest. Bassantinus Scotus Francis Euclidem fruendum dedit, dabit & libentius Scotis. Sed mathecos amore digredior ab instituta historia longius, domum redeo. Plato mundum universum mathematicæ studio per deliacum illud duplicandi cubi problema incendit atque inflammavit. Philoponus scribit Platoniorum commentationes de cubi duplicatione periisse, quod in interprete Græcorum interpretum doctissimo & *μαθηματικῶν* valde miratus sum. Extant enim apud Eutocium sententiæ duo decim summorum mathematicorum, quarum prima & ingeniosissima est Platonis, cujusque micrographus ad duas medias protinus inveniendum, singularis est: Mathematicæ itaque laudis principatus tum penes unum Platonem fuit. Sed principatus in eo maxime excelluit, quod è Platonis ludo, vel certè consortio quodam & contubernio, tanquam ex equo trojano innumerabiles mathematicæ philosophiæ principes exierunt. Tredecim Platonis familiares à Proclo deinceps commemorantur, quorum studiis mathematica sit absoluta. Hinc Leodamas Thasius, Archytas Tarentinus, Theætetus Atheniensis, à quibus mathemata sunt amplificata, *ἢ διὰ τὴν ἀπλοῦς καὶ οὐκ ἀπλοῦς*, & in accuratiorem & magis scientificum statum adducta, inquit Proclus. Logica laus illa fuit ante in Thalete & Pythagora mathecin facere *καὶ ἀπλοῦς καὶ ἀπλοῦς*. Ita nunc in Academia Platoniorum logica est *ἐν τῇ ἀπλοῦς καὶ ἀπλοῦς* erigere. Leodamas Thasius à Platone didicit analyseos modum, de quo dixi, perque analysim multa in Geometria reperit, ait Laertius, & Proclus ad 1 p. 1. Archytas Tarentinus Pythagoreus nobilis, alter Platonis in mathematicis, post Theodorum magister, vel certè socius & confors fuit. Platonem enim ferunt, ait Cicero, ut Pythagoreos cognosceret, in Italiam venisse, in ea cum aliis permultos, tum Archytam Timæumque cognovisse & didicisse Pythagorea omnia. Archytas verò scripsit, cum alia mathematica, tum imprimis illam

illam cubi duplicationem per semicylindrum, cuius demonstrationem Euto-
cius integram habet. Verumenimvero mathematicus iste unus verè parens ma-
thematicæ disciplinæ dici meritò haberique potest, qui non genuit tantum, sed
aluit atque exercuit. Primus enim singularem mathematicæ fructum aggressus,
mechanicam mathematicis principiis usus artificiosè tractavit, primusque mo-
tum organicum in figuram geometricam adhibuit: unde & lignea columba ab
eo facta volasse apud Gellium prædicatur: ita scilicet libramentis suspendeba-
tur, & aura spiritus inclusa atque occulta concitabatur: Ex eodem illo mechani-
cæ & organicæ fonte orta sunt αὐτόματα Dædali & similium artificū, fabulis poë-
ticis, propter artis occultam facultatem similia. Notum enim illud poëtæ nostri:

Dædalus, ut fama est, fugiens minoiæ regna,
Præpetibus pennis ausus se credere cælo,
Insuetum per iter gelidas enavit ad arctos:
Chalcidicaque levis tandem superaslitit arce.
Redditus his primum terris tibi Phæbe sacrauit
Remigium alarum, posuitque immania templa.

Talia igitur Dædali signa illa sunt in Menone Platonis, eo artificio facta, ut
nisi revincta sint, aufugiant: Tales Vulcani tripodes apud Homerum 18. Iliad-
dos, qui rotis interioribus acti, spontè prælietur, commissoque prælio domum
redeant. Sic enim poëta loquitur:

Τὸν δ' εἶς ἰδρῶντα ἐλίσσόμενον περὶ φύσας
Σπύλοντα, τρίποδας γὰρ εἰνέουσι πάντας ἐτευχεῖν
Ἐσάμεναι περὶ τοῖχον εὐσταθίως, μέγ' ἔροιο.
Χρῆστα δὲ σφ' ὑπὸ νύκλα ἐνάσσει πνυμένι θῆναι,
Ὅφρα οἱ αὐτόματοι θέον δύνοντα ἀγῶνα.
Ἡ δ' αὖτις πρὸς δῶμα νεοῖατο θαῦμα ἰδέσθαι.
Quæ ad verbum ita sunt.
Hunc autem invenit sudantem versum circa folles
Properantem: lebetes enim viginti omnes fabricaverat
Stare circa parietem firmæ domus:
Aureas autem ipsis sub rotas unicuique fundo posuerat,
Ut ei per se divinum ingrederentur certamen,
Et iterum ad domum redibant, mirabile visu.

Hæc Dædali & Vulcani αὐτόματα primo politico ab Aristotele repetuntur. Ve-
rum ad Archytam redeo. Hic mathematicus non solum mathematicæ usum lu-
dicris oblectamentis adhibuit, sed in patriis bellis, quinque enim copiis ci-
vium suorum præfuit, & quinque vicit. Quinetiam, si quid Vitruvius in proœ-
mio libri septimi creditur de machinationibus, geometriam mechanicam & or-
ganicam conscripsit. Quare magnus mathematicus Archytas fuit, non solum
ob insignem matheos scientiam, sed ob eximiam scientiæ utilitatem. Itaque &
Horatius 1. Carm. tanquam de eccellente mathematico dixit,

Te maris & terre numeroque carentis arene

Mensorem

Meusorem cohibent Archyta.

Theætetus verò Atheniēsis magnæ famæ in Astrologia præsertim fuit, à quo etiam primò inscripta esse dicuntur illa quinque solida, quæ primus Pythagoras invenerat. Magnus verò imprimis est Theætetus Platonis commendatione in dialoگو Theæteti nomine inscripto: in cuius initio magnæ laudes Theæteti continentur. Sed Leodamanti, Archyta, Theæteto vicini fuere Neoclides, ejusque discipulus Leo. Neoclidis nomen tantum famaue celebratur: Sed discipulus Leo, quantus magister fuerit, facile declaravit. A Leone modus est inventus, quo problema statueretur possibile vel impossibile. Logica naturalis fuit in Cratisto antea istius acuminis & subtilitatis. Modus verò in mathematicis elementis traditur, de quarto proportionali 18, & 19 p 9, utrum possibile an impossibile: At hic modus in totis elementis generalis nullus est: & tamen si tanti judicii theorema ullum fuit, valde interfuit propositum esse. Sed Leo mathematicæ universa elementa conscripsit, τότε πάλαι ηγ' ηγεία πρὸ δειννυδίων ἐπιμελέστερον, tum usu demonstratorum accuratius. Auxit igitur Leo numerum elementorum: imò verò ad usum aptiorem reddidit: Logica Thaletis μάθησιν καθολικωτέρων, logica Pythagore ἀλλωτέρων καὶ νοιωτέρων: Logica Archyta ἐπιστημονικωτέρων fecit: Logica Leontis modo facit τῇ ἡγείᾳ ἐπιμελεστέραν. Quam laudem equidem permagnam esse judico. Thaletem, Pythagoram, Hippocratem mathematico ipso artificio celebramus: Archytam & Leontem etiam artificii fructu & usu: at ut fructus arborum radicibus, sic artium usus præceptis gratiores esse solent. Itaque mathematicum istum non solum de præceptis, sed de usu sollicitum imprimis admiror & suspicio. Leo igitur tertius mathematicæ philosophiæ non solum magister & doctor, sed scriptor Pythagora & Hippocrate usus laude perfectior & accuratior fuit. Secundus σοικαίῳ Leo fuit, & logicam hætenus novam attulit, non solum qua dijudicaretur possibile problema esset, an impossibile: sed quod præcipuè laudis est, qua Geometriæ usus facilius & expeditius tractaretur. Hos enim non tam doctores, quam exercitatores artis præcipuè laudo. Talis antea fuit unus Archytas, talis subinde erit Eudoxus. Eudoxus enim Cnidius æqualis superiorū, in arithmetiis magnus ad analogias à veteribus traditas alias tres adjunxit: imo si Scholiasta Græco creditur, totum in Elementis quintum librū de analogiis invenit: De quarum philosophicis demonstrationibus dicitur suo loco: doctrinā sectionū à Platone inchoatarum auxit, usus in hac inventione, Platonis analysi, ut antea usus est Leodamas, perque has lineas curvas, duplicationem cubi aggressus est, in qua deosimilem Eratosthenes Eudoxum postea faciet: hanc tamen duplicationem Eudocius, ne sua quidem recitatione dignatus est. Denique Geometriam descripsit, quam ex Archyta didicerat, & generalium theorematum numerum amplificavit. Logica videlicet illa fuit Thaletis, Pythagore, Archyte, Leontis: ita nunc Eudoxi mathesis generaliore facere. Hic astrologicas hypotheses ἀνελκυσσών revolventium sphaerarum primus reperit, ut ex Aristotele & Alexandro ejus inter prete perspicitur, posteaque perspicitur in Aristotele atque in astrologia doct.

C. Celsi

ctissimorum hominū iudicio (ait Tullius) facile princeps fuit, & ita Caesar apud Lucanum sensit, dum se Astrologiam Eudoxi emendaturum ita gloriatur,

Nec meus Eudoxi vincetur fastibus annus.

Differuit Eudoxus (ait idem Tullius) contra Chaldaeorum praedictiones de natali die. In quo ingenium Eudoxi imprimis suspiciendum arbitror, qui in istas vanitates invecus sit: ut enim plurima in physicis rebus, ut georgicis, medicis, nauticis, praedictio vera sit, plurima item est in spontaneis & consilio subiectis rebus fallacia praedictionis & impostura. Sed hac de re alias Eudoxum persequamur. Eudoxi nomine extant hodieque brevia *πραξιδια*, cum explanationibus Hipparchi. Sed enim, ut antea Archytas & Leo mechanicam & organicam, id est, Geometriam usum impensius coluerunt: sic & Eudoxus eidem studio maxime deditus fuit. Archytas enim & Eudoxus, ait Plutarchus in Marcello, mathematicas contemplationes ab animo & rebus in mentis intelligentiam tantum cadentibus ad rerum sensilium & corporearum exempla traduxerunt, Geometriam exornantes varietate demonstrationis non solum logicam, sed etiam practica, usum omnino Geometriae in vita permagnum esse docuerunt. *ὅτι πρᾶξις ἐστὶν μηχανική*, haec Geometriae facultas dicta est machinalis & instrumentaria. Verum indignatus Plato quod nobilissimam philosophorum possessionem in vulgus indicarent ac publicarent, & velut arcana philosophiae mysteria proderent, utrumque ab instituto deterruit. Quod factum Platonis equidem laudare non possum: nisi forte possum tam nobilis disciplinae contemplationem quidem otiosam laudare, fructum vero & usum vituperare, finemque artis improbare. Enimvero Plato divinae, quam ista penē muliebris zelotypia abs te in philosophiam inducitur. Sic pontifices, Romani, fastus quondam suos: sic theologi plerique nostri theologiam populo ignotam esse voluerunt. Romae, ait Dion in Tiberio, porticus maxima in alteram partem inclinabat. Architectus quidam contra omnium opinionem machinis erexit & in pristinum statum restituit. Tiberius admiratus opus, opifici invidit, pecuniaque remuneratum urbe expulit. Cumque aliquanto post Romam Architectus reversus impetranda venia gratia, vitreum poculum, veluti manibus forte elapsum collisumque coram Tiberio redintegrasset, Tiberius interfici iussit. Flexibile vitrum artifex ille fecerat: Tiberius necari iussit, ne ut Plinius 3. lib. cap. 26. auctor est, aris, argenti, auri metallis pretia detraherentur. Quid igitur, utrum Platonis morbus idem, qui imperatori? Vilesceret aurum, ait romanus, si vitrum flexibile malaeoque tractabile fuerit: ita modo philosophus, Vilescet philosophia, si mathematicis mechanicis opificum manibus exponatur. O' philosophum philosophiae amore aliquanto intemperantius captum atque incensum! At quanto melius ac rectius iudicasti, cum philosophos a schola & otio ad Rempublicam, a contemplatione artium ad ipsarum utilitatem exercendam cogendos esse dixisti? Fructum geometriae mirabilem afferunt mechanica & organica, & sine his humana vita, ferarum non hominum vita esset, ut secundo libro percipitur.

cipietur. Mechanicam & organicam Archytas & Eudoxus adamarunt: objur-
 gas utrumque tanquam facinus indignum faciant. Apagete, ais, desinite phi-
 losophiæ dignitatem contaminare, & quod philosophis proprium ornamen-
 tum est, cum imperitis opificibus cōmunicare. Atqui, inquam, mallem utrum-
 que ad mechanicam & organicam exercendum & celebrandum, pro tua singu-
 lari & autoritate & eloquentia cohortatus esses: usum enim mathematicæ mul-
 to uberiorem teneremus: nec creptus philosophis propterea suus honor esset,
 sed tantorum emolumentorum accessionibus esset amplificatus: Neque enim
 Geometria, ut verissimè Pappus in mechanica differuit, mechanicis operibus
 contaminatur, sed ornatur & honoratur, perfecta que tum mathematica esset &
 absoluta, quando perfectum & absolutum usum, id est, finem propter quem est
 inventa, consecuta esset, & tum philosophi tanti boni authores & doctores ju-
 stius observarentur & colerentur. Maxima igitur Platonis in mathematicis glo-
 ria fecidissimam ejusmodi maculam sibi aspersit. Verum perge, maximis virtuti-
 bus & maxima quoque vitia vicina sepe sunt. querimonia ista gravis est: con-
 quæsti sumus exclusas ē philosophiæ scholis & ejectas mathematicas artes: &
 Pythagoram Platonemque vindices appellavimus: modò conquerimur usum
 mathematicarum artium celari & occultari. Utrumque enim in philosophiæ
 schola volumus, & mathemata, & mathematicum usum. Agedum mathemati-
 cos reliquos prosequere. Amyclas Heracleotes Platonis familiaris, & Menech-
 mus Eudoxi discipulus, ususque Platonis consuetudine & frater ipsius Dino-
 stratus longè perfectiorem Geometriam reddiderunt: Amyclas tamen & Dino-
 stratus nomina sunt, ut antea Mamertinus Anaxagoras, Oenopides, Neocli-
 des Zenodorus. Quantum verò Menechmus valuerit in mathematicis, indi-
 cant sectiones conicæ ab eo repertæ, quibus duas medias invenit, cujusque in-
 ventio cæterorum inventionibus ab Eratosthene apud Eutocium est præposi-
 ta. Geometriam etiam videtur scripsisse, unde Proclus assumpsit omnia propo-
 sitionum genera problemata appellari. Hinc Theudius magnus vir in mathe-
 maticis, non solum in reliqua philosophiæ præstans, elementa nempe conscrip-
 psit, & ē peculiaribus veterum inventis, pleraque fecit universaliora, nec odio-
 sum sibi, nec invidiosum putavit Pythagoræ, Hippocratis Leontisque *σχεῖναι*
 corrigere & emendare, sed gloriosum fore judicavit tam nobilis disciplinæ ter-
 minos longè lateque propagare. Hæc logica Thaletis laus prima antè fuit, alia
καθολικώτερον, alia *ἀντιτικώτερον* explicans: Deinde Pythagoræ quod mathe-
 matica *ἐν ἀλλοῖς καὶ ἑτέροις* consideravit, tum Leodamantis, Archytæ, Theæteti, qui theo-
 remata *ἐν ἐπιστημονικώτερον ἑνέκῃ* adduxerunt. Deinde Eudoxi qui generalia
 theoremata amplificavit: Postremo Leontis, qui & multitudine & usu mathe-
 maticam *ἐπιμελεστέραν* fecit. Tertius hic igitur *σχεῖναι* in mathematicorum pa-
 trum ordine, tertium laudis hujus locum obtinebit. Et eodem quidem logi-
 cæ laudis argumento quod mathesim *καθολικώτερον* fecerit. Hinc etiam He-
 licon Cyzicinus Atheniensis iisdem temporibus, cum cæterorum mathe-
 matum, tum Geometriæ studio floruisse dicitur. Sic antea plerique nomi-

nati, nullis præcipuis inventis ornati. Hic (ut Plutarchus in Dione author est) cum minori Dionysio solis eclipsim prædixisset, in ingenti fuit admiratione, & argenti talento donatus est. Astronomica Ephemerides tum nullæ fuerant: Gloria ista Regiomontani postea prædicabitur. Hermotimus verò Colophonius à Theateto & Eudoxo præculta & præparata fecit ampliora: imò verò tanquam de ingenii industriaque laude cum Hippocrate, Leonte, Theudio certaret, *τοῖς ἑαυτοῦ* novam instituit, elementa multa reperit, & quosdam locos præscripsit: Curigitur *τοῖς ἑαυτοῦ* Hermotimus quartus habitus est: quia per se multa nova invenit, veterumque inventa fecit ampliora. Ergo quò quisque mathesim fecit magis universalem atque generalem, id est præceptis breviorum usuque faciliorem, eo maiorem laudis fructum tulit. Neque hic calumniæ vel obreclationis nomen audiebatur, sed discipulis & successoribus semper honestum & laudabile fuit magistrorum & superiorum doctrinam, emendatione, additione, conformatione meliorem facere. Quamobrem in elementorum mathematicorum patribus, Hermotimus nobis quartus *τοῖς ἑαυτοῦ* erit. Philippus Mendæus Platonis discipulus, ab ipsoque incitatus ad mathematicum studium, quæstiones ad Platonis expositionem instituit, omniaque sibi ad explicandum proposuit, quæ Platonis philosophiæ conducere arbitraretur, quæ laborem etiam Theon Smyrnæus postea suscepisse dicitur. Platonici Philippi Alexander Aphrodisæus in meteoris, & Vitellio meminit 65 p. 10, quod compererit materiam iridis in profundo irradiari, & observari opticum illud iridis admirabile, quod insequens fugiat, fugientes insequatur. Atque omnes hi Platonici in Academiâ unâ convetsiti, & communibus inter se quæstionibus exercitati, mathematicam philosophiam ad perfectionem deduxerunt, ait Proclus. Ita Procli iudicio Platonis Academiâ mathematicum inventrix, vel altrix, certè perfectrix efficitur: istaque perïodus est tertia paulò plus ducentis annis comprehensa. In qua sit operæ pretium contemplari singularem præstantium ingeniorum emulationem, nulla quantumlibet excellentis magistri doctrina contentorum, quin melius, perfectius, fructuosius semper aliquid speraret & exquirerent. Pythagoras, ut hunc etiam tanquam *τοῖς ἑαυτοῦ* numerem, in formulam liberalis disciplinæ mathematicas artes conclusit; easque juventutî cognoscendas & fruendas exhibuit. Laus egregia est Pythagoræ. Hippocrates istam laudem æmulatus, elementa demonstrationibus exornata, descripsit & publicavit, indeque gloriam permagnam est adeptus. Leo tertius in isto curriculo superioribus parta ingenii præmia, nō illa quidem eripuit, multitudine tamen Elementorum maiore usuque ampliore, maiorem quoque & ampliorem palmam obtinuit. Nec tamen propterea quartus Theudius, quintus Hermotimus de contentionis suæ remuneratione desperarunt, si prius illi metam attigisse viderentur, quàm hi è carceribus essent emissi. Theudius veterum commentationes in altioris scientiæ gradum extulit, totaque elementa clarius & elegantius explicavit: Hermotimus accuratius exploravit, novisque inventis locupletavit. Ergo

— Sunt hîc etiam sua præmia laudi.

Denique

Denique in istorum hominum mentes, invidia, calumnia, malevolentia mentio nulla suspiciove incidit: amor de liberalibus doctrinis bene merendi ardor mathematicas artes absolvendi ac perficiendi tantum accendebat. At qui periodus ista est, in qua putat Proclus mathematicam in numeris & figuris inventam & perfectam fuisse. Magna tamen & longa variarum accessionum ab Academicis illis successio numeratur, ut Proclus nobis interdum *ὑπερβολὰς* loqui videatur. Xenocrates enim scripsit de numeris & numerorum contemplatione libros duos, de geometria duos, de geometricis rebus quinque, de astrologia sex: & magistri Platonis illud artem tenuit *ἡ δὲ ἀρετὴ μέρη τριῶν εἶσιν*. Natum quidam mathematicum imperitus auditor ejus esse velle: Abi (inquit) *λαβὲς γὰρ οὐκ ἔχεις φιλοσοφίας*, anas enim philosophia non habes. Sed Aristoteles Xenocratis condiscipulus multa nominatim mathematica opera conscripserat, ut mathematicum, mechanicum, opticum, musicum. Ptolemaeus opticam Aristotelis habuit, eamque copiosam fuisse testatur. Simplicius in Categoriis Geometricos ab Aristotele libros & mechanicos appellat: itemque plurima de Pythagora & Archyta philosophia *περὶ στοιχείων*, in quibus par est credere *στοιχεῖα* aliquam mathematicam fuisse: & geometricos illos Simplicii libros *στοιχεῖα* ista complexos esse. Mechanica adhuc extant superiore anno a nobis publice exposita: attribuitur item de lineis individuis liber, sed falso, cum satis e lectione appareat esse interpretis cuiusdam, nec admodum eruditi. Scripserat tamen librum aliquem in hoc argumento, ut antea patuit adversus Anaxagoram. Neque minus *ἀγνοούμεντος* auditor Aristoteli quam Platoni vel Xenocrati displicuit: testis est auscultatio matutina, ad quam nemo admitteretur nisi cuius elementa prius explorata essent. Ergo Aristotelis iudicio *στοιχεῖα* reliquam philosophiam physicam & politicam antecedit necesse est: Secus in philosophia scholam nemo admittatur. Tam sanctum fuit Platonis omnibus principia philosophiae in mathematicis elementis constituere. Aristotelis vero liberum illud vereque philosophicum ingenium hic imprimis veneror animo, ac mente suscipio. Plato dehortatus est Archytam & Eudoxum, ne mechanicam in vulgus ederent: Aristoteli autem dehortatio illa, cohortatio fuit: Nec Platonis auctoritas apud philosophum plura fuit, quam publica rerum utilitas. Itaque mechanicam docuit, literisque proditam publicavit, eaque laude Platonem, Archytam, Eudoxum magnifice superavit. Sed Aristotelis mathematici amoris ardorem astrologica praecipue demonstrant. Astrologia apud Graecos exilior adhuc erat: hypotheses quas Eudoxus primus invenerat, cum Callippo Aristoteles correxit, ut in libris de celo Graeci interpretes prodiderunt. Et certe Aristoteles in quaestione de numero sphaerarum caelestium duodecimo philosophiae libro haesitans, & ad Astrologos tanquam iudices idoneos recurrens, non alias hypotheses quam Eudoxi & Callippi & suas de concentricis orbibus numeravit: neque tamen sibi satisfecit, ut & illic, & in problematis de altitudinis differentia significatum est. Itaque ad primum illum mathematicae philosophiae fontem, recursum est. Alexander Asiam tum fulminabat, & Callisthenes

pro Aristotele datus Alexandro, monitus est, ut si Babylon caperetur, Astrologia Babyloniorum à Chaldaeis exquireretur, atque in Græciam mitteretur. Hac enim opima orientis spolia à philosopho expetita sunt, & certè Babylonis illæ de quibus jam dixi observationes annorum 1903. ad Aristotelem à Callisthene missæ memorantur. Quare summa, & vix credibilia Aristotelis studia in mathematicas artes agnoscimus. Verumenimverò necesse est in isto philosopho & mathematico, querimoniam de mathematicis à philosophico studio seculis renovare. Aristoteles omnium philosophorum qui sunt, qui fuerunt, liberissimus in philosophia, & veritatis amantissimus fuit. Veteres logicos, mathematicos, physicos, ethicos acerrimè exercuit: neque omnino philosophum iudicavit, nisi scientiæ, veritatis, sapientiæ non custodem duntaxat integrum & fidelem, sed adversus omnes propugnatorem ac vindicem. Pythagoras neminem philosophum futurum putavit, nisi qui mathematica primum percepisset. Plato ἀγεωμετρήτους ab Academiā repulit. Quid Aristoteles: quali iudicio in philosophiæ institutione fuit? An ἀγεωμετρήτων philosophiæ discipulum probavit? An in Lycei spatia & ambulationes admisit? Etenim si manibus Aristotelis placeret, Aristotelis philosophi inventi sunt, qui mathematica non modò ad Aristoteleam philosophiam minimè necessaria confirmarent, sed prorsus inutilia esse prædicarent. Verum est. Scientia, ajunt, non habet inimicum præter ignorantem, neque porcis margarita luto pretiosiores solent esse. Verum quid si reviviscat Aristoteles, quid solidam feritatem, non ne de Lyceo flagris exterminandam præcipiet? Didicit in Academiā Platonis mathematicas artes, & ab iis reliquas philosophiæ partes deductas deinde cognovit: Docuit similiter & scripsit mathematicas artes, & ab iis consequentes philosophiæ partes derivavit. Ecquo more futuro arbitramur, si scholæ suæ dignitatem atque honorem tam indignè tamque miserè contaminari videat? Sed ista labe Academiæ vindicanda nobis alio loco vehementius est: Si spectetur quæ fuerit mathematicarum progressio, σοιχαῖται deinceps ut ætatibus, ita laudibus σοιχαῖσται crevere. Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus: si usus σοιχαῖσται & utilitas cōsideretur, Archytas, Eudoxus, Aristoteles principatum sibi vindicabunt: auctoritate verò & nominis amplitudine Thales, Pythagoras, Plato superiores erunt. Sed mathematicam Aristotelis scholam persequamur. Aristotelis discipuli præcipuè duo hic effloruerunt, Theophrastus & Eudemus. Theophrastus libros reliquit de numeris duos, de historia geometrica quatuor, de lineis individuis unum. Sed & Eudemus historiam illam geometricam conscripserat, ut Laërtius ait, & citant Aristotelis interpretes, & in Archimede Eutocius: sed imprimis Proclus ipse in commentariis: scripserat etiam librum de angulis, qui citatur secundo Procli commentario. De hac tamen peripatetica schola, verbum in historia nullum Proclus fecit: eos saltè nominasset, unde historiam mutuatus erat, vel potius unde detruccarat. Sat is enim constat è plerisque locis per Aristotelis interpretes citatis, historiam mathematicam plenè & integrè ab Eudemo descriptam fuisse, cujus vix levia indicia à Proclo attinguntur. Quapropter

propter Aristoteles, & Aristotelis discipuli nullam philosophiam, nisi mathematicis fundamentis fundatam coluerunt. Aristaeus ante Euclidem, ut Pappus ait 5. libros de solidis scripserat, unde etiam Euclides assumpserat. Decimo autem quarto & decimo quinto comparatio quinque ordinatorum ex Aristaeo etiam nominatim repetitur, ut ab Isidoro quadam de laterum inclinatione, qui magnus magister & praestantissimus vir ab Hipsicle nominatur. Aristarchus ab Archimede citatus, graece apud nos est de magnitudinibus & intervallis solis & lunae: tamen istorum tempora nobis minus perspecta sunt. Meminerimus igitur mathematicam adhuc Procli sententia perfectam in Academia fuisse: cum tamen plurima deinceps a posteris inventa sint: *σοφιστικὰ* quatuor adhuc expositi sunt Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus: Quintus Euclides deinde a Proclo Platonice commemoratis paulo junior efficitur, & dicitur sub Ptolemaeo primo floruisse, eique etiam notus fuisse in Aegypto. Valerius tamen ait libri octavi capite decimo tertio conductores sacrae arae modum & formam ejus cum Platone conferre conatos, ad Euclidem Geometram ire jussos, scientiae ejus cedente, imo professioni. Sed Proclus Geometriae magister a Theophrasto atque Eudemo praesertim hac de re veritatem edoctus, sed Eratosthenes de quo mox in hac historia mihi verisimilior est, quam Valerius: nec duplicati cubi quicquam ad Euclidem, sed ad Platonem principem totum referri comperio. Nec Euclides in Elementis quicquam nominatim de duplicando cubo proposuit: alioqui tamen si haec vera essent, non taciturus. Itaque Euclidem Platone & Platonice juniorem a Proclo accipio. Utrum vero tantus auctor Euclides fuerit, quantum facere Proclus videtur, considerandum postea tertio libro fuerit: nunc historiam tantum propono. Quid igitur Euclides: quid in mathematicis invenit? Elementa, inquit Proclus, collegit, in iis quae pleraque Eudoxi composuit, pleraque Theaeteti perfecit, aliaque a veteribus negligentius demonstrata, demonstrationibus iis affirmavit, quae neque refelli, neque redargui possint. Magna laus Euclidis, si vera ista sunt, inchoata perficere, ex incertis certa facere, sed maxime omnium, indigesta componere. Hac (inquam) magna laus, quamvis nullius elementi inventum interea Euclidi tribuatur, sed expositio operis & exornatio. Ergo Euclides *σοφιστικὸς* hactenus efficitur a Proclo, ut sit elementorum non inventor, sed demonstrator, sed compositor: Quo jure superiores *σοφιστικὰ* omnes palmam sunt adepti & imposterum adipiscuntur, si qui talem logici judicii prudentiam ad mathematicas instituendas attulerint. Quid tum? quae praeterea sunt hujus ingenii monumenta? Nominanter musica, optica, catoptrica, liber de divisionibus, ubi docuerat figuras quae secarentur in figuras similes vel dissimiles, ut Proclus ait ad 14 d. 1. *ψευδάρια*, id est mendacia, quales Aristotelis sunt elenchi. Atque hic *ψευδογραφία* liber optabilis quidem fuerit: ut enim mathefis veritates longè certissimas, ita *ψευδογραφία* habet multò fallacissimas: Ad duntur etiam a nonnullis *εὐκλείδης* & *Αὐτοπλάτης*, apparentia & data. Pappus

lib. 7.

lib. 7. Euclidi librum unum datorum tribuit: item 2. locorum ad superficiem, & 3. *πορματόρων*, id est corollariorum: Attribuitur etiam fragmentum de levitate & gravitate, quod tamen græcè videre nondum cōtigit. Hæc opera sunt & monumenta Euclidis. Præcipuè verò quispiam Euclidis Elementa admiretur, in quibus superiorum illorum Hippocratis, Leontis, Theudii, Hermotimi elementa omni genere laudis longissimè superavit, ait Proclus. Proindeque trans maria in Aegyptum usq; apud Ptolemæum regem celebris habitus est: *σοιχεύσεως* tamen Euclidæ rationem & viam videtur rex ille non probasse, neque Euclides ipse satis liberaliter regi fecisse. Rex enim Euclidem aliquando interrogasse fertur, num qua ad Geometriam via magis compendiaria esset, quam *σοιχεύσεως* ab eo composita: cui Euclides, Semita, (inquit) ô rex, ad geometriam regia nulla est: Quo responso videtur significasse viam elementorum à se compositorum esse latam, apertam, simplicem, directam & tanquam militarem, ideoque regiam esse: Semitam autem breviorē esse lubricam & ancipitem, neque ideo regiam. Sed istud problema tertio libro plenius edisseretur, Regine hac in re iudicium, an Euclidis *λογιώτερον* fuerit. Pergamus igitur. Qui deinde mathematici commemorantur: Euclidem sequuti sunt centum fere pōst annis duo mathematici insignes, ætatibus inter se aequales, Eratosthenes & Archimedes: ille ob excellentiam doctrinæ minor Plato vocatus est, eo que nomine regie bibliothecæ in Aegypto præfectus. E' scriptis ejus variis, poëticis, historicis, mathematicis, philosophicis nil extat, quod audierim, præter cribrum arithmeticum in Nicomacho, præterque harmonica quædam in Ptolemæo, & epistolam & epigramma cū mesolabio duplicandī cubi, quæ Eutocius recitat in secundo Archimedis de sphaera: Eas tati ingenii reliquias subjiciā in epistola & epigrammate.

REGI PTOLEMAEO ERATO

sthenes S.

E Veteribus tragicis, ut ajunt, quidā Mīnoa induxit Glauco sepulchrum exstruentem, auditoque quod undique centum pedum esset, cum parvum improbaret regalis sepulchri monumentum, dixisse, Duplum esto: cū autem cubi ignarus Architectus esset, duplicans crassitudine unumquodque latus sepulchri, videbatur erravisse: Lateribus enim duplicatis planum quidem quadruplum efficitur, solidum verò octuplum. Quærebatur itaque etiam à Geometris, quomodo datum solidum manens in eadem figura quispiam duplicaret: ac vocabatur tale problema' cubi duplicatio. Supponentes enim cubum, quærebāt ipsū duplicare. Cū mortales omnes diu multumque hæsitassent, primus Hippocrates Chius intellexit: quod si inventum esset, quomodo inter duas rectas lineas, quarum major minoris esset dupla, duæ mediæ proportionales sumerentur in continua proportionē, duplicaretur cubus. itaque difficultas in aliam difficultatem nō minorem conversa est. Aliquanto verò pōst ajunt Delios grassante morbo, secūdum oraculum duplicare quandam aram iussos, incidisse

incidisse in eandem anxietatem, tumque implorando Platonicos in Academia Geometras oravisse, ut quaestionem dissolverent. Cum igitur accuratè seipsos cohortati investigarēt, duabus datis duas medias assumere, Archytas Tarentinus dicitur per semicylindros invenisse: Eudoxus autē per lineas, quæ curvæ dicuntur. Atque his omnibus accidit, ut apodicticè quidem describerent, at manu atque opere exequi & in usum deducere non possent, præterquam paululum quiddam Menechmus, idque ægrè ac difficulter. Verum à nobis inventa quædam facilis organica, qua reperiemus duabus datis, non solum duas medias, sed quot quis jussierit. Hoc autem invento poterimus omnino datum solidum parallelogrammis comprehensum in cubum constituere, aut ex alio in aliud figurare, & simile facere, & augere observando similitudinem: itaque & aras & templa. Poterimus autem & humidorum mensuras & siccorum, verbigratia medimnorum metretam in cubum constituere, ac per ejus latus vasa dimetiri ipsorum capacia, quantū capiant. Quinetiam nobilis ista cognitio fuerit cupientibus augere catapultica, & organa lapides jaculantia. Necessè enim est omnino proportionaliter augeri & crassitudines & magnitudines, & perforationes & funium vias, iisque trajectos nervos, si cura consiliumque sit proportionalis augmenti. Hæc autem fieri absque mediarum inventionē non possunt. Hactenus est Eratosthenis epistola, demonstratio est in Eutochio de qua suo loco: Epigramma Græcum apponam reddamque ad verbum. ita redi

Εἰ κύβου ἐξ ὀλίγης διπλασίονος, ὦ γὰρ θεῖ, τέχερ
Φράξεται· τὸν σφελὺν πᾶσιν ἐς ἄλλο φύσει
Εὖ μεταμορφῶσαι· τὸ δὲ τοι παρὰ καὶ σὺ γε μάνδρην
Ἡ σείρου, ἢ νόλου φρέατος εἴρου κύτος
Τῇ δ' ἀναμετρήσαιο, μέσας ὅτε τέρμασιρ ἄνθρωις
Συνδρομάδας, διοςδῶρ ἐν τὸς ἔλγας κανόνων,
Μὴ δὲ σὺν' ἀρχύτειο δισμήχανα ἔργα κυλίνδρων,
Μὴ δὲ μενεχμείνις κωνοτομέειν τρίχδας
Δίξῃαι, μὴ δ' εἴ τι θεοειδέος εὐδόξαιος,
Κάμπυλον ἐν χαμμάϊς εἶδος ἀνὰ γράφεται.
Τοῖς δὲ ἐν πινάκιοις μεσόζαφα μύρια τέχνοις
Ρεῖά περ ἐν παύρου πυθμῶνος ἀρχόμηνος
Εὐκρίων πολλομάϊ πατήρ, ὅτι παιδὶ συνήμων
Πάνθ' ὅσα ἔχει μούσας ἢ βασιλεῦσι φίλα
Αὐτὸς ἐδωρήσατο, τόδ' ἐς ὕπερον, οὐράνιε θεῖ,
Καὶ σὺν ἤπρωρ ἐν σὺς ἀντιάσσει χερσός.
Καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοιτο, λέγοι δὲ τίς ἀνθεμαλεύσω,
Τὴν κυβευαίου τὴν τ' ἐρατοδίνιος.
Si cubum ex parvo duplum, ὁ bone, construere
Cogitas: solidam omnem in aliud naturam
Bene transformare: prætereā etiam si tu speluncam
Aut firum, aut cavi putei latam capacitatem

D

Sic men,

Sic mensus fueris, medios quando finibus extremis
 Concurfus duplicium intus sumpseris regularum,
 Neque tu Archytae difficilia opera cylindrorum,
 Neque Menechmeos coni secare ternarios
 Quaeseris, neque si qua deo similis Eudoxi
 Curva in lineis species adscribitur.
 Sed his in tabulis mesographa innumera construxeris
 Facile ex modico fundo incipiens,
 AEvi beati Ptolemæe, pater, quod puero convivens
 Omnia et musis et regibus chara
 Ipse dedisti, ille verò imposterum, celestis Iuppiter,
 Etiam sceptrum ex tua consequetur manu.
 Atque hæc quidem velut perfecta sint, dixerit quis votivam tabulam videns,
 Cyrenæi hoc est Eratosthenis.

Quapropter ista deduplicando cubo Eratosthenis geometria fuit aggreganda ad Thaletis, Leontis, Archytae, Eudoxi, Aristotelis mathematicam non solum veritatem, sed utilitatem: cum duplicati cubi usum tam studiose interpretetur in geodasia humidorum, siccorum, catapulticorum, puteorum, firorum, antrorum: Itaque tali duplicandi cubi inventionem, Eratosthenes sic affectus est, ut Thales antea & Pythagoras affecti sunt. Sed voluptatis affectionem elegantiore & illustriore sacrificio declaravit: Illi nempe immolatis bobus lætitiā suā uno die consecrarunt: hic, mentis sacrificium mente ipsa sempiternum fecit, tabulamque præclari inventi interpretem & nuntiam in templo deorum, ἀνάθημα scilicet ingenii sui perpetuum consecravit. Mathematicus igitur is Eratosthenes fuit, qui de duplicando cubo, id est de extrema summæ Geometriæ laude cum principibus certaret. Ad Archimedes venit, cuius vitam descripsit Heraclides, ait Eutocius, qui liber si extaret, jucundum nobis esset præstantis artificis imaginem à bono pictore expressam intueri: Colligimus tamen studiosè quidquid de tanti viri laudibus nobis è lectione præteritorum temporum in memoriam redierit. Voluit deus in omnibus artibus aliquam velut ideam singularem esse, quam omnes ejus disciplinæ studiosi ad imitandum sibi proponerent: ut in eloquētia, Demosthenem & Ciceronem: in medicina Hippocratem & Galenum: sic in mathematicis Archimedes. Fuit enim Archimedes ingenio ad mathematicam imprimis admirabili: studio autem paribus infinitis admirabiliore fuit: atque ita dulcedine sirenæ cujusdam geometricæ correptus, ut cibi & potionis cultusque reliqui immemor tota cogitatione atque mente mathematicis incumberet. Quin si quando à servis & ministris ad balnea duceretur, figuras in cinere describebat, lineasque in corpore peruncto digitis ducebat. Archimedes verò inventionem judicioque rerum singularum summus fuit: methodo tamen, & tota docendæ viæ perobscurus, quanvis Plutarchus valde facilem judicet, libris tamen ipsis obscuritas arguitur: Magnus in omnibus mathematicis disciplinis fuit. Pappus octavo libro

2 curia

[†] *Euclidis* author est Arithmeticam & Geometriam studiosè ab Archimede conscriptas esse. Arithmeticam ejus ad Zeuxippum citat libellus de numero arenæ: sed multò maximè declarant pleraque propositiones, ut in secundo de sphaera proportionibus numerorum demonstrata. Maxima enim propositio- num illarum subtilitas non nisi numeris explicatur. Quin pro Cluentio ora- tor cum dicit 64. millia sexdecim iudiciis esse divisa, hoc Archimedes, (ait) non potuit melius describere. Hic tanquam proverbio Arithmetica Archime- dis jaçatur. Verùm Archimedes non Arithmetica, sed Geometriæ gloria præ- cipuè commendatur, ad quam totam communiter atinet liber *περί σφαιρικών* *τόπων*, quem tamen nondum videre nobis licuit: ad Geometriam de planis spe- ciant dimensio circuli, tractatio volutarum: ad Stereometriam verò de solidis referuntur libri de sphaera & cylindro, de sphaeroidibus & conoidibus, qua- dratura parabolæ: Citantur etiam 3 p de quadratura parabolæ & 3 p de conoi- dibus & sphaeroidibus elementa conica, quæ ipsius fuisse videantur: hæc geo- metrica sunt: Sed labor in geometricis rebus Archimedi gratissimus fuisse dici- tur, de ratione sphaeræ & cylindri: Ideoque amicos oravit, ut sepulchro suo im- ponerent cylindrum sphaera comprehensum, præscripta ratione comprehen- dentis ad comprehensum, tanquam id geometricarum vigiliarum & inventio- num palmarium esset: quæ ratio demonstratur ad 33 p. i. de sphaera & cylindro. Atqui laboriosi inventi videlicet ea conscientia fuit, quæ fuerat antè in Thalete, Pythagora, Eratosthene, unde sacra & anathemata. Sepulchrum autem ipsum jam pridem nullum esset, nisi quinta in Tusculana immortalitati esset à Cice- rone consecratum. Commemorat enim Tullius illud Archimedis sepulchrum, cum de Dionysio Syracusanorum tyranno loquitur. Ex eadem urbe, ait, hu- milem homunculum à pulvere & radio excitabo, qui multis annis pòst fuit, Archimedes, ejus ego quæstor ignoratum à Syracusanis, cum esse omnino negarent, septum undique & vestitum vepribus & dumetis indagavi sepul- chrum. Tenebam enim quosdam senariolos, quos in ejus monumento esse in- scriptos acceperam, qui declarabant in summo sepulchro sphaeram esse posi- tam cum cylindro. Ego autem cum omnia collustrarem oculis (est enim ad por- tas Agrajanas magna frequentia sepulchrorum) animadverti columellam non multum è dumis eminentem, in qua inerat sphaera figura & cylindri. Atq; ego statim Syracusanis (erant autem principes mecum) dixi me illud ipsum arbi- trari esse, quod quærerem. Immissi cum falcibus multi purgarūt & aperuerunt locum. Quò cum patefactus esset aditus, ad adversam basim accessimus. Appa- rebat epigramma exelis posterioribus partibus versiculorum dimidiatis ferè. Ita nobilissima Græciæ civitas, quondam verò etiam doctissima, sui civis unius acutissimi monumentum ignorasset, nisi ab homine Arpinate didicisset. Hæc Tullius de Archimedis sepulchro, deque sphaera & cylindro, rationeque utrius- que senariolis comprehensa. Verumenimverò geometrica laus Archimedis usu & utilitate rerum multo illustrior fuit quàm scientia. Vetus illa jam inde à Platone mathematicis perversa & præpostera opinio fuit, mathematicæ usum

D 2 non esse

non esse vulgo communicandum, sed ad philosophiæ auctoritatem, tanquam Palladium aliquod in arce philosophica recondendum & custodiendum. Sic Archytas & Eudoxus à Platone deterriti, mechanicam & organicam colere desierunt. Sic Euclides fortasse Ptolemæo succinctorum & faciliorem viam requirenti, morosior fuit, dum negavit regiam ad geometricum studium semitam esse. Verum Archimedes, tametsi Platonis errore imbutus, contemplationem Geometriæ, si Plutarcho creditur, longissimè anteponebat usui, attamen roganti Hieroni Siciliæ regi, multo gratior & humanior fuit, quàm Euclides Aegyptio regi antefuerat. Nam cum Archimedes coram Hierone de præstantia Geometriæ differeret, fiduciaque artis iactaret paradoxum illud, de quo Plutarchus in Marcello, & Synesius in epistolis, & Pappus in mechanicis & Tzetzes, Datis viribus datum pondus tollere: ac si mundus alteram terram haberet, ut Democriti decreto ferebatur, hanc illuc posset adducere: vel ut apud Pappum est, *Δείμι (φυσὶ) πᾶς γὰρ, καὶ τὸν τῆς γῆς.* Da mihi (inquit) ubi consistam, & movebo terram: cum inquam, id iactaret Archimedes, rex geometricam admiratus, rogavit, ut tantæ confidentiæ periculum faceret. Quapropter Archimedes emptam è navibus regiis unam & in siccum litus eductam graviusque oneratam, solus machinis suis ad se perinde pertraxit, ac si in mari velis remisque moveretur: contra postea simili Geometriæ facultate Alexandrinam ejusdem regis navim è littore in mare deduxit, quod omnes Siciliæ vires non potuerant, ut apud Athenæum est lib. 5. cap. 7, & apud Proclum lib. 2. cap. 3. Et apud Tzetzem Archimedes, triaspasto manu læva & sola, quinquies millenum modiorum pondus attraxit: Quibus ingenii miraculis rex permotus dixit, Archimedi quidlibet affirmanti credendum esse, tanquam tali artificii nihil posset esse difficile. Itaque & Archimedes oravit, ut tantisper à studii geometrici meditatione ad exempla rebus humanis necessaria animum abduceret: atque inde machinæ illæ existerunt, quibus Syracusæ postea adversus Marcellum ab ipso machinatore ita defensæ sunt, ut in illa oppugnatione Briareus & centimanus appellaretur à Romanis, tanquam poetæ fabulis celebratos gigantes, vel Jouem potius ipsum viribus æquaret. Ut enim Juppiter fulgure tonitruque terret orbem terrarum: sic Geometra unus suis tormentis & machinis tantum exercitum perculit. Oppugnatio urbis propugnatioque à Græcis Polybio & Plutarcho, sed parcius à Livio memoratur his verbis; Inde terra marique simul coepta oppugnari Syracusæ, terra ab Hexapulo, mari ab Acradina, cujus murus fluviū alluitur, & quia, sicut Leontinos terrore, ac primo impetu ceperant, non diffidebant, vastam disiectamque spatio urbem parte aliqua se invaduros, omnem apparatum oppugnandarum urbium muris admoverunt. Et habuisset tanto impetui coepta res fortunam, nisi unus homo Syracusis ea tempestate fuisset. Archimedes is erat, unicus spectator cæli siderumque, mirabilior tamen inventor ac machinator bellicorum tormentorum operumque, è quibus ea quæ hostes ingenti mole agerent, ipse perlevi momento ludificaretur. Murum per inæquales ductum colles pleraque alta & difficilia aditu summissa quædam ut quæ planis

„ planis vallibus adiri possint, ut cuique aptum visum est loco, ita omni genere
 „ tormentorum instruxit. Acradinæ murum, qui ut antè dictum est, mari allui-
 „ tur, ex quinquere milibus Marcellus oppugnabat: ex cæteris navibus sagittarii
 „ funditoresque & velites etiam, quorum telum inhabile ad remittendum impe-
 „ ritis est, vix quinquam sine vulnere consistere in muro patiebantur: hi quia spa-
 „ tio missilibus opus est, procul muro tenebant naves, funtæ, aliæ binæ ad quin-
 „ queres, demptis interioribus remis, ut latus lateri applicaretur, cum exteri-
 „ ore ordine remorum, velut naves agerentur, turres contabulatas machinamen-
 „ taque alia quatiendis muris portabant. Adversus hunc navalem apparatus,
 „ Archimedes variæ magnitudinis tormenta in muris disposuit, in eas quæ pro-
 „ cul erant naves, saxa ingenti pondere mittebat, propiores levioribus, eoque
 „ magis crebris petebat telis: postremo ut sui vulnere intacti tela in hostem inge-
 „ rent, murum ab imo ad summum crebris cubitalibus fere cavis aperuit, per-
 „ que cava pars sagittis, pars scorpionibus modicis ex occulto petebant hostem.
 „ Quæ propius quidem subbant naves, quo interiores ictibus tormentorum ef-
 „ sent, in eas tollendas desuper murum eminentem ferrea manus firmæ cathenæ
 „ illigata, cum injecta prora esset, gravique libramento plumbi recelleret ad so-
 „ lum, suspensa prora navim ad puppim statuebat, dein remissa subito velut ex
 „ muro cadentem navim cum ingenti trepidatione nautarum ita undæ afflige-
 „ bat, ut etiam si recta recideret, aliquantum aquæ acciperet. Ita maritima oppu-
 „ gnatio est elusa, omnisque vis est averfa, ut totis viribus terra aggredierentur.
 „ Sed ea quoque pars eodem omni apparatu tormentorum instructa erat. Hic
 „ ronis impensis, curaque per multos annos Archimedis unica arte: natura etiam
 „ adjuvabat loci. quod saxum, cui imposta muri fundamenta sunt, magna ex
 „ parte ita proclive est, ut non solum missa tormento, sed etiam quæ pondere suo
 „ provoluta essent, graviter in hostem inciderent. Eadem causa ad subcundum
 „ arduum aditum instabilemque ingressum præbebat. Ita consilio habito cum
 „ omnis conatus ludibrio esset, abstinere oppugnatione atque obsidendo tan-
 „ tum arcere terra marique com meatibus hostem placuit. Hæc Livius. Quæ ea-
 „ dem Tzetzes & Plinius, & post Plinium Quintilianus lib. i. cap. 10, ubi de Geo-
 „ metria: Transeamus, ait, quod Archimedes unus obsidionem Syracusarum in
 „ longius traxit. Veruntamen quamvis tantum tanque singularem Geometriæ
 „ usum Archimedes singularibus exemplis & admirandis operibus ostenderit,
 „ propter quæ non humanæ, sed divinæ scientiæ laudem sit adeptus, hæsit tamen,
 „ si Plutarcho credimus, in illa Platonis persuasione, nec ullam mechanicam li-
 „ teram prodere voluit. Et Carpus Antiochenus apud Pappum libro octavo ait
 „ ab Archimede in mechanicis nil nisi librum de compositione spheræ editum
 „ esse: cetera mechanica scripta velut indigna contempsisse. Atqui utinam Ar-
 „ chimedi potius in mentem venisset, artium finem esse usum, non contempla-
 „ tionem, maximeque hominum ac certissimæ utilitati cōsulere maluisset, quam
 „ nescio cujus opinionis errori obsequi, habuisset enim posteritas præstantis in-
 „ genii non theoremata solum eruditionis altæ prorsusque reconditæ, sed ipso-

rum theorematum longè gratiorem humanæ vitæ & optabiliorem fructum. Denique Archimedes tantis miraculis attonita non suspiceret solùm, sed imitando proficendoque amaret & coleret. Hæc cæca Platonis ambitio, Geometriæ non solùm usum, sed scientiam ipsam penè perdidit. Nam quo tempore Geometriæ usus tenebatur, studium quoque Geometriæ cognitioque viguit. At postquam in scholis usus Geometriæ nullus tractatus est, Geometria despici paulatim & contemni cœpit, nec sesquimillesimo ab hinc anno litera ulla ad Geometriam addita est: imò de tot mathematicis authoribus antè commemoratis, quota pars tandem nobis est reliqua? Sed tamen Plutarchus de archimede mechanicæ contemptu considerandus videatur. Vitruvius enim inter machinationum scriptores Archimedes numerat, & nominatim 7. cap. 8. lib. citat Archimedes de librationibus aquæ, cujus schema sphaeroides Archimedi videatur. Nominatur & à Pappo liber *περί ὑδρομέτρου* de his quæ vehuntur aqua, qui liber hodieque corruptus latinè circumfertur, hoc anno Commandini diligentia castigatior prodit. Nominantur & à Pappo Archimedis *σφύρα* conjugata: qui mechanici operis titulus fuit, quo nomine & Tryphon apud Athenæum libro quarto commentaria de instrumentis nominavit. Sed ab Archimede mechanica ipsius bis appellantur 6 & 10 p de quadratura parabole: quibus tamen in locis isorropica videntur appellari, ubi mechanica multiplex instituitur. Et Tzetzes memorat inter Archimedis scripta mechanicam de Barulco, pneumatico & hydraulico & plerosque Archimedis libellos sibi lectos ait esse, unde Heron, Anthemius & omnis mechanographus hydrica & pneumatica, barulca thalassometra scripserunt: Itaque deridet eos qui affirmant ab Archimede mechanicum nil, præter unicum libellum scriptum esse. Plutarchum videlicet & Carpum ita redarguit. Veruntamen Archimedes geometra talis ac tantus fuit. Citantur à Theone primo lib. magnæ constructionis catoptrica Archimedis, in quibus mirabile & illud est memoratum à Galeno de temperamenti lib. 3. cap. 3, & repetitum ab Anthemio, cujus hodieque fragmentum habemus, & à Tzetze eodem loco ex Anthemio propositum: librum hac de re nominatim citat Archimedis *κατάπτρυγες τὰς ἐκείνας* speculorum incensiones, ut Archimedes speculo triremes hostium deusserit, & Maurolycus affirmat extare ad comburendum efficacissimum, formam dandam esse à parabola. Simile quiddam est à nescio quo autore, Gogava interprete conversum. Astrologiæ verò & reliquarum rerum, quæ vulgo mathematicis adnumerantur, quantam scientiam Archimedes habuerit, pleraque testimonia sunt, ut disputatio de numero arenæ è legibus Astrologiæ petita, ut liber ille à Carpo citatus de fabrica sphaeræ, ut scioterica, perque umbras corporum dimensiones indicantia, sphaeræ angulique ad solis magnitudinem visu deprehendendam, quæ ad Marcelum in arcua deferbat, quo tempore interemptus est: & ita à Livio Archimedes appellatur, unicus spectator cæli siderumque. Majus etiam hac de re Ciceronis testimonium est prima Tusculana. Nam cum Archimedes ait, Lunæ, Solis, quin

lis, quinque errantium motus in sphaeram alligavit, effecit idem quod ille, qui in Timæo Platonis mundum ædificavit deus, ut tarditate & celeritate dissimilimos motus una regeret conversio: Hanc sphaeram Claudianus vitream fecit, & his versibus cecinit,

Juppiter in parvo cum cerneret æthera vitro

Risit, & ad superos talia dicta dedit:

Siccine mortalis progressa potentia cure?

Jam meus in fragili luditur orbe labor.

Jura poli, rerumque fidem, legemque virorum

Ecce Syracusius transtulit arte senex.

Inclusus variis famulatur spiritus astris,

Et vivum certis motibus urget opus.

Percurrit proprium, mentitur signifer annum,

Et simulata novo Cynthia mense redit.

Jamque suum volvens audax industria mundum

Gaudet, & humana sydera mente regit.

Quid falso infontem tonitru Salmonea miror?

Aemula nature parva reperta manus.

Tales autem sphaeras Lutetia duas vidimus, non vitreas tamen, sed ferreas: alteram apud Ruellium medicum; & bellicis Sicilia rapinis huc allatam: alteram apud Orontium mathematicum professorem regium germanico bello similiter direptam: Sed quibus multo jam nobiliores in Germania prædicantur, de quibus postea. Astrologus igitur magnus Archimedes fuit, non arithmeticus aut geometra tantum. Latius etiam in physica partes æque ponderantia Archimedis penetrant, unde permixti cum auro argenti furtum deprehensum, ut est apud Proclum lib. 2. cap. 3. Sed Vitruvius libri 9. cap. 5. rem subtilius commemorat his verbis. Archimedis verò cum multa inventa & varia fuerint, ex omnibus etiam infinita solertia id, quod exponam, videtur esse expressum nimirum. Hiero enim Syracusis auctus regia potestate, rebus bene gestis, cum auream coronam votivam, diis immortalibus in quodam fano constituisset ponendam, immani pretio locavit faciendam, & aurum ad sacoma appendit redemptori. Is ad tempus, opus manufactum subtiliter, regi approbavit, & ad sacoma pondus coronæ visus est præstitisse. Posteaquā judicium est factum, dempto auro, tantundem argenti in id coronarium opus admixtum esse indignatus Hiero se contemptum, neque inveniens qua ratione id furtum deprehenderet, rogavit Archimedem, ut in se sumeret sibi de eo cogitationem. Tunc cum haberet ejus rei curam, casu venit in balneum, ibique cum in solium descenderet, anima advertit quantum corporis sui in eo insisteret, tantum aquæ extra solium effluere. Itaque cum ejus ratione explicationis offendisset, non est moratus, sed exilivit gaudio motus de solio, & nudus vadens domum versus, significabat clara voce invenisse quod quæreretur. Nam currens identidem græcè clamabat, εὕρηκα, εὕρηκα. Tum verò ex eo inventionis ingressu, duas dicitur fecisse massas æquo pondere, quo etiam fuerat corona, una nam ex

nam ex auro, alteram ex argento. Cum ita fecisset vas amplum ad summa labra insplevit aqua, in quo demisit argenteam massam. Cujus quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquæ effluxit. Ita exempta massa, quanto minus factum fuerat, refudit, sextario mensus, ut eodem modo, quo prius fuerat, ad labra aquareretur. Ita ex eo invenit quantum ad certum pondus argenti certa aquæ mensura responderet. Cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vase demisit, & ea exempta, eadem ratione mensura addita, invenit ex aqua non tantum defluxisse, sed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri massa esset quam argenti. Postea verò repleto vase in eadem aqua ipsa corona demissa, invenit plus aquæ defluxisse in argenteam, quam in auream eodem pondere massam, & ita ex eo quod plus defluxerat aquæ in corona, quam in massa ratiocinatus, deprehendit argenti in auro missionem, & manifestum furtum redemptoris. Hæc Vitruvius. Proclus tamen Geloni regi attribuit lib. 2. cap. 3. quod alii cum Vitruvio tribuunt Hieroni. Atqui ista de coronis archimedeæ latitia, Thaletis, Pythagoræ, Eratosthenis latitiam retulit, quam etiam Plutarchus apertius ostendit, dum Archimedes ait, tum veluti divinitus afflatum exclamasse illud *εὕρηκα*. Ergo matheseos afflatum illum novo genere Archimedes declaravit. Thales inventa adscriptione trianguli & circuli mathematicis musicis bovem immolavit. Pythagoras inventa ratione laterum trianguli rectanguli hecatomben immolavit. Eratosthenes inventa cubi duplicatione votivam tabulam cum epistola, demonstratione, epigrammate suspendit. Quid hic Archimedes inventa permisti auri atque argenti ratione, quid votive quid consecravit? animam certe corpusque, id est Archimedes totum. nec est, quam divinam mathesim aliquam tam insolenti specie portendere. Graves sunt nempe mathematicorum studiorum labores & magni, ideoque cum voluptatibus magnis compensari solent. Ex his igitur tam multis argumentis manifestum est variæ ac multiplicis scientiæ thesauros in uno Archimedis ingenio fuisse, propter quos etiam apud hostem Marcellum gloriam summam consecutus est. Edixerat enim Marcellus, cum civitas caperetur, ut Archimedes servaretur, & interemptum militari imprudentia, graviter tulit. Sic enim Livius: Archimedes memoriæ proditum est in tanto tumultu, quantum capta urbs in discursu diripientium militum ciere poterat, intentum formis, quas in pulvere descripterat, ab ignaro milite quis esset, interfectum, agre id Marcellum tulisse, sepulturaque curam habitam, propinquis etiam inquisitis, honori præsidioque nomen ac memoriam ejus fuisse. Sic idem fere Plinius lib. 7. cap. 37. Grande & Archimedi Geometriæ ac machinalis scientiæ testimonium M. Marcelli continet interdictio, cum Syracusæ caperentur, ne violaretur unus, nisi fecisset imperium militaris imprudentia. Ergo mortuo Archimedi mathematica etiam gloriosa apud hostem fuit: & quidem sic mihi persuadeo Marcello gloriosius futurum fuisse, Archimedes vivum, quam totam Archimedis patriam Romano imperio adjunxisse. Archimedis enim machinis nulla Marcello civitas inexpugnabilis,

gnabilis, nullus hostis insuperabilis fuisset: Annibal denique aut fugisset, aut Archimedis manibus Marcello victus esset. Verum ab Archimede divelli non possum, cuius facta singula hæc studiosius à nobis collecta sunt, ut tantum tamque excellentem mathematicum, quantum in me esset, non solum ab oblivione hominum vindicarem, sed modis omnibus studiisque cognoscendum & amplectendum persuaderem. Credat enim mathematicæ disciplinæ studiosus se plurimum profecisse, cui Archimedes plurimum placuerit. Hactenus historia Procli progressa est, & in uno Archimede conclusa. Quamobrem in græca periodo mathematicæ inventores & tanquam parentes adhuc enumerati sunt: è quibus quinque *πρωιόνται* nominantur, Hippocrates, Leo, Theudius, Heronimus, Euclides: Sed virtutis honore quodam nobilissimi sunt Thales, Pythagoras, Hippocrates, Plato, Archytas, Eudoxus, Aristoteles. At enim Archimedes unus

—Tantum supra caput extulit omnes,

Quantum lenta solent inter viburna cupressi.

Multi præterea mathematici nobiles fuere, ut Hipparchus Plinio nunquam satis laudatus, ut quo nemo magis approbaverit cognationem cum homine siderum: animasque nostras partem esse cæli, novam stellam & aliam in avo suo genitam deprehendit: ejusque motu, qua die fulsit, ad dubitationem est adductus, anne hoc sæpius fieret, moverenturque & ex, quas putamus affixas. Idemque ausus, rem etiam deo improbam, annumerare posteris stellas, ac sidera ad normam expandere, organis excogitatis, per quæ singularum loca, atque magnitudines signarent: ut facile discerni posset ex eo, non modò an obirent, nascerenturque, sed omnino aliqua transirent moverenturque, item an crescerent minuerenturque, cælo in hæreditate cunctis relicto, si quisquam qui rationem eam caperet, inventus esset. Ptolemæus Hipparchi mentionem se esse nullam facit, sine aliquo novo laudis titulo. Hipparchus verò duodecim libros de subtenfis scripserat, sicut alia pleraque, è quibus supersunt hodieque perbreves quædam explicationes in Arati & Eudoxi *φαινόμενα*, quæ quidam Eratosthenis esse suspicantur. Superest è veteribus & Apollonius Pergæus, qui egregiæ laudis encomio, geometra magnus appellatus est, & certè è præstantis ingenii monumentis ad elementa Euclidis adjecti sunt libri, decimus quartus & quintus ab Hypsicte contracti: in quibus Euclidis Geometriam multò altius extollere voluit: Ad hunc numerum aggregandi sunt, qui numerantur à Pappo libri septimi initio *περί επαφῶν* de contactibus l. 2. inclinationum lib. 2. rationis apotomes 2. spatii apotomes 2. locorum planorum 2. conicorum 8. quorum quatuor græcè manu descriptos habemus, nunc nuper à Commandino latinè redditos & explicatos: quos tamen Pappus idem ait ab Euclide antea fuisse inchoatos: Attamen Apollonius in eorum proœmio Euclidem nominatim carpit, velut inscium conicarum sectionum: nec ideo inventas ab eo medias proportionales duas: ac vix quidem unam satis feliciter. Hic igitur Geometra magnus inter Geometræ proceres erit, Aeneas Hierapolita compendium elementorum con-

E scripsit.

scripsit. Amphinomus, qui propositiones omnes mathematicas appellabat theoremata. Sed & geometris geometrici usus magistris & mechanicis duo precipue appellantur à Proclo Ctesibius & Hero. Ctesibius inter *haurientes in dno* mirandarum rerum artifices precipuus habetur à Proclo, sed tota historia à Vitruvio subtilius exponitur lib. 9. cap. 9. de inventoribus horologiorum. Sunt (inquit) ex aqua conquiritæ ab eisdem scriptoribus horologiorum rationes: primumque à Ctesibio Alexandrino, qui etiam spiritus naturales, pneumaticeque res invenit. Sed uti fuerunt ea exquisita, dignum studiofis est agnoscere. Ctesibius enim fuerat Alexandria natus, patre tonforeis ingenio & industria magna præter reliquos excellens, dictus est artificiosis rebus se delectare. Namque cum voluisset in taberna sui patris speculum ita pendere, ut cum educeretur, sursumque reduceretur, linea latens pondus deduceret, ita collocavit machinationem. Canalem ligneum sub tigno fixit, ibique trochleas collocavit, per canalem lineam in angulum deduxit, ibique tubulos struxit, in eos pilam plumbeam per lineam dimittendam curavit: ita pondus cum decurrendo in angustias tubulorum premeret celi crebritatem vehementi decursu per fauces frequentiam celi compressione solidatam extrudens, in aërem patentem, offensione & tactu sonitus expresserat claritatem. Ergo Ctesibius cum animadvertisset ex tactu celi & expressionibus, spiritus uocesque nasci, his principiis usus, hydraulicas machinas primus instituit. Item aquarum expressiones *autem autem* porrecti rotundationisque machinas, multaque deliciarum genera, in his etiam horologiorum ex aqua comparationes explicuit, primumque constituit cavum ex auro perfectum, aut ex gemma terebata: ea enim nec tereretur percussu aquæ, nec sordes recipiunt, ut obturentur. Namque æqualiter per id cavum influens aqua, sublevar scaphum inversum, quod ab artificibus phellos, sive tympani dicitur, in quo collocata regula, versatilia tympana denticulis æqualibus sunt perfecta: qui denticuli alius alium impellentes versationes modicas faciunt & motiones. Item alia regula aliaque tympana ad eundem modum dentata, quæ una motione coacta, versando faciunt effectus varietatesque motionum: in quibus moventur sigilla, vertuntur metæ, calculi aut tona proficiuntur, buccinæ canunt, reliquæque parerga. Hæc Vitruvius, aliaque plura deinceps eodem capite. Hoc idem Plinius. Laudatus est Ctesibius, ait lib. 7. cap. 37. pneumatica ratione & hydraulicis organis repertis. Meminit & Ctesibii Athenæus lib. 4. cap. 24. de musicis instrumentis, quorum inventorem Ctesibium facit, quibus omnibus admirabilem naturæ facultatem operæpretium sit intueri: Hippocratis antea mercatoris ingenium cum tonforis ingenio comparato & iudicato verum esse quod antea monui, herbas in pratis non magis à natura, quam artes in hominum ingeniis ingenerari. At non omnibus ingeniis ea natura est, factor, neque inquam,

— *Omnis fert omnia tellus.*

Sed Ctesibiani ingenii præclarum monumentum à Vitruvio de hydraulica machina altissimè aquam extollente pluribus verbis exponitur cap. 12. lib. 10. unde li.

unde licebit petere. Hæc tamen (ait ibidem Vitruvius) sola ratio Ctesibii fertur exquisita, sed etiam plures & variis generibus alia, quæ ab eo liquore pressioni bus coactio, spiritu efferre à natura mutatos effectus ostenduntur: uti merulae quæ motu voces edunt, atque engibata, quæ bibentia tandem movent sigilla, cæteraque, quæ delectationibus oculorum & aurium sensus eblandiuntur. Ergo (inquam) Ctesibius licet tonsor non magis doctoribus & magistris multis indiguit ad occultissima Geometriæ mysteria concipiendum, quam Hippocrates antea indiguerat: horologia, organa (quæ modò dicuntur) & in his lusciniæ cantantes, concertantes icunculas, cæteraque generis huius reperit. Quid Heron, qualis tandem mechanicus fuit? Certè cognomentum publicæ laudis consensum quendam indicat. Ctesibius licet tam mirabilis opifex, non appellatur tamen mechanicus, sed Heronis palma ista propria est. Hero igitur Mechanicus omnem Geometriæ varietatem, elegantiam, subtilitatem videtur persecutus esse. Studiosè vel curiosè potius Heronis opera nobis exquisita sunt, tandemque è variis bibliothecis collecta græcè & manu descripta *πνευματικὰ* integra, *αὐτοματὰ ποικιλιὰ* multis locis corrupta, fragmenta quædam geodetica: alia verò pleraque Heronis prædicantur, ut de machinis bellicis, earumque figuris eleganter descriptis, *περὶ βολοποιίας*, quod opus vel idem, vel affine est: mechanica dicuntur esse in Vaticana bibliotheca Romæ, & quidem latine etiam conversæ: Hic liber *μηχανικὴν εἰσαγωγὴν* ab Eutochio dici videtur 2. de sphaera: Geometria denique ipsa apud Diegum Hurtadum esse dicitur. Duplicatio cubi, quæ Geometriæ coronis summa est, in Eutocio integra legitur, eaq; à Pappo lib. 3. Theod. 7. præ cæteris approbatur. Itaque Hero videtur apud Proclum lib. 3. *σοιχεύτης* fieri. Quamobrem iste mihi imprimis placet author, qui Platonis Geometriam cum Archimedis mechanica, qui artem cum artis usu tam solerter atque industriè conjunxerit. Itaque ad Archytam, Leontem, Eudoxum, Aristotelem, Archimedes ad numero Heronem, & magnis illis mathematici & artificii & operis authoribus comparo. Sed Geminus logica in mathematicis facile par superioribus fuit, adeò ut Proclus non dubitaret aliquando Euclidis iudicio Gemini iudicium præponere. Libros geometricarum enarrationum sex conscripserat, à quibus plerisque in locis Proclus est adjutus. Præcipuè verò circa curvarum linearum species elaboravit, demonstravitque omnium omnino linearum tres tantum species similes esse, rectam, circularem, cylindraceam: Sed prima Gemini laus fuit è particularibus elementis universalia facere, qualem Thaletis, Pythagoræ, Archytæ, Leontis, Eudoxi, Theudii logicam antea fuisse commemoravimus. Neque verò Geometra tantum, sed astrologus & physicus hic author fuit, ejusque in phænomena & meteora isagoge fertur in quibusdam Italia bibliothecis asservari. Perseus ad idem cum Geminio de lineis curvis argumentum aggressus, tres illas species, parabolam, hyperbolam, ellipsium invenit. Gestiens igitur eadem læticia inventori contigit, quæ antea Thaleti, Pythagoræ, Eratostheni, Archimedi contigerat, idque versibus his est attestatum.

Τρεῖς γραμμαὶ εἰσι πάντε τοῖς ἀγίοις τὰς ἀστρονομίας

Ἐπὶ τῶν, τῶν δὲ ἐρευνᾶ δεικνύμενος ἰδιότατος.

E 2 Adver

Ad verbum autem ita sunt:

*Tres lineas cum in quinque sectionibus spirales inuenisset
Perseus, earum gratia demones propitiavit.*

Quarto igitur exemplo mathematicas voluptates experiamur, & innumera-
merabiles ejusmodi fuisse futurasque esse omnibus animis mathematicum serio
studiose credi par est, ita quoties diagramma laboriosius investigatum appa-
ruerit Archimedeum *εἰρημν* vel tacitis animis personet, propterea que votum
musis concipiatur. Philolaus, Plotinus, Porphyrius, Plutarchus, Posidonius in-
terdum à Proclo appellantur: Extant Plutarchi Mathematica problemata. Po-
sidonii nil præter nomen & citatos quosdam locos. Sphæram Posidonii 2. de
nat. Cicero his verbis commemorat, Quod si in Scythiam aut in Britanniam
sphæram aliquis tulerit, hanc quam nuper familiaris noster effecit Posidonius,
cujus singulæ conversiones idem efficiunt in sole & in luna & in quinque stel-
lis errantibus, quod efficitur in cælo, singulis diebus & noctibus, quis in illa
barbarie dubitet quin ea sphæra sit perfecta ratione? Item Menelaus Alexan-
drinus, qui vulgo in libris ex Arabico conversis Mileus appellatur, post Hip-
parchum sex de subtenis libros conscripserat: item sphærica in tribus libris,
quæ à Theone citantur, quæque hodie ex arabico per Platonem Tiburtinum
conversa sunt in manibus. Zenonis Epicurei geometrica quadam fuerant à Po-
sidonio refutata. Sosigenes à Iulio Cæsare, ait Plinius libri 18. cap. 25. adhibitus
ut annum ad solis cursum corrigeret. Ea tamen ipsa ratio postea comperto er-
rore correctæ est, ita ut 12 annis continuis non intercalaretur, quia cœperat sibe-
ra annus morari, qui prius antecederat. Et Sosigenes ipse tribus commenta-
tionibus, quanquam diligentior esset cæteris, non cessavit tamen addubitare
ipse semet corrigendo. Hæc Plinius de Sosigene, quo authore Cæsar dictator vi-
sus est quartam Astrologiæ sectam facere. Ptolemæus verò adversus Euclidem
appellatur in Procli commētariis: at quantus & quam celebris mathematicus?
Edita enim de cælestibus rebus volumina omnium superiorum ætatum secta-
rumque, quod de Aristotelis libris sæpe testatus sum, bibliothecam quandam
continent, sed via & arte ut credi par est, cōmodiore definitam & distributam:
Hipparchi nempe libros duodecim, Menelai sex de subtenis videmus ab eo
quinque theorematibus contractos esse: astrologia reliqua, astrologiam Aegye-
ptiam, Græcam, imò Latinam Cæsaris imperio subductam compendio pari
complectitur. Quadripartitum verò observationes Chaldæorum nominatim
appellat: Musica, apotelesmata, itinerarium stellarum, planisphærium, ana-
lemma, geographia, totidem nobilis ingenii decora sunt, & credi par est è ma-
thematicis nullum genus à tanto doctore non explicatum esse. Itaque cum Pto-
lemæus viderit Thaletem, Pythagoram, Archytam, Platonem, Aristotelem, Era-
tosthenem, Archimedem, cæterosque illos,

Permissos Heroas, & ipse videbitur illis.

Sed mathematicos reliquos breviter complectamur. Extant ab Eutocio de
duplicando cubo sententiæ Pappi, Philonis, Dioclis, Nichomedis, Spori, tan-
quam

quam summorum in mathematicis magistrorum. Sed ex his, quorum scripta superant, præcipuus est Pappus: deinde Theodosius de sphaera, de habitationibus, de diebus & noctibus: Diophantus cuius sex libros, cum tamē author ipse tredecim polliceatur, græcos habemus de arithmeticis admirandæ subtilitatis artem complexis, quæ vulgo Algebra arabico nomine appellatur: cum tamen ex autore hoc antiquo (citatur enim à Theone) antiquitas artis appareat. Scripserat & Diophantus harmonica. Nicomachus arithmetica, geometriam, musicam scripserat. Arithmetica libri duo publicati sunt. Geometriam ajunt esse Venetiis apud Diegum Hurtadum. Author hic antiquus etiam fuit: Nominatur enim à Pappo. Serenus cuius de sectione cylindri duos libros diu quæsitos possidemus, & hoc anno à Commandino conversos. Proclus ipse denique, licet logica leviter instructus, attamen eximius mathematicus fuit: certè libris & monumentis ejus recensendis libro fuerit opus, ita multiplices unius ingenii fortus memorantur. Geometricarum verò in Euclidem expositionum, libri quatuor diligentiam magnam testificantur. Atque utinam, ut in primum Euclidis librum industrius esse voluit, sic in reliquos parem industriam cōtinuasset: sed videtur aliis viam laboris indicare voluisse, laboris ipsius parte cōtentus fuisse. Astronomica de sphaera, de astrolabo, de hypothesis astronomicis in manibus hominum versantur. Tantus igitur mathematicus Proclus fuit. Fuit verò & Proclus alter à Zonara memoratus, qui non solum Archimedis inventa tenuit, sed ex sese nova quædam attulit. Suis enim machinis apud Byzantium classem hostium delevit: Urentia nempe specula ex ære fabricaverat, eaque de muro è regione hostilium navium suspenderat, in quæ cum solares radii incidissent, ignis deinde fulminis instar erumpens clasarios classemque combussit. Talis geometra fuit & Priscus ille apud Dionem in Severo, de quo in obsidio ne Byzanti historicus ita loquitur. Inerant nonnullis machinis harpagones, quas emittebant, retrahebantque celeriter. Harum navium atque machinarum magnam partem Priscus municeps meus fecerat, quam ob causam postea & reus capitis factus & absolutus est. Nam Severus cognita ejus arte, vetuit ipsum morte mulctari, ejusque opera deinceps, cum in multis aliis rebus, tum in Atrorum expugnatione est usus. Solæ enim machinæ, quas ille fecerat, non sunt à barbaris exustæ. Severus igitur ob artis excellentiam Prisco pepercit, ut Marcellus Archimedi parci jusserat, sed imperium Severi vivo Prisco salutare atque honorificum fuit: Archimedi tantum mortuo Marcelli imperium gloriosum accidit. Labet verò ad Proclum & Priscum adjungere Diognetum in exemplo non tam arte magno quam eventu mirabili. Diognetus fuerat Rhodius (ait Vitruvius libri decimi capite vicesimo secundo) architectus, & ei de publico quotannis certa merces pro arte tribuebatur ad honorem. Eo tempore quidam architectus ab Arado, nomine Callias Rhodum cum venisset, acroasim fecit, exemplumque protulit muri, & supra id machinam in carchesio versatili constituit, qua helepolim ad mœnia accedentem corripuit, & transtulit intra murum. Hoc exemplar Rhodii cum vidissent, admirati ademerunt Diogneto, quod fuerat ei

E 3 quotanz

quotannis constitutum, & eum honorem ad Calliam transtulerunt. Interea rex Demetrius, qui propter animi pertinaciam Poliorcetes est appellatus, contra Rhodum bellum comparando Epimachum Atheniensem nobilem architectum secum adduxit. Is autem comparavit helepolim sumptibus immanibus, industria laboreque summo, cusus altitudo fuerat pedum 125. latitudo pedum 60. ita eam ciliciis & coriis crudis confirmavit, ut posset pati plagam lapidis balaista immisi pondo 360. Ipsa autem machina fuerat millia pondo 360. Cum autem Callias rogaretur à Rhodiis, ut contra eam helepolim machinam pararet, & illam, uti pollicitus erat, transferret intra murum, negavit posse. Non enim omnia eisdem rationibus agi possunt: sed sunt aliqua, quæ exemplaribus non magnis, similiter magna facta habent effectus: alia autem exemplaria non possunt habere, sed per se constituuntur. Nonnulla verò sunt, quæ in exemplaribus videntur verisimilia, cum autem crescere coeperunt, dilabuntur, ut etiam possumus hinc animum advertere. Terebratur terebra foramen semidigitale, digitale, sesquidigitale: si eadem ratione voluerimus palmare facere, non habet explanationem: semipedale autem maiusve, ne cogitandum quidem videtur omnino. Sic item quemadmodum in nonnullis parvis exemplaribus factum appareret, in non valde magnis fieri posse videtur, non tamen eodem modo in maioribus id consequi potest. Hæc cum animadvertissent Rhodii eadem ratione decepti, qui injuriam cum contumelia Diogneto fecerant, posteaquam viderunt hostem perducere infestum, & inachinationem ad capiendam urbem comparatam, periculum servitutis metuentes, & nil nisi civitatis vasitatem expectandam, procubuerunt Diognetum rogantes, ut auxiliaretur patriæ. Is primo negavit se facturum: sed posteaquam ingenuæ virgines & ephebi cum sacerdotibus venerunt ad deprecandum, tunc est pollicitus his legibus, uti si eam machinam cepisset, sua esset. His ita constitutis, quæ machina accessura erat, ea regione murum pertudit, & iussit omnes publicè & priuatim, quod quisque habuisset aquæ, stercoris, luti, per eam fenestram, per canales effundere ante murum. Cum ibi magna vis aquæ, luti, stercoris, nocte profusa fuisset, postero die helepolis accedens antequam appropinquaret ad murum, in humida voragine acta confedit, nec progredi, nec regredi postea potuit. Itaque Demetrius cum vidisset sapientia Diogneti se deceptum esse, cum classe sua discessit. Tunc Rhodii Diogneti solertia liberati bello, publicè gratias egerunt, honoribusque omnibus eum & ornamentis exornaverunt. Diognetus autem eam helepolin reduxit in urbem, & in publico collocavit & inscripsit, Diognetus è manubiis id populo dedit munus. Hæc Vitruvius de helepoli Calliæ & Diogneti illa geometrici artificii quippiam habuit, hæc potius physici. Quapropter geometria mechanicos in Archyta, Eudoxo, Aristotele, sed mechanicos centimanos & Briareos, imo civitatis patriæque defensores & propugnatores in Archimede, in Proclo, in Prisco, Diogneto machinata est. At historia hæc infinita fuerit, & Græcos veteres è cetera periodo tantum mihi proposueram. In Theone itaque perorandi tempus esto: Euclidis virtutes antea descriptæ sunt. Theon videtur Euclidem longissimè

gissimé superasse, & σοχαιώτης ultimus fuisse. Etenim mathematica elementa, quæ Euclidi vulgò tribuuntur, videntur Theoni tribuenda. Nec enim ullius propositionis inventio inter Euclidis laudes à Proclo numeratur, sed demonstrationum accuratio explicatio. Cujus rei fidem amplissimam nactus sum, comparandis primo Elementorum libro Procli demonstrationibus cum Theonis qualibet demonstratione. Proclus ætate major Theonem minorem neque videre, neque nosse potuit. Proclus floruit proximo post Christum seculo, Theon fere quarto. Proclus veras Euclidis demonstrationes habuit, in quibus appellatur Euclides per excellentiam modò σοχαιώτης, modò γεωμέτρης, interdum suo nomine Euclides appellatur. Comparat igitur Theonis demonstrationes, quæ modò Theonis nomine leguntur, recognosces vestigia quædam euclid earum demonstrationum. Neque enim Grammatici, Rhetores, Logici, atque artifices omnino novi autem ullam sic immutare possunt, quin plurima communia retineant: Recognosces, in quâ, antiquæ Geometrix, sive Hippocraticæ, sive Leonitix, sive Theudix, sive Hermotimæ, sive Euclidæ, sive etiam Heronix nonnulla, sed & plurima immutata comperies, ceteroque judicio mathematicorum Elementorum demonstrationes non Euclidis, sed ut appellantur, Theonis esse judicabis. Sed ne qua hac de re dubitatio existeret, Theon ipse suas editiones in elementa nominatim citavit in commentariis in 1. lib. constructionis magnæ Ptolemæi. Theon igitur eodem jure elementa sibi vindicabit, quo sibi Euclides antea vindicaverat. Forma est causa, per quam res est, id quod est: forma itaque novus author, novus item author est essentia. Hac conditione atque lege quinque vel sex σοχαιώται continua successione ad ejusdem hereditatis possessionem adierunt, Hippocrati Leo, Leonti Theudius, Theudio Hermotimus, Hermotimo Euclides, Euclidi Hero successit atque hæres fuit: sic modò Theon Euclidi vel Heroni succedito, mathematicam possessionem cernito, & σοχαιώτης sextus vel septimus esto, itaque Theon ista laude tanto major est Euclide, quanto præstantior antiquis Euclides habitus est. Ptolemæum verò videtur longè alio loco Theon, quàm Euclidem habuisse: & Alexandrinus populari suo pietatem nescio quam præstitisse. Euclidis σοχαιώτης fuit: at Ptolemæi Astrologiam in astris ipsis collocaavit: testes sunt græce publicati doctissimi in Ptolemæum commentarii: testes astronomice tabulæ, quæ apud regiam fontis bellaquei bibliothecam custodiantur: è quibus omnibus planum efficitur Ptolemæum Theoni doctore longè præstantiorem visum esse. Itaque & Ptolemæus Astrologiæ regnum adhuc obtinuit. Euclides nominatur σοχαιώτης, sed revera ac veritate Theonis σοχαιώτης ista est. Demonstrationes optidorum Theonis item videntur esse, ut in optice idem Theon præstiterit, quod in Elementis: Zambertus παρρησία similiter ad Theonem autorem refert, & Valla διδαχὴν Theonis esse scribit, ut Euclidi præter inane nomen nihil admodum relinquatur: pleraque etiam alia, ut in Aratum, in Platonis etiam mathematicos locos, Theoni adscribuntur: Tot tantisque tamque locupletibus testimoniis admirabilis eruditio

eruditio comprobatur. Theonis igitur ingenio mathesis, mathematica elementa debebit, optica, *φανώμενα*, *ἀστρολογία*, astrologia denique firmamenta vel ornamenta debebit. Quapropter mathematicum Græci doctores & authores tot ac tantâ Thalete ad Theonem hunc in modum breviter propositi adscriptique sunt. Spero autem aliquem nostro exemplo excitatum recentiores mathematicos descripturum esse, ab eo que præcipue Frânciscum Fluffatam Candallam, genere quidem illustrem principem, sed mathematica gloria universæ Galliæ longe principem celebratum iri. Sed antiquos tantum mihi proposui. Quorum excellentes & dissimili genere laudabiles virtutes animadvertimus. Nam si mathematicæ institutionis compositio & conformatio spectetur, *Ἱπποκράτης* Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus, Eûclides, Theon principem fructum laudis ferent, si nobilitas mathematicæ scholæ & amplitudo perpendatur, mathematicum autoritas ad Pythagoram, Platonem, Aristotelem pertinebit, si, quod sumum est, mathematicum non solum scholastica veritas & libris demonstratio, sed popularis usus atque utilitas æstimetur, Archytas, Eudoxus, Eratosthenes, sed maximè atque altissimè supra omnes unus Archimedes in cælum ferendus erit. Quamobrem si tot talesque mathematici fato aliquo ab inferis in hanc lucem rediivivis corporibus excitati pro foribus tuæ basilicæ (Catharina Medicæ) adstarent, postularentque ut in auditorio regio perceptis studiis Grammaticæ, Rhetoricæ, Logicæ proximus antè Physicam & Politicam mathematicis locus esset & honos, neque juvenus, nisi mathematicis erudita ad Physicam & Politicam admitteretur, moveret opinor, præstantium personarum autoritas, & postulantium dignitas, rem per se justam atque optabilem facilius impetraret. Si ad hanc institutionem operam suam pollicerentur, ecqua animi reverentia audirentur & qua liberalitatis alacritate exciperentur & Dionysius ut prædixi, ignes tota Sicilia incendit Platonis unius adventu: quinam igitur tot Platonibus honores quamque novi exquirerentur & Adfunt verò ac penè oculis corporis cernuntur, audiuntur certè & agnoscuntur. Quamobrem tuæ jam hospitalitatis erit hospites majorum tuorum, hospites regum nostrorum, hospitio tuæ amplitudini consentaneo excipere.

PRO O E M I I M A T H E M A T I C I L I B R I,
primi, Finis.

P > RAMI SCHOLARVM MATHE-
 MATICARVM LIBER SECVNDVS.



PRIMUS Scholarum mathematicarum liber nobis adhuc fuit de mathematica primis inventoribus & authoribus, unde artis dignitas præstantiaq; intelligeretur: Sed duæ mathematicis artibus graves aduersariæ opponuntur, inutilitas & obscuritas. Hæc siquidem pestifera duplex opinio jampridem per animos hominum pervasit, persuasitque vulgo imperito mathematicas artes inutiles esse: hæc est prima mali labes. Deinde ut utilitatis nonnihil habeant, tamen per obscuras perque difficiles esse: quod malum etiam superiore perniciosius est. Ergo duæ istæ exitiabiles persuasiones ex animis hominum nobis evellendæ sunt, si mathematicas artes populares efficere contendimus: imò verò, si crimine inertiae liberari volumus. Quoties enim dum Euclidis Elementa prælegimus, reprehensi sumus à maledicis: quod nostræ professionis aliena, imò verò etiam incognita doceremus: quod in re inutili nimium studii atque operæ poneremus: Denique quod regis professionis otio abuteremur. Voces enim quotidianæ ac ferè perpetuæ ejusmodi fuerunt, quæ constantiam nostri studii non philosophiam, sed pertinaciam esse clamarent. Ergo his vocibus satisfiat, & de nostræ professionis fructu respondeatur. Professor eloquentiæ & philosophiæ factus sum, fateor. Mathesis, ajunt reprehensores nostri, philosophiæ professionis aliena est: Certè homines ita judicant, & philosophiam eam solam arbitrantur esse quam didicerūt. At Pythagoras, Plato, Aristoteles philosophiæ physicæ & politicæ principia in mathematicis statuerunt, & bellam istorum philosophorum sapientiam, sine capite, vel potius sine corde esse docuerunt. Cum igitur Henrico primum, deinde Francisco, tum Carolo Regibus profitendæ philosophiæ fidem dedi, truncam principis corporis parte sophisticam ad nostrorum reprehensorum fatuam calumniam nequaquam recepi, sed doctissimorum & omni philosophiæ laude facile principum judicio religionem meæ professionis obligavi. Nihil igitur alienum philosophiæ professionis facio, si via descriptis, usuque legitimo confirmatis Grammatica, Rhetorica, Logica, deinceps ex ordine Arithmetici & Geometriam persequor, & cum laborem sponte suspicio, quem ne mathematicus quidem professor quisquam ante me in regia cathedra susceperat. Primus enim mathematica Euclidis elementa ab initio ad extremum in regia cathedra prælegi, & alios docui, quod mihi persuaseram, quemadmodum nihil esset grammaticè compositum, quod à Grammatico explicari non posset, sic ratione & logicè nihil esse demonstratum, quod à logico retexi non posset: Denique Maronis sententiam illam veram esse,

— Labor omnia vincit

Improbis. —

Sed liber præmii hujus deinde tertius & ab eo mathematicarum Scholarum

F reliqui

reliqui libri, imo verò mathematicarum artium libri de laboris huius improbitate loquentur amplius. Verum, inquis, ignota tibi & antea nunquam audita profiteris. At, inquam, prima nobis ætas mathematicis studiis dedita fuit, & quinto abhinc ac vicesimo anno Arithmeticam, sex primos Euclidis libros, sphaeram in Mariano gymnasio publicè docui, & extat ex illo etiam tempore latinus Euclides epistola nostra commendatus. Non igitur mihi novam, & antehac inauditam disciplinam profiteor. Sed philosophos nostros simplices ac minimè malos familiariter admonere cupio, quam misere ætatem in sophismatis egerint. Attendant igitur singulares hi doctores, quid hinc respondeam. Aristoteles piscator, aucups, venator, apiarius, arator, in foro orator, rerum publicarum gubernator nunquam fuit. Quomodo igitur hominum istorum artes describere potuit? Hic homines ignari quantum solida logica in explicatione & tractatione artium omnium possit, attoniti obstupefunt, & Aristotelem tot artium scriptorem divinitus, ac nescio quo naturæ miraculo factum arbitrantur. Verum ista naturæ miracula, logica miracula fuerunt: totaque vis ista, facultatis logicæ fuit: materiam sibi ab opificibus vel opificum commentariis accumulata, genera generumque species fecernere: generalia generaliter, specialia specialiter suis locis atque ordinibus distinguere atque explicare. Artem igitur hanc Aristoteles habuit, faciendæ artis artium omnium longè maximam præstantissimamque: cuius imperiti, rerum licet ipsarum peritissimi, tamen artem instituere & componere nequeant. Quamobrem reprehensores nostri mirari desinant, quam facultate potissimum confusus, ad mathemata tractandum accedam. Aetatis bona pars, non in mathematis solùm, sed multo magis in logico illo fabricandarum artium instrumento, & poliendo, & acuendo, & modis omnibus exercendo nobis consumpta est. Neque mathematicis artibus illustrius ullum vel utilius argumentum optare potui, in quo Aristotelem illam logicæ facultatis excellentiam demonstrarem. Quare nec incognita nunc primùm aggredior, neque imparatus, neque inermis, neque rerum, quamvis maximarum difficultatibus animo inferior. Verum in re inutili, ajunt, nimium opera ponimus. Hic mihi venia deprecanda est, quòd de re apud eruditos omnes certissima, tamen tanquam Lutetia incerta dicere instituam: doctos & ingenuis artibus ornatos mihi faciles & placatos oro, mathematicum ignavis, proprioque ignorantia odio etiam inimicis respondeo. Mathematicæ artes, inquis, sunt inutiles. Quamobrem, inquam, aut quæ tandem persuasio hominibus mathematicas artes ignavas adeoque inertes esse persuasit? Vetus porro est à voluptuariis præsertim & mollibus philosophis repetita inutilitatis opinio. Aristippus siquidem, ut est 3. metaph. libro, mathematicas artes cavillabatur, quod nullam haberent demonstrationem boni, id est utilitatis, ut Syrianus interpretatur, quod iudicium totæ Epicureorum familiæ securæ sunt. Quin Epicurus ipse cum illa Platonis & Aristotelis non solùm ornamenta, sed mathemata contemneret, Polyanum familiarem suum Geometriam dedocuit, omnesque liberalibus illis artibus eruditos contumeliosè vexavit, ait Tullius. Atque utinam Aristippi & Epicuri

Epicuri tantum illi quondam fuissent, non etiam singulis aetatibus renascerentur. Virgilius Episcopus Salaburgensis in Germania pro concione dixerat antipodas esse. Bonifacius Episcopus Mogontinus homo tam *ἀντιπύρριος* quam Aristippus, quamque Epicurus, Virgilium crimine impietatis accusavit, quod antipodibus inducis, alius etiam Christus induceretur: iudicium deferretur ad Utilonem regem Bojorum. Bonifacius a Pontifice Zacharia, cujus nempe legatus esset, literas impetrat ad Utilonem, quibus Virgilius damnatus est. Hæc circa annum Christi 745 contigerunt, ut Aventinus author est in annalibus Bojorum. Neque verò hodie Bonifacii & Utilones vel Aristippi omnino atque Epicurei desunt, qui mathematicas artes non modò ut inutiles, sed ut impias calumniantur: tantumque consuetudinis semel inductæ vis per annos plurimos potuit, ut nullus in Scythia vel barbarie ulla tyrannus immaniolem potentiam usurpasse videatur. a tyrannis gravissimæ pestes illæ sunt hominum apud Platonem & Aristotelem, scholis interdicere, publicarum disciplinarum studia prohibere. Temporum verò hominumque ignorantia tyrannis animorum nempe crudelissima hanc eandem calamitatem in Gallia Academiis peperit mathematicas artes, non illas quidem nominatim accusando, sed prætereundo nullis neque præmiis neque honoribus dignando. Itaque cum vel optimus quisque civis leges & mores civitatis intueri debeat, nec in ulla reipub. parte dignitatem ullam mathematicis propositam videat, ecquid mirum, si juvenus patriæ ritum & consuetudinem secuta, mathematicas artes despiciat: ecquid potius non mirandum, si quis animus, supra istam lutulentæ persuasionis fecem elatus virtutem tanquam per se amabilem suoque fructu optabilem colat. Quapropter ea quæstio diligenter consideranda nobis est, consulendi mortales omnes & interrogandi, testesque ad hoc iudicium adducendi. Proclus verò licet Elementorum interpret & patronus, tamen hic non magnæ utilitatis interpret & patronus est. Sed tamen audiatur. Quem fructum tandem mathematicarum proficitur? Duplicem, inquam, facit Elementorum finem, alterum discipuli, alterum disciplinæ gratia. Discipuli causa finem mathematicæ facit, inchoare discipulum ad Geometriam breviter ac summatim informare, ad reliquas Geometriæ partes agnoscendum. In quo fine constituendo, Proclus valde factus est immemor immense laudis Euclidi attributæ, ubi contenderat Geometriam ab Euclide fuisse absolutam: Hic paulo parcius loquitur: ut Grammaticæ rudimenta pertinent ad reliquum, plenumque Grammaticæ fructum consequendum: sic *τοῦ γεωμετρικοῦ* Euclidis præparat auditorem ad integrum & cæteris paribus expletum & absolutum mathematicæ fructum. Itaque Proclus Arithmeticam & Geometriam in Euclide totam esse non putat. Alterum verò mathematicæ finem singularem Proclus & admirabilem è nescio quorum interpretum opinione constituit in quinque mundanarum figurarum cognitione, tetraedri, cubi, octaedri, icosaedri, dodecaedri: tanquam tallium figurarum constitutio, adscriptio inter se & comparatio tanti fuerit, ut mathematicæ tota utilitas, id est finis, consisterit, si hæc paucula teneas,

F 2 finemque

finemque mathematica sis consecutus, si scias illa corpora constituere, adscribere, comparare, quodque plura non sint ordinata, demonstrare. Hic enim Pythagoræ & deinde Pythagoreis theologia quædam arcana fuit, tanquam Deus de fabricando & architectando mundo cogitans, Pythagoreorum quinque corporum illorum Geometriam sibi, velut ideam proposuerit. Hæc enim Platonis in Timæo theologia est. Verum sacer ille Geometriæ finis ab Aristotele 8. cap. 3. lib. de celo vehementer exagitatus & labefactatus est, longeque gravius Proclus ipse est antea philosophatus, cum mathematicas artes popularis utilitatis causa repertas esse docuit. Arithmeticam tractandæ mercaturæ, Geometriam dimetiendæ terræ gratia, & à nobis suo loco theologia illa pro merito suæ divinitatis excoletur. Elementorum mathematicorum finis est, ait Proclus, quinque figuras mundanas bene metiri. Aristippus videlicet ejusmodi commentum aliud quod audierat, eoque adductus, mathematicas inutiles esse judicavit. Et verò si nil aliud mathesis præstatura sit, Aristippus causam obtinet. Verum enim verò Arithmetica finis est bene numerare, non solum has quinque figuras, sed omnia omnino quæ quidē numerari possunt. Geometriæ finis est, ait Proclus, quinque figuras bene metiri: imo vero Geometriæ finis est bene metiri non solum quinque figuras, sed in planis rectilineis triangula, quadrangula, multangula, in obliquis lineis circulos, helica, in solidis pyramides, prismata, sphaeras, conos, cylindros, earumque figurarum omnium rationes, proportionales, similitudines, omnesque omnino cujuscunque magnitudinis affectiones interpretari. Sic ex utroque & numerandi & metiendi fine bona innumerabilia vel ad contemplandum vel ad agendum gignuntur, ut Proclus ipse Procli illius longè dissimilis lib. 1. cap. 7. 8. 9. 10. copiosè vel profusè potius, & quidem è Platonis imprimis autoritate declaravit. Hæc igitur bipartita nobis utilitas proponetur ad contemplandum, ad agendum: contemplandi & omnes deinceps artes physicas & politicas percipiendi principia & elementa in mathematicis antea Pythagoras, Plato, Xenocrates, Aristoteles posuere: Pythagoram igitur, Platonem, Xenocratem Aristotelem à calumnia fatuorum idiotarum vindicemus. & doceamus mathematicas artes esse principia & elementa physica & politica philosophia: ut principis ignorantis solida naturalium & moralium rerum scientia nulla teneatur. Audiatur igitur Plato, & academiam suam tueatur. Doceat quamobrem mathesis discendi ac cognoscendi prima via sit. Etenim totum hoc mathematicum ex Arithmeticis & Geometricis genus sensibus abductum Plato suis verbis appellat *ἐλκτικὸν, ἀγωγὸν, παρὰ πλῆθυν, ἐνεργητικὸν, μεταστροφικὸν νοήσεως, διανοίας, θεῶς, ἀδελφείας*, id est ejusmodi, ut alliciat, impellat, excitet, erigat, convertat intelligentiam, ratiocinationem, contemplationem, veritatem: quod quidem est & imprimis logicum: Ex omnibus enim artibus mathesis una præcipue veri studiosa præcipueque logica fuit, neque personarum quamlibet probabiliū, aut probatarum autoritate, sed argumentorum necessitate judicat, cogitque animum in rebus ipsis attentum esse, neque ulla unquam schola severiorem logicam quam mathematica tenuit. Ut obiectos colores acutè videas, ocula

deas, oculos corporis apertos & nitidos & converfos esse necesse est: ut igitur intelligibilia comprehendas, mentem excitam motuque rationis erectam, & conversam esse necesse est: mathesis porrò excitat atque erigit, unaque præ cæteris omnibus artibus hominis iudicium stabilit & confirmat. Hinc tamen ἀφαιρέσις phantasticam Pythagorei quidā & Platonici degeneres fabulati sunt, & in Aristotele sunt quidam hac de re loci: Veruntamen contrariis in eodem philosopho locis & valentioribus refutati. Etenim 2, & 3. cap. 13. libri metaphysici, tota ista ἀφαιρέσις vehementer labefactatur, efficiturque abstractio communis artium omnium, in quibus generalia tantum documenta & singularibus exemplis inducuntur & abstracta proponuntur: Denique abstractio illa mathematica dicitur πλασματίας ὁ λόγος fabulator sermo. Quare cum mathemata audies à Platone dici ἐλκτινά, ἀγωγὰ, παραλκτινά, ἐνεργτινά, μεταγρεπτινά, ab Aristotele ἀφαιρετινά, intellige non sophisticam fabulæ nescio cuius umbram, ut mathemata sint in demonstraticum intermundium nescio quod reclusa, sed logicam mētis actionem, qua veritatis demonstratio purius & accuratius consideratur. Itaque Diodorus ille stoicus cæcus Ciceronis præceptor, quod credibile vix esset, sine oculis Geometriæ munus tuebatur, verbis præcipiens discētibz unde, quo, quamq; lineam scriberent, ut est 5. Tuscul. Sic Didymus Alexandrinus captus à parva ætate oculis, & ob id grammaticorum elementorum quoq; ignarus tantum miraculum sui omnibus præbuit, ut Dialecticam quoque & Geometriam, quæ vel maxime visu indiget, usque ad perfectum didicerit, ut Hieronymus in catalogo scriptorum ecclesiasticorum auctor est: mentis videlicet acrior contemplatio in corporibus illis cæcis viguit: quoque sensu oculorum minus poterant, eo vehementius animo nitebantur. Neq; verò iam disputo mathematicis tanquam horologiis sonitu & tintinabulo mane nos è somno excitari, nihil præterea juvari: sed assero tanquam clarissimo lumine oculos rētis agi convertique, atque apertos, ad omnia videndum & intelligendum illustrari. Quapropter in Timæo mathematica appellatur κατὰ πάλαισιον ὁδὸς ad eruditionem via, ut qui mathematicam didicerit, possit reliquas omnes artes facile perdiscere. Illud pythagoreum videlicet παλαιόν τιμῶν à Platone significatur, & æmulatio pythagorea proditur. Insum ordinem gymnasii Pythagoras mathematicorum fecit, & παιδων τιμῶν nominavit. Sic Platoni mathesis ὁδὸς κατὰ πάλαισιον modo statuitur. Sed de Arithmeticiis illud est in Rep. Platonis eximium. Quid verò, ait Socrates, nūquam animadvertisti, qui natura Arithmetici sunt, eos ad omnes artes percipiendum perspicaces & acutos esse? Ac si tardi & hebetes in hoc studio erudiantur & exercentur, si nihil aliud adjuventur: attamen confelsione omnium, promptiores & acutiores fieri? Quid multa? Plato in Epinomide Arithmeticiis artibus tantum tribuit, ut statuatur hominem ejus facultatis imperitum ἀρουντότατον ἢ ἀργον νῆξατον, insipientissimum & amentissimum esse. Hæc tanta laus Arithmetice ab hoc philosopho tribuitur, par etiam & eadem Geometriæ tribuitur: Quin ad Geometriā illa ἐλκτινά, ἀγωγὰ præcipue referuntur, & voluptates Thaletis, Pythagoræ, Eratosthenis, Archimedis, Persei non Arithmetice, sed Geometriæ fuerunt.

tunt. Itaque à Platone clarissima quædam ex utraque arte lux ingenii propor-
 nitur. His mathematicis singulis, ait Socrates, instrumentum quoddam animæ
 cæterarum alioqui disciplinarum studiis corruptum & occæcatum, tum expur-
 gatur, tum recreatur, quod diligentius & accuratius servandum sit, quam de-
 cem oculorum millia. Hyperbole Platonica, inquires. Sanè, & tamen vera. Nec
 enim Argus ille qui fingitur à poetis decem corporum oculorum millibus
 tam acutè tamq̃ latè unquam cerneret, quàm his duobus Arithmetica & Geo-
 metria luminibus cernitur. Quæ cum ita sint, istos mathematicæ philosophiæ
 oculos liceat in reliquis omnes consequentes artes convertere, & ab iis profe-
 ctas utilitates inveni. Etenim musica in sonis & concentibus eorumque inter-
 vallis & systematis, generibus & formis, in auditu Arithmetica est: Ideoq̃ Pro-
 lemaus in musicis 2. c. l. vocat numeros *τὰς εὐάρτας τῶν λόγων*. & 3. c. figuris orga-
 norum magnam vim tribuit ad differentias sonorum, quam geometricam in
 sonis causam Aristoteles in libello de audibilibus ante proposuerat. Optica
 verò in visu, nil nisi geometria est in luce, umbra, colore, visus ipsius natura &
 facultate, veritate, hallucinatione, è situ, motu, numero, quantitate, figura, seu
 visus ipse rectus sit, seu speculorum reflexione, seu diversorum densitate & rar-
 tate mediorum refractione: unde pictoribus non solum lumen & umbra, sed
 medius inter utrumque splendor, qui propterea tonus appellatur: & à transitu
 commissuraque colorum armoge, cæteraque artificibus istis nota optica: duo-
 que ut Ptolemaus in musica loquitur, nobilissimi in homine sensus aurium &
 oculorum *λογιστικὰτε* sine mathematicis nil certo constantique iudicio sentirent.
 Tum verò quantum physicis rebus mathematica luminis adferat, Timæus Pla-
 tonis, & Physica Aristotelis maximo argumento sunt. In Timæo Platonis deus
 mundi animam rationibus Arithmetiis & proportionibus componit: deinde
 corpus geometricis figuris architectatur. Physica itaque Platonis è numeris &
 lineamentis Arithmetica & geometrica id est, mathematica est neque *ἀνωμαλῆς*
τῶν cognobilis. Aristotelis verò tota de motu & quiete, de tempore cæloque, de
 animalium ortu, progressu, historia, totaque omnino physica non solum exem-
 plis, sed fundamentis mathematica est. Quid ergo? Aristippus physicam Ari-
 stotelis proficatur? quid libro primo de tetragonismo, secundo de duobus re-
 ctis in triangulo: tertio de compositis gnomonibus, reliquis de infinitate ma-
 gnitudinis: quid deinceps in libris de cælo, quod *διὰ μέτρον, ἀσύμμετρον*: quid cæ-
 tera illa de triangulis & pyramide, de sphaera octo pyramidibus composita re-
 spondebit? quid in meteoris dicet de iride? Certè deridebit & contemnet, & pue-
 ris ista facilia esse dicet. Fabula enim hujus argumenti nunc nuper est acta. Inci-
 derat quidam Aristippus in istos Aristotelis locos, & diametrum asymmetrum
 dixit esse quadrati dimensionem, & alia nescio quæ ejusdem ignorantia: de qui-
 bus cum moneretur à discipulis, respondit se Gorgiam non esse, ut ex tempore
 de omni posita quaestione responderet: atque ita tanquam non de manifesta
 ignorantia argueretur, sed de duplicandi cubi problemate urgeretur, mode-
 stos di-

stos discipulos impudentia delusit. Sed inustam Aristotelea philosophia talem maculam Aristoteles ipse eluet ac delebit: & mathematicam futuro physico necessariam esse evidentissimè demonstrabit. Etenim physica tota maximam partem occupatur in quiete motuque rerum naturalium: unde igitur quietis motusque naturalia elementa causa, instrumenta ab Aristotele reperiuntur: Aristoteli certe in mechanicis nil promptius veriusque quicquam fuit, quàm omnis motus quietisque & naturalis & contra naturam causa est Geometria reperire. Labet igitur ab Aristotele elegantissimam de geometrico quietis & motus organo philosophiam proponere, ut bardum nescio quod sine mathesi, philosophastrorum pecus è lethargo suo exuscitem. Adesdum igitur Aristippe & philosophiam ubi ignotam & inauditam percipe. Aequalitas, inquit mathematicus physicus, quietis causa est: angulus autem rectus est aequalitatis, & statum facit. Axioma verò valde magnum in tota rerum natura atque animadvertendum. Quiescunt omnia ad rectos angulos. Ecquid mirum & hoc enim imperium dei atque numen Geometricum est, quo terra medio mundi loco ordinata conquiescit, ideoque cubico octonum rectorum solido à Pythagoreis comparata. Hoc, inquam, effatum est rerum, infra cuius aequabilitatem & perfectionem angulus acutus est, supra verò obtusus. Itaque cum jacemus humi aut in lectulo decumbimus paralleli plano horizontis, aut eidem congruentes, tum pedibus & capibus angulos rectos facimus. Cum sedemus in hemicyclo, vel thoro aliquo rectis tibiis & femoribus, cruribus rursus rectum angulum facimus. Quies igitur fit angulis rectis, status etiam fit angulis rectis: sic plantae, arbores, animales statum suum tuentur. Nam si inclinatio vel declinatio ulla accidit, anguli obliqui ruinae protinus motum aliquem minitantur. Ergo quies, ergo sessio, ergo status fit angulis rectis. At quoniam quies fit parallelis plano terre corporibus, status autem perpendicularibus, attende quamnam hic Geometriam natura machinetur, & quomodo è parallelismo perpendicularium molitur. jaces angulis rectis, ut surgas, & corpore erecto perpendicularis horizonti stas, Geometriam à natura tibi traditam meditare. Quatuor acutos efficies utroque brachio & latere, thorace & cruribus, femoribus & tibiis: Hos, inquam, angulos sic acues. Ambulatio deinde progressusque obtusis tibiarum femorumque angulis efficietur. Quibus positis efficitur quod quiescimus, quod sedemus, quod surgimus, quod stamus, quod ambulamus & progredimur, Geometriae usum esse. Sed ab eodem philosopho aureas istas in physicis moribus meditationes paulò plenius meditemur, ut *ἀντιφροντι* Aristoteleoli Aristotele iudice physicam sine mathematica nullam esse fateantur & erubescant. Unum circulum hic pro figuris omnibus ad quaestiones demonstrationem figurabo. Geometriae nempe miracula è rotundis figuris praecipua sunt, circulusque miraculorum omnium merito principium & mira-

& miraculum primum ab Aristotele statuitur. Causæ mirabiles (ait) effectus etiam mirabiles habent. At circuli essentia ipsa tam mirabilis est, ut contra naturæ leges recondita quadam & arcana Geometriæ subtilitate ficta esse videatur. Etenim sit è recto, quamvis obliquus sit, sit è quieto simul & moto: Deinde convexum in eo est & concavum, sed illa, quamvis contraria pugnantiaque, tamen sunt minora. Motus simplex in eo nullus est, sed idem antè, ponè, sursum, deorsum: imo pro infinitis in eodem radio punctis omnibus velocitatis & tarditatis differentiis simul agitur: & quod maximè omnium ipse admiratus sum, idem circuli motus tot repugnantis conflati naturalis est secundum peripheriam in obliquum, & violentus secundum diametrum, quo retrahitur in centrum. Itaque retractionis repulsionisque motus in minore radio maior est, dum peripheriæ æquales permeantur. Secus naturales violentique motus peripheriis sunt proportionales. Hæc, inquam, rotundæ figuræ mysteria sunt. Contraria simul esse non possunt. Axioma logicum est. Circulus tamen totus contrariis qualitatibus & affectionibus inter se discrepantibus formatus & figuratus videtur. Quapropter rotundum cum sit ea natura præditum, effectus etiam plures mirificos habet, in templis etiam ad maiorem deorum venerationem quondam imperito populo propositos. Quies verò, fessio, status hic nihil expectatur: motus, motus inquam, totus ex hac figura est. Rotundum igitur mobilissimum est omnium mobilium, atque ad celeritatē motus promptissimum. Quid itaque? Acutus angulus velocitatis artifex antea fuit. At in rotundo subiectum planum tangente, angulus quovis acuto rectilineo minor acutiorque efficitur, & a subiecto protinus è uestigio recurrit, ideoque nil asperitatis habet, nil offensivum, quo velocitas motus impediatur. Quid vis? Rotundum stare loco nescit, nutat vel micat potius omnes in partes dimidio sui usquequaque velut inclinatum. Itaque levissimo momento huc vel illuc impellitur: Quin, ut quorundam opinio fuit, suapte figura assidue volvitur, moveturque ingeni à natura motus etiam cum violento copulati entelechia sempiterna. Rotundum verò etiam quietis causam esse, sed globo infimo & tanquam immobili centro in concentricos superiores globos incluso. Naso philosophatur, & causam terrestriis quietis istam 6. Fast. versibus eleganter exprimit. hanc igitur à poëta geometriam attendamus

Terra pilæ similis nullo sulcimine nixa
 Aëre subiecto tam grave pendet onus.
 Ipsa volubilitas librata sustinet orbem,
 Quique premat partes, angulus omnis abest.
 Cumque sit in media rerum regione locata
 Et tangat nullum plusve, minusve latus:
 Ni convexa foret, parti vicinior esset,
 Nec medium terræ mundus haberet onus.
 Arte Syracusia suspensus in aëre clauso
 Stat globus immensi parva figura poli.

Et quam

Et quantum à simmis tantum secessit ab inis

Terra, quod ut fiat forma rotunda facit.

Ut igitur naturalis forma principium motus & quietis, sic geometria instrumentum motus & quietis præstabit, sine quo, ut natura ipsa rerum nil efficit, ita philosophus in naturæ operibus nihil intelligit. Eho dum Aristippe mathematicis illis luminibus orbat, quid plus in physicorum philosophorum schola, quam Polyphemus ab Ulyssæ occæcatus in spelunca videris? Enimverò quid Astrologia tota, quid aliud est quam arithmetica numeratio motuum cælestium, quam Geometrica globorum cælestium & stellarum, secundum longitudinis, latitudinis, altitudinis spatia figuratio & dimensio? Astrologia omnium liberarum disciplinarum una maximè involuta est, & gravissimis hypothesium impedimentis obfusa, à quibus per elementa logica imprimis, deinde Arithmetica & Geometrica diligenter exculta liberari vindicarique possit. Etenim si de disciplinis omnibus aliis conscripti libri funditus interissent, tamen protinus ab innumerabilibus Grammaticis, Rhetoribus, Logicis & cæteris artificibus artes illæ restituerentur. Si astrologiæ libri omnes essent casu aliquo ignis, quod Aegyptiæ bibliothecæ contigit, exusti, quæro non quotusquisque, sed quis aut curas astrologus Astrologiam excitaret? Causam verò laboris in cælestem disciplinam infiniti hypotheses attulere: commentum genus in cæteris artibus insolens atque inauditum. Grammatica, Rhetorica, Logica, Arithmetica, Geometrica, atque omnino præter astrologiam, cujusvis disciplinæ principia sunt experientia & observationes primæ in generalia & universalia documenta à logicis artificibus collecta & inducta: quarum causa nulla alia quaeritur, sed ipsæ pro cæterorum deinde fundamentis ponuntur. Astrologia verò jam inde ex Aristotelis ætate vel potius mæte primis observationibus & experimentis non contenta, causas illis principiis antiquiores exquisivit, quæ cursus, recursus, stationes, tarditates, velocitates efficeret. Hæc nempe hypothesium est origo. Tum enim Eudoxus Gnidius primus hypotheses revolventium orbium reperit, quas cum Callippo Aristoteles correxit & emendavit: neque sphaeras illas in cælo commentitias putavit, sed naturales & veras judicavit: imò tanquam divina corpora coluit: hinc dii numero quinquaginta quinque duodecimo philosophiæ libro consecrati. Hanc tamè Aristotelis Theologiam Pythagorei non ita multo post valde ridiculam fecerunt, cum tot orbium concentricis diis profanatis & cælesti templo exturbatis epicyclos & eccentricos orbes induxerunt, nec postea tertio quoque vel quarto seculo hypotheses novandi modus fuit, ut ætate quoque nostra Copernicus, astrologus non antiquis solum comparandus, sed in astrologia prorsus admirandus, tota antiquitate hypothesium rejecta, hypotheses non illas quidem novas, sed tamen admirabiles revocavit, quæ astrologiam non ex astrorum, sed ex terræ motu demonstrarent. Veruntamen Astrologi & veteres & novi centuriis tabularum ad hypotheses compositis Astrologiam perinde oppræsserunt. Enimverò satis constat è Proclo in Timæum Platonis, & è Græcis Aristotelis interpretibus Astrologiam veterem Babylo-

G niorum,

niorum, Aegyptiorum, Graecorum etiam ante Eudoxum sine hypothefibus
 fuiffe, & ab ea caelestium corporum motus numeratos ac praedictas eclipses esse,
 ut obijci non possit hypothefes ideo necessitate ulla inventas aut retentas esse,
 quia sine his caelestium motuum calculus haberi non posset, cum tot secula ha-
 bitus sit: neque artificii cuiusquam logica hic praeextendenda, cum hypothefes
 contra logicas omnes construenda artis leges, sint inventae. Commentum igitur
 hypothefium absurdum est: sed tamen commentum in Eudoxo, Aristotele,
 Callippo simplicius, qui veras hypothefes arbitrati sunt: imò tanquam deos
 ἀναγκάσθαι orbium sunt venerati. At in posteris fabula est longè absurdissima, na-
 turalium rerum veritatem per falsas causas demonstrare. Quapropter logica
 primum, ut dixi, deinde mathematica Arithmetica & Geometriae elementa ad
 amplissimam artis puritatem & dignitatem constituendam adjumenti pluri-
 mum conferunt. Atque utinam Copernicus in istam Astrologiam absque hypo-
 thesibus constituenda cogitationem potius incubuisset, longè enim facilius ei
 fuisset astrologiam astrorum suorum veritati respondentem describere, quam
 gigantei cuiusdam laboris instar terram movere, ut ad terrae motum quietas
 itellas speculareretur. Quin potius è tot nobilibus Germaniae scholis exoriri
 philosophus idem & mathematicus aliquis, qui positam in medio sempiternae
 laudis palmam, assequare. Ac si quis caduca utilitatis fructus tanta virtutis pra-
 mio proponi possit, regiam Lutetiae professionem primum conformata abs-
 que hypothefibus astrologiae tibi spondebo: sponsonem hanc equidem liben-
 tissime vel nostrae professionis cessione praestabo. Quapropter, ut corpi dice-
 re, his arithmetici & geometrici oculis calum suspiciendum nobis est: Vere-
 que Pythagoras, verè Plato, verè Aristoteles mathematica physiceis disciplinis ele-
 menta praere voluerunt. Imò voluit Hippocrates, voluit Galenus: Etenim quid
 Thessalo filio Hippocrates praecipit: nempe ut Arithmetica & Geometria
 non solum ad splendorem vitae, sed ad medicinae usum studiose perdiscat: Ari-
 thmetica quidem ad morborum intensiones, remissiones, periodos, muta-
 tiones, iudicia: Geometria vero ad osium situm, ordinem, luxationem, repo-
 sitionem, contritorum refractionem, compositionem, exemptionem, affectio-
 nem denique omnem atque curationem. Quid Galenus eadem quae Hippo-
 crates praecipit, & quidem Hippocratis exemplo. Athletae (ait) plerique omnes
 in gymniciis ludis coronam expetunt: consequendi tamen studium nullum ad-
 hibent: Ita medici plerique Hippocratem mirifice extollunt: omnia tamen po-
 tius efficiunt, quam ut Hippocratis similes esse videantur. Hippocrates & Geo-
 metria & Astronomia summo ad medicinam adjumento censet esse: at ii in-
 vehuntur in earum artium studiosos: tantum abest ut sibi capeffendas & co-
 gnoscendas arbitrentur. O praestantissime Galene, antea te, propter eximias
 ingenii dotes diligebam: nunc verò etiam amo coloq; qui anno ante sesquimil-
 lesimo videaris P. Rami gratia adversus medicos mathematicum calumniatores
 tam nobilem sententiam dixisse. Sed perge. In Politicis vel Ethicis quam neces-
 saria

taria mathematicum sit intelligentia, non solum Platonis & Aristotelis philoso-
 phia amplissimè declarat, in qua bonarum actionum atque administratio-
 num partes ratione, proportionem, symmetria definiuntur. Et quidem Platonis
 politia mathematicum lectorem usque adeo requirit, ut Philippus Mendaus,
 ut Theon etiam sive Alexandrinus, sive Smyrnaeus, ut quidam arbitrantur, li-
 bro ad eam rem separato mathematicos Platonice philosophiæ locos inter-
 pretandos sibi proposuerint. Aristotelis autem de principe virtutum iustitia
 in Ethicis liber mathematicus omnino est. Sed missam facio veterem illam phi-
 losophiam: ad nostram potius converteror. Romanae leges quot locis ac parti-
 bus numerorum subtilitates, lineamentorum *γαμινὰς αὐτοδέξας* requirunt &
 Extant Buteonis eruditi mathematici lucubrationes de fluviatricis insulis, de
 dividendo fructu arboris in confinio, & pleraque ejusmodi, quibus aperte &
 perspicue hæc utilitas mathematica, imo necessitas ad jus civile intelligendum
 demonstratur. Neque verò ad agendum & exequendum dico, id enim erit po-
 sita, sed ad intelligendum & cognoscendum, quæ legibus ipsi sanciantur.
 Theologia paganorum mathematicis velamentis tota involuta est: Christia-
 nam theologiam potius intueor & considero, in qua Deus creat omnia in nu-
 mero, mensura, pondere; id est, ad regulam arithmeticam, geometricam,
 isorropicam. Impiæ opiniones ex arca Noë exortæ sunt propter ignora-
 tionem Geometriæ: Itaque Buteo locum illum eruditè expedit. Itaque
 ad doctrinam Christianam rectè & ex ordine percipiendam, Augustinus
 summus doctor non modò literas latinas, græcas, hebraicas, sed artes uno
 nomine omnes ingenuas, necessarias proficitur, & libris quatuor in hoc
 argumento consumptis ad eas cohortatur. Enimverò, si quis deliacum il-
 lud duplicandi cubi oraculum verum fuisse arbitretur, deos gentium cre-
 dat etiam mathematicæ gloriæ cupidos fuisse, deosque hominibus mathe-
 maticos videri voluisse: At jam potius attendat & animadvertat quæ ve-
 rus, verus, inquam deus ad lobum hominem divinum voce divina ac celesti
 profatur, Ubi eras (ait) cum fundarem terram & indica si nosti intelligentiam.
 Quis posuit mensuras ejus si scias? aut quis extendit super eam, regulam? Su-
 per quid bases ejus defixæ sunt: aut quis projecit lapidem anguli ejus: cum pro-
 clamarent simul stellæ matutinæ & jubilarent omnes filii dei? & quis obtexit
 valvis mare: cum erumperet ipsum, cum è matrice egrederetur? cum ponerem
 molem vestimentum ejus & nebulam faciem ejus? Et fregi super illud, decre-
 tum meum, & posui vestem & valvas: & dixi, hucusq; venies neque ultra trans-
 gredieris, & hic pones elationem fluctuum tuorum. An à diebus tuis præcep-
 ti mane, indicasti auroræ locum suum ut apprehenderet alas terræ? Dein de ibi-
 dem, Considerasti usque ad latitudinem terræ: indica, si nosti, eam totam. Quæ
 nam via sit, in qua habiter lux & tenebræ, quisnam locus earum? ut accipias il-
 lud ad limitem suum, & ut intelligas semitas domus ejus? Item ibidè, Quæ via
 qua dividatur lux? dispergat Eurus super terram? Item num ligabis delicias

G 2 plejadum?

plejadum: aut attractiones Orionis solues: Num educes arcturum tempore suo & bootem cum filiis suis adduces eos? An nosti statuta cælorum? An pones dominium ejus in terra: hæc inquam, mathematica non mortalis hominis pro blemata, sed æterni atque omnipotentis dei oracula suspiciat & admiretur, qui cacodæmonem Apollinem mathematicum prius suspiciebat atque admirabatur. Suspiciat (inquam) admiretur ex ore præpotentis dei oracula geometrica de fabrica mundi terræque basibus & situ, de valuis & vēcibus vinctisque maris & terræ. Oracula optica de loco lucis & tenebrarum, oracula astrológica de plejadibus, Orione, arcturo, boote, de cæli imperio in terras ac domi natu: oracula geographica de terræ mensura & latitudine. hæc, inquam, oracula mathematica vel theologus quamlibet judicio suo præstans, meditetur: Et si forte mathematicis luminibus orbatu erit, ut sunt omnes Bonifacii mathematicum non ignari modò, sed ocores, in mathematicam scholam lumen accensum veniat, ut gloriam deo clariorem & puriorem tribuat, attentiusque auscultet quæ quotidie laudes in templis deo concinantur. Cæli enarrant gloriam dei: Stellæ à stellis claritate differre: totam denique in Ezechiele sanctæ civitatibus mathematicam meditetur, quæ absque mathematicis oculis perspicuè certum non possunt: tumque desinet quisquis theologus hic futurus sit, mathematicas ut inutiles, vel etiam ut impias calumniari, Platonisque ἀνόμαυα verum judicabit, τὸν θεὸν μέλιντα πάντων γεωμετρεῖν, quia numero, ratione, mensura universitatem & constituit & gubernat, ut Plutarchus in octavo symposiaco eleganter interpretatur. Quamobrem Pythagoras, Plato, Aristoteles scholarum suarum disciplinam recte atque ex ordine institutam fuisse æquis & attentis iudiciis probabunt, jureque optimo mathemata physicis ac politicis præponenda vindicabunt, & à philosophiæ cathedris ἀγεωμετρήτους arcendos esse persuadebunt. Platoque imprimis ἀνόμαυα illud suum obtinebit, duo mathematica. Arithmetica & Geometria lumina plusquam decem oculorum millia conferre ad res physicas & politicas contemplandum, ad res innumerabiles considerandum. Quid plura? Venienti in Academiam Aristippo oclamitabit: ἰδοὺς ἀγεωμέτρητος εἶναι. Adhuc prima pars institutæ quæstionis fuit, quod mathematica valeat ad reliquas artes physicas & politicas intelligendum & perdiscendum: quam utlibet Aristippus acceperit, secundam partem sat scio gravius & ægrius feret. Itaque contra secundam utilitatem mathematicum objectio illi promptior est: mathemata ad agendum nil conferre: imo mathematicum nullum finem esse. Ausus enim est, quid autem est quod indoctus adversus doctrinam non audeat ausus inquam est, palam audiente Academia Parisiensi dicere mathematicarum artium nullum finem esse, neque popularem ullam utilitatem hinc expectandam esse: imo verò ausus est etiam calumniam tam insanam atq; amenam publicare. Quapropter tali temeritati est obstitendum: & tamen maledictum in mathematicas artes jam olim etiam factum. Etenim videtur utilior singularis experientia, tractatioque & actio rerum, quam generalis demonstratio & universalis contemplatio. Itaque logistica, arithmetica: geodasia geometria:

metria: nautica astrologia præstare existimantur: Neque enim dives quisquam efficitur contemplatione divitiarum, sed usu: neque beatus cognitione beatitudinis, sed fructu. Hæc igitur Aristippo atque Aristippum sequenti Epicuro calumniæ suæ species fuerit. Mathesis ut non nihil valeat ad ingenium acendum, ad agendum nihil prodest. Atque hæc vulgaris opinio, quod mathematicæ nullam utilitatem ferant, apud Quintil. lib. 1. cap. 10. proponitur nomine Geometriæ, qua numeros & formas comprehendit. In Geometria (ait) partem fatentur esse utilem teneris ætatibus: Agitari namque animos atque acui ingenia, & celeritatem percipiendi venire inde concedunt: sed prodesse eam non ut ceteras artes, cum perceptæ sunt, sed cum discatur, existimant. Hæc Quintilianus cum Aristippo cumq; Epicuro, imo vero, ut alicui videatur, cū Platone illo ante jam à nobis objurgato consentiens. Sic enim Platonem mathematicis contemplationibus delectatum diximus, ut usum vulgarem & popularem contemneret, Archytamque & Eudoxum velut opere atq; opificio mathematico commaculari & coinquinari crederet. Tamen si Platonis & hujus Aristippi magna differentia est: Plato enim popularem mathematicum usum singularem potius, ac divinum esse intelligebat: sed moleste ferebat imperitis opificibus communi cari: at Aristippus nullum omnino mathematicum usum esse calumniatur: Aristippi, inquam, mathematica ignorantia longe dissimilis est platonice illius zelotypiæ. Mathematici etiam quidam scriptores auxere hanc mathematicum infamiam, qui contemplationum & demonstrationum illecebris capti, usum omnem incredibiliter aspernātur, mathematicumque subjectum in phantasticis & ab omni sensu abstractis mathematis constituunt: Et velut, ut antea dixi, in Democriti aliquod intermundium reconditis. Hinc Pythagoreum in Proclo symbolum; *ἡ πρώτη καὶ δεύτερη ἀρχὴ ἡ τριβόλον*, figura & gradus, non autem figura & triobolum: tanquam Geometriæ quolibet theorema ad Platonis *μεταγρολίαν* referendum sit, non ad ullum popularem usum. Sic Pythagorei musicam ratione tantum metiebantur, spreto auditus sensu atque iudicio: in eoque à Ptolemæo reprehenduntur. Mathesis igitur istorum mathematicorum iudicio referenda ad res phycas & politicas intelligendum & iudicandum: ab actione autem & machinatione prorsus amovenda: Deniq; mathesis terra parens quædam est, quæ largiatur hominibus sua sponte munera plurima metallorum & frugum: auro tamen contemplationum suarum mathematici tantum delectantur, vilia popularis usus legumina despiciūt: Pythæ nobis videlicet erūt. Pythes enim (ut est apud Polyænū libro octavo) aureis fodinis inventis totā Pythopolim auro inquirendo, fodiendo, purgādo, ceteris operibus intermissis penitus occupabat: quo tempore cessabat agricultura, & reliqua ad vitæ cultum necessaria opificia. Quod cum grave civibus esset, mulieres uxorem Pythæ adierunt, oraruntque ut apud virum ea de re ageret. Quas cum bono animo esse iussisset, metallicis imperavit, ut cibos, pisces, bellaria, opsonia omnia ex auro facerent. Pythes peregre domum reversus coenam petit: uxor auream ei mensam apponit, in qua nihil edulii inerat, sed omnia facta ex auro eduliis simillima.

Pythes collaudata artis imitatione postulabat, quod esset: illa subinde alia atque alia ejusdem generis offert. Itaque indignanti marito & famelicum se dicens respondet, At tu agriculturam & reliqua vitæ mechanica subsidia sustulisti, aurumque duntaxat fodere iussisti: quod hominibus inutile sit futurum, nisi plantæ & semina & reliqui terræ fructus excolantur. Hac igitur uxoris prudentia Pythes stultitiam suam edoctus agriculturam & opificia reliqua permisit. Parabolam subtilius non interpreter, succensuimus hac de re antea Platoni, & ambitionem pontificum, theologorum, philosophorum communem proposuimus: Et res est ante oculos: artium omnino liberalium omnium contemplationes quidem ipsas ingenuas vereque aureas esse, sed usus tamen necessarios: eorumque gratia contemplationes istas inventas esse. Itaque spero mathematicos nostros aureis demonstrationum suarum contemplationibus tantopere delectatos Pythen secururos esse, usumque mathematicum permitturos. At Aristippus hic resistit, & mathesin ad agendum prorsus inutilem esse contendit. Verumenimverò ista mihi placet obiectio, & cō me ducit quō spontē properabam. Flavius fastos populo exhibuit & cornicum oculos confixit, gratiamque summam est consecutus: hanc igitur gratiam nobis proponamus: & quidem tantō pleniorē, quantō majus in medium prolatis Geometrici usus beneficium fuerit. Statui mathematicam non solum ad philosophandum in physica & politica, sed ad agendum, & quidvis domi militiæque fabricandum pertinere. Quapropter quod in Parisiensi foro hac de causa attigimus, in orbis terrarum theatro apud omnes omnium gentium præsidēs iudicesque, alacrius est agendum, contendendum, perorandum. Itaque arithmeticas actiones & geometricas illic expositas repetamus ac separemus, pleniusque & copiosius exponamus: & arithmeticas prius expendamus. Mutamus Romanæ juventutis institutionem illam in numeris primam apud Horatium,

Romani pueri longis rationibus affem
Discunt in partes centum diducere, dicat
Filius Albini, si de quincunce remota est
Uncia, quid superest poteris dixisse, triens. o
Rem poteris servare tuam: Redit uncia, quid sit
Semis. —

Romam, inquam & antiquitatem omnem missam faciamus, & pro urbibus omnibus Lutetiam unam urbium omnium longē maximam & opulentissimam urbem circumspeciamus, & mathematicæ utilitatis testem producamus. Dionysiaca via est urbis illa regalis ditissimis mercatoribus frequentissima. Hoc hominum genus non modō cum provinciis amplissimi regni omnibus, sed cum mercatoribus Italis, Hispanis, Germanis, Flandris, Britannis quotidiana commercia exercet, varietate magna prorsus & dissimilitudine numismatum, ponderum, mensurarum. Interroga igitur quam arte freti difficultates istas

tates istas explicent: reperies Arithmetica primas & summas subtilitates in commutationibus & comparationibus illis adhiberi & exerceri, mercaturamque totam Arithmetica esse, quo in genere trapelitarum nummatio, gazaque penitus occupatur. Progredere verò à regali illa via Palatium versus, occurret pons aurificum non tam tignis & trabibus solidus, quam auri atque argenti pondere gravis: Interroga alterum hoc divitum hominum genus, quascientia aurum cum argento, utrumque cum ære metallove alio misceant ac temperent, aut jam mistum ac temperatum explorent ac separent: Archimedis discipulos in coronis aureis esse dices: sic alligationis proportio ab illis subtiliter & acutè tractatur. Jam propius in ipsam Palatii arcem ascendito, & honoratum illud fortunatumque regiarum rationum collegium considerato, curique abacos & calculos introspicito, nil nisi Arithmetica quandam in toto illo splendore, nil nisi Arithmeticos magistros recognoscas. Verum si in regiararium penitus introieris, in eoque divisores, quaestores, iudices attentè animadverteris, in constituendis per provincias æqua ratione vectigalibus, in colligendis & comparandis, in æstimandis generibus rationum omnium & dijudicandis, mirabere Arithmeticae artificio tantas utilitates & commoditates in hominum vita comprehendi. Quid vis amplius? Ingrederere in illud inauratum supremæ curiæ templum, regali quadam majestate suspiciendum & admirandum. Hic orator, dicit Quintilianus, indoctus judicatur non si tantum circa summas trepidat, sed saltem si incerto & indecoro digitorum gestu à computatione dissentit. Oratorem mitto: communem iudici cum oratore causam potius disputabo. Quid in isto folio iudex sine proportionibus, modò arithmetica numeri, modò geometrica dignitatis efficiet: hoc enim examine lanx utraque iustitiæ in æquamento & libramento partium tanquam radiorum æqualium & æquitatè juris æquiponderantium conquiescit. Quid in controversiis herciseunde familiæ, dirimendi lucri, damni, consimiliumque litium, ubi partes sepe toto divitio sunt majores? Quid, inquam, in hisce iudiciis, iudex sine aurea compositæ proportionis regula iudicet? Si exactam verborum scripturam potius quàm sententiæ analogiam sequatur, quàm è summo quod putabit, iure summam injuriam faciet. Ergo in summo civitatis gradu arithmetica velut regina quedam erit non modò extremi juris magistra, sed æqui bonique arbitra: Quot igitur in una urbe arithmetica utilitates animadvertimus, tot in omnibus urbibus, in omnibus hominum societatibus verissimum sit intelligere. Neque verò pacatis & civilibus negotiis expediendis arithmetica finem usumque suum duntaxat ostendet, sed in gerendis bellis magnam sibi partem assumet. Platonè igitur hic attendamus quanvis utilitatis hujus argumèto aliàs infensum: sed Platonem quidè jam popularem planè factum complectamur: deq; Platone idè quod de Aristotele sæpe alias sentiamus, in utriusq; philosophi libris varias de variis rebus ac discrepantes sententias deprehendi: neque Platonem semper Platonem, neque Aristotelem semper Aristotelem esse. Plato igitur verus, & Platonico spiritu animatus audiatur. Quid igitur Plato, quamobrem bellicis rebus

acies. Enimverò instruere aciem simplicem, duplicem, triplicem, quadruplicem, huic hostium, vel illi numero opponere arithmetica militiā est. Itaque, ait idem Plato, perridiculum ducē Agamemnonem Palamedes in tragœdijs effecit, cum & numerum à se inventum & acies ordinatas, navesq; & reliqua omnia ad Trojam numerata esse gloriatur, tanquam Agamemnon numeri ignarus, ignoraret etiam quot pedes haberet. Sic Aelianus numerum parem pariter parem militiæ gratia excogitatum esse dicit ad commodē mutandas acies. Sed ratio & proportio in bellicis rebus mirificas vires habet. Polybij libro nono quaestio est, mathesin imperatori imprimis esse necessariam: Scalas rex Philippus ad Meleitorum urbem capiendam non satis longas attulit, turpi clade affectus discessit. Itaq; symmetria scalarum ab historico curiosius explicatur, ut sint ad murū, ut 12 ad 10: latitudo autem ad altitudinem dimidia. *ἡ ἀντιστοιχία* illa etiam nostris Gallis ad Mediolanum perinde nocuit, ne quis ignorationem Geometriæ non multis calamitosam arbitretur. Sed ratio ordinis in prælijs victoriā & proportionem imprimis machinatur, ut ex intervallis ordinum, aut subsidia mittantur, aut defensis receptus cōcedatur. Sic triplex Romana acies ad Geometricam intervallorum proportionem instructa Gallicę phalangi ad arithmeticam proportionem instructa præstabat, quia miles idem tertio illic præliari poterat, qui hic semel fractus nunquam recreari possit. Itaque Romanus exercitus idem partibus omnibus, eodemque revocato undique robore præliari poterat: prima acie quasi capite, ut cornibus tauri atque apri dentibus, media tanquam petore, ut vultures, extrema velut unguibus & calce, ut leones & equi. Denique si hastatus prima acie victus esset, receptus inter principes & triarios poterat acie secunda, tertiāq; iterum atq; iterum decertare. Quid vis amplius: arithmetica pacis tempore negociatur, vendit, emit, aurum argentumq; appendit & fabricatur, rationes ærarij expēdit, & dispensat, oratores, & iudices instruit. At eadem etiā militat ac præliatur, & pacis bellicę temporibus adjuncta mirifica suppeditat. Quamobrem si utilitas tot tantisque pace belloq; utilitatibus æstimanda est, quot & quantas arithmeticę utilitates æstimabimus? Eat igitur jam Aristippus noster, & arithmeticam, ut inutilem calumniatur, & mathematicum ultimum finem neget esse ullumve usum populārē: cum in arithmetica bene numerandi finem tam multiplici fructu tamq; populari cumulatum videat. Sed geometriæ propria utilitas requiratur. Hæc enim mathesis præcipuo inutilitatis crimine accusatur. Arithmeticę utilitates sunt eximie: at humanas dices, si ad geometriam respexeris. Geometricas verò primis hominibus divinas non humanas visas esse iudicabis, indeq; primos earum auctores consecratos esse. Agedū Aristippe contemptor & calumniator geometriæ, attende usum doctrinæ istius admirabilem, & quidem ab illo eodem mathematicum nobili præcone, qui affirmat deum *μάλιστα πάντων γεωμετρειν*. Etenim cum deus immensitatis æternæ spatia definire statueret, geometria imprimis usus est, quæ longitudinum, latitudinū, profundorum spatia terminaret, omniumq; symmetriam, rationem, proportionem, similitudinem discerneret; quæ aerem levitate sublime tolleretur, aquam

terramque

terramque pondere deprimeret, quæ denique cælestes glôbos ita tornaret, ut ad conversionis motum nihil rotundius effîngi, nihil aptius expoliri posset. Itaque mundi architectus ille summus in fabricando machinandoque universitatis opificio geometriam imprimis adhibuit, neq; Plato quicquam magnificentius loquutus est, cum dixit deum *μὴδ' ἄνθρωπος γεωμετρεῖν*. At ista pro tuo ingenio comminisceris, narrabat mihi nuper aulicus quidam philosophus, & in mathematicis artibus Aristippi vel Epicuri valde discipulus. Verum Aristippec, Plutarchus, Platonis illud *ἀνθρώπου* sic interpretatur. Et si Plutarchi ingenium hic etiam aspernaris, Aristotelis, quoniam Aristoteles haberi vis, in ista philosophia tam magnifica ingenium admirare. Finem geometriæ negas ullum esse, ullumve usum popularem? Atqui geometriæ finis est bene metiri, ut grammaticæ bene loqui, & finis iste non tantum superiora illa mysteria complectitur, sed per universam geodæsiam universamque mechanicam latissimos fines habet. Geometria, inquis, nullum finem habet nullumque usum popularem. Certè ne tibi perpetuo adversari videar, concedo geometriæ nullum finem nullumque proisus usum esse, sed tibi tuique similibus. At Deum immortalem, primum illum geometricæ exercitationis & actionis campum, id est geodæsiam ingrediamur: quas hic utilitatum divitias, & quidem unico radii instrumento reperiemus!

— *Equis fuit aliter*

Descripsi radio totum qui gentibus orbem?

Radius lineas, proindeque superficies & corpora metietur: lineæ longitudinem, latitudinem, altitudinem, modò statione unica, modò duplici metietur. Atque hac arte dimensis nempe per lineas rectas lateribus, areas triangulorum è dimidio collectorum dati trianguli laterum metietur. Triangulata, seu quadrangula, seu multangula componuntur è triangulis. Radius itaque metiendis triangulorum areis, metietur & areas triangulorum: Radius idem metiendis diametris perimetros, proindeque & areas circulorum, semicirculorum, sectorum, sectionum metietur: Radius etiam totas soliditates corporum metietur: basi & altitudine dimensis planum parallelepipedum prismatis corpus concludet: hinc etiam pyramidem tertiam nempe partem, & ordinata corpora reliqua è componentibus pyramidibus metietur: Cylindrum prismatis, conum pyramidis similissima mensura, indeque sphaeram & sphaerica segmenta metietur. Quid multa? Geometriæ non ædificia modò qualibet, sed terras, maria, flumina,

— *cælique meatus*

Describent radio, & surgentia sidera dicent.

His igitur geodæticis Geometriæ emolumentis jam Aristippum mendacem vano & indocto mendacio Aristoteles convincet, & emolumentis quidem tantis, ut Polybius, ut Quintilianus, ut Vegetius scripta sua valde exornari putent, si quod de iis interpretari queant. Geodæsiæ theorema est. Aequalitas perimetri non aequat plana vel solida: neque *ισοπερίμετρα* protinus sunt *ισοχέρη*: quod

H Proclus

Proclus in triangulis docet ad 4. & 37 p. 1. Polybius igitur disputans de geometria emolumentis, Megalopolis, ait, ambitu fuit quinquaginta stadiorum, Lacedaemon quadraginta octo: & tamen Lacedaemon duplo maior Megalopoli. Hoc, inquit, ignavis mathematicum incredibile videatur. Quid si, ait, dixeris, fieri posse, ut civitas ambitu quadraginta octo stadiorum sit dupla civitatis centum stadiorum ambitu: infanum atque amens videatur: Attamen utrumque verum & geometrica necessitate demonstratum: falsumque convincitur magnitudines vel locorum vel exercituum ex ambitu metiri. Collibus & vallibus distrahti anfractus videntur maiorem civitatem efficere. At secus est. Aedificia enim recta sublime eriguntur. Itaque si aequae alta fingantur, aequalis & parallela multitudo in plano atque clivo constructorum deprehendetur. Haec Polybius, a quo deinde Quintilianus ornamentum hoc geodeticum mutuatur. De terminis, ait, mensuraque rerum sunt lites & *ῥυθμις*, quae geometrica scientia deprehenduntur, qualis est illa, Extremis lineis eandem mensuram colligenda esse aequalia, quomodo decepti historici, qui magnitudines insularum significari navigationis ambitu crediderunt. Philippus turpiter derisus in scalis (ut antea fuit) At Vegetius altitudinis mensuram ex umbra libri 4 c. 30 docuit. Id geodeticum ex triangulis similibus est, quibus positum planum factum esse arbitror, quot & quanta commoda geometria geodetica hominibus adferat, & quidem vulgari tantum per unicum radium mensura. Subtilior enim est illa mensura triangulorum seu planorum, seu sphaericorum per rectarum subtensarum, ut Ptolemaeus, vel sinuum ut recentiores docent, canones & tabulas. Atque hic geodeticus geometriae usus latissime per caelum terrasque diffusus est: Homini- bus enim caeli cardines descripsit, sideribusque fixis & vagis domicilia ac sedes notavit. Europam, Africam, Americam climatis distributam ad caeli speciem delineavit, laboremque illum hipparchicum vel diis immortalibus iudice Plinio, improbum sustinuit: in eoq; si verus ille iudex esset, deos immortales mortalibus superavit. Quare cum Aristippus istas Geometriae utilitates tam populares esse didicerit, commoveatur animo, mendacis confidere, regis professionibus insidiari, interitum tam nobilis disciplinae machinari desinat. Sed enim campus alter exercenda Geometria in mechanicis & organicis quantam ubertatem copiarum & fecunditatem pariet: facultates autem mechanicae geometriae, quinque infinita vi a Pappo & Tzetze proponuntur, cuneus polyspaston, vactis, cochlea, axis in peritrochio, sed unum pro omnibus figuris circulum tantum ut antea, proferam: unde spero Aristippum ab Aristotele impudentia & ignorantiae veniam deprecaturum. Quapropter arripe aures Aristippe, & mechanicum istum geometriae tam celebrem tamq; popularem usum percipe. Re- miniscere igitur rotundum factum esse mobilem omnium mobilissimum, & quidem mobilitatis specie magis admirabili quam explicabili & perceptibili. Mobilissimum (inquam) est omnium mobilium: imo verum omnium movens: potius organum moventissimum, tantoque moventius quanto majus. Quamobrem quia radii quanto majores, tanto velociores. Hinc rota curruum, hinc tro-

hinc trochleæ recharum majores sunt agiliores celeriusque movent. Itaque multiplicatis trochleis facultas movendi protus est incredibilis: sic aliis aliæ copulatæ connexæque majores superioresque minoribus & inferioribus auxiliantur. Illæ nimirum in Archimede, Proclo, Pufco antea manus multiplicatæ fuerunt: hinc multæ dæmonum vel potius improborum hominum mechanica abutentium præstigia, ut statuæ in templis sua sponte moveantur, ut oracula edant, ut clamores faciant, quæ in templo Syriæ deæ Lucianus scribit accidisse: & tamen Ctesibii engibata ac merula miracula tam ingeniosa edidissent. Ergo quod bigis quadrigisque commearus, merces, onera seu pondera qualibet vehantur, exportentur è sinibus nostris ad finitimos populos, vel ex illis contra ad nos importentur, quod aratrum agris circumagatur, quod extollantur altius gravia repugnantibus naturæ legibus, rotunda figura geometrici: unum beneficium est. Quare rotunda machina est moventissima, & quidē tanto moventior, quanto non solum major, sed levior & latior. Agedum, rotunda quæcunque sint, facillimè moventur moventque: adeoque singulare est, ubi rotunditas nulla expressa cernitur, ibi tamen è centro radioque rotunditatis effectus existere. Itaque funda quam manus longius jaculatur, ligna inter medio genu longiora vel terræ infixæ pedeque terram propius pressa, vel ab extremo elata curvantur difficiliorque gestantur, quin à medio humeris imposita tanto sunt graviora, quanto longiora. Radii nempe longiores, ideoque mobiliores. Quapropter istas rotundæ figuræ copias & facultates, licet invisæ oculis, tamen visibiles efficiamus. Duplicem metamorphosin pro singulari quadam geometriæ intelligentia & peritia hic Aristoteles invenit. Libra & viciis virtute & facultate circuli sunt, quamvis in iis circuli peripheria nulla videatur. Libræ jugum seu scapus & librile diameter est, spatium, centrum, unde brachia jugi paribus intervallis, velut in peripheriam radii expanduntur. Agina qua suspenditur, tardius tertius est, intra quam perpendiculare jugo examen libramenti vel æquamenti & æquilibrii judicium facit. Estque tum jugum ipsum terrestris horizontis plano parallelum. Quapropter libræ majores sunt accuratiores, quia radiis majoribus velocius indicant discrimina ponderum. Appensa supra scapi parte, si lancem alteram depresso, redeunt ad æquamentum, quia supra stabile examen, pars librilis amplior erecta est. Appensa infra scapi parte non redeunt, quia infra fixum examen pars librilis amplior est. At si medio in jugo veroque librilis centro appensa libra sit, æquipondia lances quocumque dispellantur, perpetuo tamen redeunt. Gravia enim æquamenti sedem nata gravissima sunt, quæ situm deinceps quemlibet affecuta, tanto leviora fiunt, quanto longius ab æquilibrio semota sint. Ista videlicet libra summus ille Deus universum mundum libavit, qua consisterent in medio mundi æquamento gravia, indeque dispersa undique redirent ad idem medium, & quidem tanto velocius, quanto propius accederent, quod geometricè suo tempore demonstrabitur: Est enim Jordani hac de re luculenta demonstratio. Libra igitur rotunda figura anima quædam est ipsa oculis subjecta, quanvis ejus corpus nusquam appareat, quod in statera

H 2 multo

multo magis sit admirandum, ubi non jam dico nullus circulus, sed lanx unica sit, atque interdum lanx omnino nulla: unico tamen unco & æquipondio jus & æquitas in ea ponderatur, & ubi libræ species nulla sit, pro infinitis per totum jugum spatiis æquipondio vagante innumerabiles libræ reperiuntur. Quamobrem mechanica rotundi anima potius, quàm figura hanc in hominum genus beneficentiam exercet: beneficentiam, inquam, tantam primis hominibus visam, ut Astræa libræ videlicet inventrix pro dea justitiæ culta sit, & in cæleste signum relata, æqualiter tempora diei noctisque distribuit, unde poëta,

*Libra die somnique pares ubi fecerit horas,
Et medium luci atque umbris jam dividet orbem.*

Quare hodieque imperatorum, regum, civitatum, tribunalia & fora, non græcas romanæve legislatorum tabulas, sed libram definienda & demonstranda populis justitia in Astrææ manu constituunt. Quapropter metamorphosis est rotundo in libram prima ejusmodi fuit primis hominibus, ut inde geometricum numen coleretur. Verùm heus Aristippe, dormis fortasse, neque satis ea quæ contra calumniam tuam dicuntur, animadvertis. Rotundi anima alteram sibi machinam multo subtiliorem machinata est. Ecquamnam, inquires. Verèstem, inquit Aristoteles, *μήχρος καὶ μόχλιος* græcis dicitur. Palus est acuta cuspidè: Hic circuli nulla peripheria, nullum centrum apparet, diameter est tamen, terminique duo pondera sunt, alterum lingua, alterum caput. Ad locum autem ponderi propiorem pressio seu fulcimentum lapidis aut durioris cujuslibet materiæ, id est hypomochlium, subjicitur. Ergo mochlium subiecto hypomochlio pondus levabit unius hominis viribus, quod multarum manuum conjuncta multitudo levare nequeat. Itaque in altis ædificiorum substructionibus unus vectis pro multis fabrorum manibus superest, modoque pondera lapidum, trabiumque fabris & architectis sublevat, modo eisdem collopis forma fuculas versat, modo tollenonis specie aquas è puteis olitoribus exhaurit, modo phalangæ forma bajulis & phalangariis proportionalia radiis pondera partitur, modo jugi nomine in aratro bobus æquum arationis laborem dispensat. Vectis igitur hominum generi commoditates maximas & amplissimas machinatur, sed vectis plerumque inversus est, terraque vel aqua est pro levando onere, mobilis ponderis angulus pro hypomochlio & pressione, qualis plerumque vectis est, in aquis præsertim, in quibus non jam sustollit onera, sed rotarum instar currum vehit. Hinc enim transmissio fluminum atque æquorum hinc toto mundo mare perambulatum. Quare remus agit atque impellit navigium: quia vectis est: scalmus est, hypomochlium: mare, mobile pondus: remex est vectarius. Gubernaculum exiguum in extrema puppi collocatum in gentes triremium moles inflectit, & quidem sedentis gubernatoris, & tanquam nihil agentis manu, quia gubernaculum est vectis & radix gubernaculi est hypomochlium. In extremo autem gubernaculum collocatur, quo facilius obliquet navim, indeque motus ad proram facilius perveniat. Modica enim motio in puppi facta, ad proram latius extenditur. Æqualium siquidem angulorum

major

major crutibus, major est basi. Age verò ad mathematicam Aristotelis philosophiam propugnandum, Aristotelis arma copiosius expediantur. Quæ vis igitur imperare ventis, velut equis potuit, ut navigia tanquam plaustra veherent, idque facerent modò vehementius, modò remissius? Vectiarium, inquit mechanicus Aristoteles, imperium istud fuit. Malus enim mochlium est: edolium vero calxve mali, hypomochlium: Itaque quanto altioribus antennis ad summa carchesia velum suspensum fuerit, tanto vectis aurigatio velocior erit ac vehementior. Hinc etiam in spiritus non imperium, sed tyrannis quædam inventa est, ut invitis ac repugnantibus ventis tamen Geometria abuteretur, velis nempe à puppi remissis oblique modiceque ad proram obliquatis remigum inhibitione contraria: Et sic nimirum Palinurus Maronis machinatur,

Colligere arma subet, validisque incumbere remis,

Obliquatque sinus in ventum. —

Magna igitur exigua machinula opera sunt, sed quia quotidiana sunt & ordinaria, mirabilia videri non solent. Ac primos *θεωρημάτων* istorum authores credibile est seculis suis admirabiles fuisse. Hinc Dædali & Icarî fabula: hinc Neptunus etiam deus maris effectus: & certè poëta mechanicam, opinor, veritatem secuti, Neptuno tridentem tanquam mochlium attribuerunt, ipsumque *μυχλιωτήρ*, id est vectiarium nominarunt, & sic apud nostrum eundem poëtam ista machina trojanæ naves scopulis illis sublevantur.

Cymothoe simul & Triton adnixus acuto

Detrudunt naves scopulo: levat ipse tridenti,

Et vastas aperit Syrtis, ac temperat æquor. —

Quapropter ut libra Astrea, sic vectis Neptuno consecratus est. Libra suum numen suamque deam sibi reperit, vectis etiam suum sibi numen, suum deum reperit: Neptunus græcis poëtis est *μυχλιωτής* tanquam concussor & machinator, quia terram mareque moveat & concutiat. Quod verè quidem dicitur, sed ea vis parum animadvertitur, unde machina nempe neptunii tridentis vectis est, & Neptunus ipse mochleutes vectarius est, vectisque machinatio verè terræ marisque commotio concussioque nominatur, cum terra marique pondera vectis tam multa moveat concutiatque. Itaque hic alterum è geometricis utilitatibus numen sacratum est. Sed infinita sunt vectis opera & emolumenta: vectis non solum levandis & portandis ponderibus, fabris, architectis, olitoribus, bajulis, agricolis, nautis opitulatur, sed sylvas, latomias & liquidorum præla ingressus, ligna, marmora dividit, vina, olea, unguenta exprimit. Etenim duplicatur in cuneo, magna que moles arborum & marmorum duobus in contrarias partes distrahentibus vectibus divellit, pars acuta secat acumine, superficies utrinque planæ altera deorsum deprimat, altera sursum erigit. Hypomochlia sunt ora utrinque cuneum excipientis rimæ. Sic uva, olea, mala, pyra, cætera que humida prælis subiecta cuneis premuntur, & quidquid liquoris habent, persolvere domino compelluntur. Ex eadem facultate secures exerta, cunei nempe tanquam malleo alligati. Sed præcipuas vectis laudes machinula duæ

H 3 forceps

forceps & forfex quotidiano & propè perpetuo hominum usu complexæ sunt. Etenim uterque vestis communi hypomochlio duplicatus est. Ecquid (inquit utridens hoc loco Aristippus) etiamne geometriæ usum in officinis omnium opificum reperies? Certè dicit Aristoteles & mechanici qui vulgò appellantur nil nisi geometriæ practici quidam sunt & geometrici usus discipuli, quamvis ipsam Geometriam ignorent. Cogita igitur, quibus tandem manibus candens ferrum, æs, argentum, aurum, ab infinitis opificibus metalla tractantibus exercantur, digitos illos, vestes, manus illas forcipes esse intelliges.

*Prensant enim, ut poeta noster ait, versantque tenaci
forcipe ferrum:*

Meditetur itaque Aristippus quibus cultris tonsores capillos hominum, pastores vellera ovium, sartores pannos vestimentorum, opifices alii plumbum, stannum, ferrum etiam argentum atque aurum: metalla denique omnia secant, cultros istos forfices vestiarios, communique hypomochlio cuneatos intelliget. Has igitur duas machinas, nisi geometria vitæ humanæ suppediasset, quot & quantis ad commodè apteque vivendum adjumentis hominum genus privatum ac destitutum esset? Quare vestis fabros & architectos, vestis olitores, vestis per omnia flumina mariaque naviculatores & navitas, vestis lignatores, lapicidas, marmorarios, vinitores, olearios, unguentarios, ferrarios, aurifices, metallicos, chirurgos, tonsores, pastores, sartores: omnes deinde opifices beneficiarios habebit. Quid plura? cum primis hominibus deus esset egregiis emolumentis mortales adjuvare, mirum esse non debuit, si geometria divinos honores tam variis numinibus adepta sit. Quæ cum Aristoteles ita fere nominatim recensuerit, nonne Aristippo mathematicas artes ut inutiles irridenti irascetur, dicetque quod in philosophia dicit, menturis Aristippe, mathesis non est hominum vitæ inutilis: sed vitæ hominum sine mathesi, non inuile modò sed miserabile ævum traheret. Aristippus hic expallescet, opinor, seque turpi vel ignorantia vel malitia lapsus confitebitur: gratiasque habebit Aristoteli, debeat certe, qui mechanicam talem, id est tam popularem alterum geometriæ usum exposuerit: unde intelligeremus Platonis illud oraculum esse longè longèque verissimum, deum in administranda mundi machina *μάλιστα πάντων γινώσκοντα*, cum in administranda humana vitâ hominem *μάλιστα πάντων γινώσκοντα* videamus. Ideoque ex hominibus deo propinquos charosque esse, qui geometriæ studium colunt ac tuentur, tanque singulares hominum generi commo- ditates exquirunt. Fatuè autem & stolidè imperitos, vel flagitiosè improbos qui vituperant & calumniantur. Sedenim Aristotelea tot utilitatum mechanica subtilior & acutior est fortasse, minusque ab Aristippo percipitur, crassiora igitur magisque ante oculos posita mechanica commoda disseramus. Metallica Aristoteles confitetur parum sibi perspecta esse: Geometria tamen huc finem usumque suum dilatavit. Agite igitur, erigantur animi, atque attendant ad mechanicas geometriæ actiones & utilitates, quas deinde proferam. Plato divi-
tiarum

Itarum deus fingitur à poëtis apud inferos regnare, credo quòd univèrsa ar-
 genti auriq; vis in terræ visceribus occulta teneatur. Cùm itaque de mundi
 nobilibus scholis studiose mortales omnes, qui alicunde peregre ad nos rediis-
 sent, percunctarer, nulla in gente tam multas mathematici studii scholas com-
 periebam publicis stipendiis ornatas, quàm in Germania, causamque unam
 esse subterraneâ audiebam illa Plutonis regna, quod maxima principibus & li-
 beris civitatibus penderentur tributa è fodinis auri argentique & cæterorum
 metallorum, quæ geometrico innumerabilium machinarum artificio præcipuè
 sustinerentur ac sarcirentur. Ergo germanicus ille Pluto geometricis manibus
 divitias suas Germaniâ effudit atque eruit. Geometria nobis Astream in libra
 & Neptunum in veste consecravit: jam Platonem etiam suis machinis deum
 fecit. At romanus ille Curius gloriosius esse iudicavit aurum habentibus impe-
 rare, quam aurum ipsum possidere. Quare fictitios hosce deos, commentitia
 ista numina prætereamus, subterraneisque divitiis illis omisis divitiarum po-
 tius ipsarum dominia imperta quæ medicemur. Hæc enim Aristippe tibi gratio-
 ra erunt, & tamen è geometriæ copiis etiam comparata. Hic enim geometriæ
 mechanicæ præcipuum regnum est. Ergo à metallica mechanica ad militarem
 mechanicam transeamus. Etenim, ait ille noster Plato de principe civitatis, ad
 castrametandum, ad occupandum locum, contrahendum & laxandum aciem,
 tum copias cæteris modis ordinandû in ipsis & itineribus & præliis plurimum
 interest, geometricusne sit, an non. Perpendantur hæc Platonis verba singula.
 Castrametatio, ait Plato, geometrica est. Etenim signum à centurione tanquam
 punctum ponitur, unde vel circulus, si copias exiguas videri oporteat, vel qua-
 dratum, si magnas, circumquaque certo intervallo describitur: dimetiente li-
 nea transversa latera secantur. Itinera in pontium & navium fabrica, in flumi-
 num derivatione, equitum hinc & illinc inter pedites medios collocatione, geo-
 metrico artificio conficiuntur. Quid tum verò? Locus iisdem artibus oppu-
 gnatur & propugnatur: hinc enim aggeres, vineæ, turres ambulatoriæ cæteræ,
 quæ machinæ oriuntur. Machinalis illa geometria fuit Archytæ, Eudoxi, Ar-
 chimedis, Procli, Prisci, è quorum historia tota ista unitatis questio tractari ex-
 pediturque potuit. Ergo Geometria utilitatem hanc militiæ dedit: sed eadem
 suis figuris præliorum varietates admirabiles efficit. Cuneo facto pauci Cæsa-
 ris milites, Sicambrorum nescio quot milia perruperunt & incolumes eva-
 serunt: Orbe autem facto trecenti legionarii sex milia Morinorum amplius
 horis quatuor sustinuerunt: Quin si orbis multitudine hostium circumven-
 tus sit, longitudo quam maxima veluti rectæ peripheriæ exequantis por-
 rigatur, alternisque conversis cohortibus corona hostium dextro sinistroque
 cornu media dividatur, divisaque profigatur, cæteraque illa in militia Cæsa-
 ris à nobis explicata, quid aliud quàm velut in abaco geometriam demon-
 strant? Quapropter platonice mathematicarum utilitates istæ magnæ sunt & il-
 lustres: patriam & Remp. non solum hostili servitute liberare sed subacto hoste
 finibus amplificare, provinciis augere, felicem denique ac fortunatam facere
 Geome-

Geometriæ geodeticæ usus magni sunt: geometriæ per totas humanæ vitæ partes, terra marique mechanicæ usus magni sunt: magni in metallis, magni in præliis: Quapropter qui regnare atque imperare cupient, mechanicas istas Geometriæ vires & facultates exquirant necesse est. Quid multa? da mihi hominem præstabo. Esto apud barbaros & agrestes America populos inter infinita millia unus grammaticæ, rhetoricæ, logicæ, arithmeticæ facultatibus, quæ animi propriæ sunt ornatus: Hic eloquentia sapientiaque animi cæteris animis imperabit, omniumque consensu animus ille, rex animorum erit. Itaque geometriæ vires in aliquo uno corpore similes illis animorum viribus sunt: corpus istud geometricis armis armatum, sic in corpora ut animus ille in animos imperium habebit. Quod ne cui ut admirabile, sic incredibile videatur, quid aliud Alexander magnus cum millibus 30. domuit innumerabilia millia, demonstravit? Ergo in Germaniam unicam mathematicam scholam, vel potius unicam militum officinam redeamus. Etenim subit hoc loco gentis ut proceræ robustaque corpora, sic animos fortes mathematicis viribus elatosque suspicere atque admirari. Finxit vetustas Martem in Thrachia genitum: Vulcanum cælitus nescio quo delapsum: fabula utraque in Germania revera ac veritate fidem accepit. Nullum hodie in Gallia, Britannia, Dania, Polonia, Pannonia, Italia bellum sine Germano milite geritur. Germania generum omnium arma quotidie nova machinatur, vicinis omnibus populis largitur: Germania suis bellis, quibus ipsa quotidianis ac fere perpetuis veluti confirmandæ virtutis ludicris exercetur, non modò sine externo milite abunde sufficit, sed vicinis bellis viros, equos, arma suppeditat. Hæc verè Martis schola est: hæc Vulcani officina est. Sed Martem, Vulcanumque, Martisque scholam & Vulcani officinam mathesis genuit, aluit, informavit. Henricus Hassianus centesimo abhinc & octogesimo ferè anno primus mathematicas artes Lutetia Viennam transtulit, unde brevè tempore per universam Germaniam profeminatæ mathematicorum tanquam familiæ, indeq; mirabiles tres artes sunt inventæ. Primò bombardica seu tormentorum bellicorum mechanica: cujus usus bello Veneto contra Genuenses, qui se interfici sentiebant: quo tamen teli genere non animadversum: bello inquam, Veneto circa annum fere 1400 primum innotuit mundo, à germano quodam nominis ignotì primum repertus: deinde multis modis auctus & amplificatus. Secundo ex eadem gète mathematico beneficio prodit typographia, quæ videtur in Purbachii tabulis ad Regiomontanum referri, inter cujus opera saltem tentata ars illa mirifica literarum formatrix appellatur: neque chronologia repugnat, cum primum typographiæ exemplum Mogontiæ editum sit anno 1466 à Petro Gerneſo puero Joannis Fustei, ut constat è Ciceronis officiis, quæ prima omnium librorum typis æneis impressa sunt: exemplar officiorum istorum habeo in membrana impressorum: quæ ad finem hanc adscriptionem continent, Præfens M. Tullii clarissimum opus Ioannes Fust moguntinus civis non atramento, plumaliſcanna, neq; ærea, sed arte quadam per-

dam perpulchra, manu Petri de Gernshem pueri mei feliciter effeci, finitum anno M. C. C. C. L. X. VI. quarta die mensis Februarii. Hæc inquam adscriptio postrema, tempus indicat libri primum typis impressi. Ita ars artium omnium conservatrix, typographia è mathematis Germania primum nata est. Postremo nauticæ atq; in omnes universi orbis oras navigatio excitatis jam per universam Italiam mathematis: usus nempe astrologiæ versatur, ut in medicina, agricultura, sic præcipuè in nautica: & ea jam olim fuerat Thaletis quædam astrologia, quæ mathematicis auspiciis renovata à Columbo anno 1491, à Vesputio 1501 antipodas terrarumque atque oceani tractus omnes Aristippis atque Epicuris aperuit. Tres, inquam, hæc singulares artes, bombardica, typographia, nautica mathematicæ germanicæ inventa sunt. Itaque mathematica repente gratiam imperatorum, regum, populorum omnium admirabilem adeptæ est. Maximilianus imperator publicas mathematicarum professiones liberali stipendio Viennæ instituit. Mox tam nobile Imperatoris exemplum in singulis academiis principes liberique populi secuti sunt. Sed mathematicorum germanorum unus Regiomontanus longissimè excelluit: monumenta ingenii orbi terrarum nota sunt, sed ingenio delatus honos non omnibus fortasse notus. Vienna professore Regiomontano gloriosa est. Matthias Hungariæ rex seculo suo regum decus pro tabula astronomica pretiosam vestem & hungaricos aureo ocellingentos dono misit. Ephemerides annorum triginta, novus tum & ignotus antea matheos factus, ita gratus accidit, ut exemplaria singula duodecim hungaricis aureis venderentur germanis, hungaris, italîs, gallis, britannis certatim cõmentibus: sed summus ille à Sixto pontifice romano honor fuit, absentem Regiomontanum Ratisponæ episcopum designatum esse. Honor igitur alit artes (ait Tullius) omnesque incenduntur ad studia gloria. Ergo mathefis in Germania præcipuè effloruit. Noriberga tum Regiomontano fruebatur: mathematici inde & studii & operis gloriam tantam adeptæ, ut Tarentum Archyta, Syracusæ Archimede, Byzantium Proclo, Alexandria Ctesibio non iustus quàm Noriberga Regiomontano gloriari possit. Extinctis enim mathematicis Archyta, Archimede, Proclo, Ctesibio mathefis tarentina, syracusana, bysantia, alexandrina extincta est. At inter artificum noribergensium Regiomontani mathematis eruditorum delitias est, muscam ferream ex artificis manu velut egressam convivas circumvolitare, tandemque veluti defessam in domini manum reverti: Aquilam ex urbe adventanti imperatori longissimè obviam sublimi aëre procedere, atque adventantem ad urbis portam comitari. Desinamus itaque Archyta columbam mirari, cum muscam, cum aquilam geometricis alis alatam Noriberga exhibeat. Ergo nobiles illi quondam in Græcia atque Aegypto artifices hodie nulli sunt: Regiomontani Noribergæ super sunt. Senatus enim populusque Noribergensis operam dedit, ut perpetuos Regiomontanos haberet. Itaque Vernerus primum: deinde Sconeri pater & filius Regiomontani animam deinceps excitant. Sed illud de civitate singulare est, atque apud omnes civitates prædicandum: Stipendium dare de publico ma-

I thematum

thematum professori non ei solum qui doctis & eruditis praelegat, sed ei quos
 que, qui vernacula lingua latinè græceque ignaros opifices erudiat: hinc etiam
 non les sine literis artifices: imo mathematicæ disciplinæ etiam apud posteros
 doctores. Dureus enim pictor hanc Noribergensibus laudem tribuit. Quin
 si qui mechanicorum operum artifices insignes non ignavia aut culpa, sed ad-
 versa valetudine aut fortuna in egestatem inciderint, opem ferre miseris atque
 afflicto sublevare Noribergensium quotidiana claritas est. Superi tibi Nori-
 berga gloriam istam perpetuo conservent atque augeant. Quid reliquas Aca-
 demias mathematicis laudibus illustres commemorem? Vitembergam equi-
 dem Melanchthone fortunatam iudico. Plato pro summa eloquentia & erudi-
 tionis autoritate mathematicum studium in Græcia excitavit: Melanchthon
 in plerisque Germaniæ academias jam mirabiliter excitatum reperit, sed Vitem-
 bergæ perexiguam itaque pro varæ ac multiplicis doctrinæ, pro vitæ innocen-
 tioris & sanctioris autoritate, quantam meo quidem iudicio, nemo doctor vel
 professor, in patria consecutus est unquam, mirabiliter inflammavit: ut Vitem-
 berga non solum theologiæ & eloquentiæ, quibus laudibus tum præcipue præ-
 stabat, sed mathematicæ disciplinæ studiis antecelleret. Melanchthonis hac de
 re præconium in Melchior, in Rheinoldo sempiternum erit: Sed Melchior medi-
 cus esse postea maluit: Rheinoldum ut primum legi, mirandum in modum pro-
 bavi. Literæ erant in eo latinæ & græcæ, sermonis ea facilitas, ut Melan-
 chthonis discipulum facile posses agnoscere: mathesis & matheseos diligentia tanta, quæ
 bibliothecas omnium mathematicorum, si superfuisset ætas, mathematicis cu-
 jusque modi libris expletura videretur. Et tu Peucere alterum Melanchthonis
 præconium in mathematicis futurus eras, nisi medicinam pluris quam mathe-
 maticam fecisses, vel potius sine mathematicis nullam constantem veramque
 medicinam judicasses. Gemma Lovanium, Appianus Ingolstadtum, Stoflerus
 & Scheubelius Tubingam, Monsternus & Vursusius Basileam, Osvaldas Fri-
 burgum, Tagautius Genevam, Nabodus Coloniam, Ioannes Stenius edito de
 variis artibus progymnasium ostendit quantam mathematicam laudem Lune-
 burgensibus suis meritus esset, si se totum his studiis penitusque dedidisset. Her-
 linus Argentinam, Valentianus Engelardus Erphordiam, Rheticus & Homilius
 Lipsiam: Rheticus etiam Cracoviam mathematicis illustravit, & literis nostris ad
 studium liberanda hypotheseos Astrologiæ spem quoque illustranda pati-
 scensis academici dederat: ac nisi medicinam mecœnatis cuiusdam loco perdis-
 scere & exercere coactus esset, jam pridem alterum Copernicum mathematica ce-
 lebrarent Homilius etiam Carolo imperatori & Augusto Saxoniæ electori ma-
 thematum magister fuit, & ab utroque ampla præmia consecutus. Hieronymus
 Volsius præclarum antea nomen conversionibus Demosthenis & Isocratis asse-
 cutus, præclarior affecutus, si mathematica sicuti potest, Augustanis suis illu-
 stravit. Et reliquis, quos superstites esse audio, musis bibliothecæ nostræ noti
 sunt, Daniel Santberus Stadius, quem præsentem Lutetiæ vidi, & regium pro-
 fessorem vidissem, nisi tum terror nescio quis plus apud eum, quam noster amor
 potuisset.

potuisset. Siderocrates egregiis ingenii monumentis mihi percharus est, ut Leovitus, cuius vaticinium illud tanquā ē trípode mihi speciatiim redditum, equidem sic accepi. Scribis enim, doctissime Leoviti, ē magna illa syderum conjunctione, unde & purioris religionis aureum seculum brevi rediturum vaticinartur, atque quoque plurimas, quæ adhuc abdita latuerant, emerfuras, resque maximas modico impendio perfectum absolutumque iri: adeo solertia & expedita ingenia his temporibus existent. Faxit Deus optimus maximus ut hæc omnia ad ipsius gloriam, ad Ecclesiæ & Reipub. salutem referantur. Hæc tua & tuis verbis deprecatio mihi tecum communis erit: Cōmunis itaq; voti uterque reus lataque animi cōscientia compos esto: ut & tu ex astris verum deprehendisse: & ego per inertiam atque ignaviam cursui naturæ nihil obstitisse videar. Dasypodius nobis etiam familiaribus literis notus, Herlinum Argentina exuscitat, & quas opes animi Herlinus Platónico illo nescio quo zelo occultuerat, in vulgus expromit. Sed infinitū sit mathematicos omnes tot academiæ insignes nominare: Neq; dubito quin plerosque nonnullis nominatis insigniores præteream, quosque pro meritis ingenii libenter observem ac liberaliter colam. Equidem cum de scholis extra Francorum regnū positis studiose interrogarem, Tigurinam miratus sum mathematicum professione tandiu caruisse. Pagus tigurinus est helvetiæ civitatis princeps non solum amœnitatem regionis & loci, sed singulari quodam erga doctos homines etiam peregrinos studio atq; amore. Literas latinas, græcas, hebraicas, sed imprimis sacras alit colitque, ut jam Theologia nulla plerisque Europæ populis nisi Tigurina videatur. Ecquid verò perceptis primis literis & linguis ad politicam vel humanā vel divinam mathematicis aptius vel antiquius optari Pythagora, Platone, Aristotele iudicibus potuit? Itaq; felix tuis bonis & fortunata civitas una mathematicum adeoq; liberalium artium reliquarū accessione felicior quotidie ac fortunatior in perpetuū esto. Verumenimverò Germania, quod ē Germanis in Galliam profectis, & ē Gallis ē Germania reverfis frequenter audio, principibus doctis & eruditis præcipuè fortunata, præcipueque beata est. Jucundum mihi fuit didicisse quanto mathematicum studio teneantur principes Hesiæ, Saxonie, Austriæ. Guilielmus Landgravius Hesiæ videtur Castellæ Alexandriam transtulisse: Sic Castellæ artifices organorum observandis syderibus necessariorū instruxit, sic quotidianis perinstruist organa observationibus oblectatur, ut Ptolemaus ex Aegypto in Germaniam cum armillis & regulis venisse videatur. Narrat Gellius ē bajulo Protagora philosophum à Democrito esse factum. Narrant Germani à Guilielmo Landgravio Hesiæ, Democritica nempe solertia prædito ex Eberhardo factore artificem singularium in astronomicis rebus operū mirabilem factum esse. Sed Landgravii mathematica organa Augustum Saxonie electorem pari amore Astrologiæ incenderunt, jam sua sponte, & Homilio doctore vehementer incensum. Itaque *ἀντρίματι* astrarium Landgravius optanti Augusto, non illud quidem suum donavit: sed elegantius alterum per opifices suos conficit. Augustus etiam ad caelestium motuum emendationem animum illo Julii Caesaris animo nihilo inferiorem præ se ferre dicitur, si Sosigenem nanciscatur. Quid

Maximilianus Imperator, nonne hæreditariam avi Maximiliani, patruî Caroli, patris Ferdinandi imperatorum, è mathematicis studiis gloriâ obtinet? Tu igitur Crato Imperatoris medice, quia es idem singularis etiam mathematicus, imperatoriam istam gloriâ amplificato. Carolus Archidux Austria manu fabricatus est instrumenta, quorum fabrica vel ipsi opificibus etiam operosa fuerit. Danubius isto loco Matthiam illû Corvinum rursus ante oculos subicit, non solum duobus orientis & occidentis imperatoribus formi dabilem, sed regali in omnes laudandas artes magnificentia apud omnes nationes glorandum & sæculis omnibus prædicabilem: ut te quoque Ioannes electe rex Hungariæ gentiumque aliarum cohorter ad majorum tuorum gloriâ. Mathias extincto Ioanne patre, obruncato etiam fratre in vincula coniectus, tandem à fratricida rex factus est. Solymanus Turcarum imperator te vagientem in cunis infantem patre rege orbatum regnoque pene toto spoliatum regis muneribus excepit, liberis Selymo & Bajazeti osculandum præbuit tanquam imperii consortem habiturus. Itaque regia educatio in armis & omnibus ingenuis artibus deinde perpetua fuit: indeque adeo doctores linguarum atque artium excellentes ad nobilem academiâ construendam undique magnis præmiis evocati. Denique purior religio summum summi futuri regis augurium suscepta, & subditis tuis communicata. Hunc igitur sic excitata sic exercita virtutis tam singularem cursum summus ille in calo regnorum atque imperiorum & everfor & instaurator cælesti aura dirigat: teque alterum Hungariæ Matthiam faciat, à quo cum reliquarum doctrinarum artifices, tum Regiomontani imprimis honorentur, & ad hæc nobilia studia excitentur. Sed in Germaniam redeo. Heidelbergæ mathematicis studiis etiam reconditi oribus præ cæteris Germaniæ scholis non ita pridem floruit: Virdungus, Curio, Morshenius, Leo vitius, aliique permulti inficiantem facile refellerent: atq; imprimis Grynaeus, qui hoc tempore mathematicam professionem, qua potest industria, tuetur. Sed fama nescioque percrebuit mathemata à nonnullis academiæ patronis (à quibus tuenda fuerant) oppugnari: fama sane indecora nobili academiæ, quæ præsertim reliquorum liberalium studiorum mecenatem tam raris virtutibus excellentem nata sit. Itaque Palatine Comes comitum longè optime & humanissime, imperioque non Germaniæ solû, sed universæ terræ propter eximiam religionis pietatè dignissime, mathematicam disciplinam inter cæteras liberales disciplinas fivè liberalitatis tuæ dignam iudicato, & calumniis repressis hanc etiam inter eximias laudes tuas mathematicam laudem excitato. Unus tanta tot tanque magnarum artium arithmetica, musica, geometria, optica, astronomia, cosmographia professioni professor, quamlibet idoneus satisfacere pro dignitate nisi diurno tempore non possit, collega tanti laboris socioque opus est. Habes domi Xylandrum cum plerisque laudibus aliis tum conversis mathematis & Pselli latinè, & Euclidis Germanicè celebratum: aliosque fortasse nobis ignotos, qui mathematicam professionem egregiè tuentur. Christophorum ducem Palatinum omnibus ingenuis exercitationibus (quæ

(quæ Palatini electoris filium deceant) studioſe deditum, hujus meæ poſtulationis procuratorem apud te & oratorem mihi conſtituo. Valde enim conſido paternæ gloriæ patrimonium tam locuples non eſſe contempturum. Ultimus Septentrionis Bootes ille, quanvis cæli motu tardus, tamen ingenia ad mathematica percipiendum colendumque prompta velocitæque genuit. Chriſtianus rex Danorum & Norvegorum mathematicis vehementer oblectatus, Haſſniam academiâ hiſ inſtituit: Tibi verò Ericæ rex Suecorum, id eſt Gothorum Cymbrorumque glorioſum eſt à teneris annis expeditiſſimum latinæ linguæ uſum habere, omnes liberales artes amplecti: Upſaliam literarum academiâ ſubditis imperio tuo populis liberaliter impertiri. Memêto igitur quæ Huberto Languetto laudum tuarum per Galliam præconi de promovendis ingenuis artibus receperis, eaque, ut docto & magnânimo rege dignum eſt, cumulatè præſtato. O beatam Germaniâ, quæ tales principes habeas! Aſtreas antea Neptunos, Plutones, Martes, Vulcanos in mathematicis tēplis ſuſpeximus, jam Mercurios ſuſpicimus: Neque mathematica tantum eſt armigera germanis, ſed conciliandæ pacis interpres eſt atque internuntiâ. Duo lubet ad duos Cæſares conciliandum nobilia exempla commemorare Chriſtianus rex Daniæ, à Cæſare Moſcovitarum pacem pro Livonia impetrare cupiens miſit argenteum *ἀντίορκον* celeſtium motuum affabiè atq; artiſticiè factum cum aliis muneribus: cætera quidem munera Moſcovita accepit: *ἀντίορκον* verò cum didiciſſet celeſtium motuum organum eſſe, contumeliôſe deriſum Dano remiſit, inquiens ipſum de cælo ſtultè ſolicitum eſſe, cum de terra inter ipſos armis certaretur. Hic Cæſar dicitur ducentis equitum millibus comitatus in prælium deſcendere: At videmus ab humanitate quam inermis nūdusque ſit. Hunc Ariſtippo vel Epicuro diſcipulum in diſciplinâ, ſi lubet, tradito: Virgiliū in Bonifacii gratiam cupidiffimè condemnabit. Alterum exemplum eſt de Imperatore Turcarum, qui ad imperii ſui fines propagandum, mathematica ſtudioſe perdiſcunt, & in arithmeticis, geometricis aſtronomicisque artibus ſummos doctores habent. Sed hoc exemplum alterum ut illuſtrius, ita magnificentius à Paulo Jovio narratum eſt, cum de legatis Ferdinandi Imperatoris ad Conſtantinopolitanum Cæſarem loquitur. Tulere, ait, munera, excelſum germanico more ex auro poculum, lectiſſimis exornatum gemmis, eruditaq; inſuper admirationis argenteam machinam, in qua non horarum modò ſpatia, ſed errantium etiam ſyderum motus, menſitruique Solis ac Lunæ coitus, exactiſſima ratione monſtrabantur: intus ſcilicet dentatis rotis, certisque ponderibus, admirabili momento, vel in multum ævum minutiſſimas temporum menſuras diſpenſationibus: quin inter celeres tardosque orbes, in tam vario inæqualique polorum ordine, audaci quadam ſupremi motoris æmulatione conjuncta congruerent. Ea à peritiſſimis aſtronomis excogitata perfectaque Maximiliani Cæſaris fuiſſe dicebatur, cujus ingenium nobili ſemper ſtudio, nec deterrente unquam ſumptu rara atque admiranda concupivit. Hæc Jovius, à quo paulo poſt narratur, ut legati lautè ſplendideque excepti tandemque remotis menſis ad Solymantum

sunt introducti. Illata quoque est illa machina succollantibus duodecim servis, qui Solymani animum & barbarorum oculos admiratione complevit. Adduxerant enim artificem, qui solutis machinæ subulis interiora admirabili rotatione circumacta repanderetis libellum quoque detulerat, attrita vel luxata machinæ remedia continentem, tradentemque præcepta, quibus tot orbium cursus nunquam interitura ratione regeretur. Ea enim ingenii subtilitate Solymanus fuit, ut non modò sacris literis, quibus superstitionis suæ leges contineretur, esset eruditus, sed astronomiæ cosmographiæque præsertim curiosè operam daret Hamnone medico ex Bethica oriundo perdoce, quum vir acutus singulas terrarum regiones sinusque maris in membranis depictisque orbibus demonstraret, ut inde regius animus per otium utili & per amœna delectatione caperetur. Hæc igitur Byzantii Cæsaris humanitas sarmaticæ illius feritatis longè dissimilis fuit, quæ Aristippis nostris atque Epicuris flagitiosæ calumniæ pudorem asferre debeat: cum videant apud barbaros & immanes populos, qui vulgò creduntur, eam mathematicis reverentiam ac penè venerationem exhiberi. Et quidem mathematicus iste inter reges Mercurius nequaquam modò natus est. Inter munera à Persarum rege ad Carolum Magnum missa scribitur fuisse horologium *αυτοματον* mira arte fabrefactum, quod sonitu tintinabuli horas distinxit & indicavit. Idque præcipuè Carolus est admiratus & imitatus est: Neq; id in Persis mirum, ut qui primam juvenilis ætatis eruditionem in arithmetica & geometria ponerent, in eoque Pythagoræ, Platonis, Aristotelis sententiam verè sequerentur. Quæ cum ita sint, mathesis intelligitur esse non solum belli, sed pacis comes & administra. Quamobrem mathematici per universam Germaniam professores, mecœnates vestros nò tam fortuna & opibus, quàm virtute & ingenuarum artium dignitate præstantes amate & colite: vosque generosi vereque germani principes, populi liberi Spartam vestram exornate. Unicus in academia una, quod in plenisque est, mathematicus professor grave onus sustinet. Astronomica itaque ferè geometricis minus excultis tractantur. At geometria, spherica, conica, cylindrica, totaque stereometria doctoris industriam diligentiamque valdè jam pridem desiderat, & è partibus illis derelictis magis admirabiles fructus expectari possint. Professores itaque bis nos singulis academiis decernite, alterum arithmeticæ, musicæ, geometriæ, optiçæ, alterum scientiæ astrorum variæ & multiplici geographiæ præficite. Tibi vero Solymanus tantum, sed Regiomontanum, Copernicum, Rheinoldum exoptabo, qui astrologiam jam à nobis exoptatam non è fictis hypothesebus, sed ex ipsa astrorum veritate ac natura solis arithmeticis & geometricis fundamentis innixam & fundatam moliantur ac machinentur. Illa fuit Astrologia Chaldeorum, & ante Aristotelem Aegyptiorum & Græcorum. Neq; ideo quisquam mihi persuaserit Germaniæ difficile futurum, quod Chaldaæ, Aegypto, Græciæ facile quondam fuerit: neq; methodi vel artis speciem fabulam hypotheseum prætexam, quam contra omnes logicas bene institutæ artis leges confictam video.

Seligan

Seligantur logica, arithmetica, geometria artifices, non solum præceptis sed usu bene atque accuratè confirmati, & jubeantur remotis hypothefibus & commentis, imò verò observationibus veterum, calum tanquam modò factum intuitu, omnia motus cujusque momenta notare, experimentis variorum & observantium & locorum & annorum ratione & proportionè comparatis, si modò constans in cælo quicquam est, catholicum theorema tandem logicè inducetur & concludetur; Sin varium temporibus & mutabile seculis cæsum est, scientia vel ars hinc effici nulla unquam potuerit. Puriorè igitur illam ac synceriorè astrologiam, Dux Auguste, sempiternam gloriæ tuæ palmam consecrato. Dixi paulo ante Melancthonem in ora Saxoniæ mathematicis studiis excitandis germanicum Platonem fuisse. Tur jam, Camerari, partes illæ sunt, qui reliquus es ex illis argonautis ad virtutes, ad laudes, ad disciplinas publicas tuendum. Neque enim tu latinis tantum græcisque literis ornatus ita es, ut excellentem professorem decet, sed mathematicis sic instructus esse voluisti, ut mathematicæ professioni facili par esses: Tuæ, inquam, sunt partes cum Peuceio tibi communes, ne pariamini in vestro principe tam caelestes animi divinosque motus inanes fuisse. Hubertus certe Languetus, ut mihi valdè persuadeo, cum in Saxoniæ redierit, utrumque vestrum ad hoc opus alacriorem faciet, gloriæque Augusti sui omni studio, diligentia, mente denique tota procurabit. Hic etiam te Sturm, parentem argentunensis academici, quam è privata schola publicam academiam imperatori scq; præmiis & honoribus universitatem fecisti, cohortabor, ut ad præclaros tuarum laudum utulos hic unus accedat atq; modo prædicetur, Sturmius argentinæ latine græcæque studia, rhetorica & philosophica instituit: sic item prædicetur, Sturmius etiam mathematica altero professore, amplificavit. Dasypodium itaque nostrum consorte mathematicorum laborum socioque sublevato. Sed mathematicas artes utiles esse discerebam: Germaniam mathematicis opibus opulentam esse, mathematicis armis reginam gentium dominamque factam. Traducamus in omnes Galliarum academias mathematicas Germaniæ professiones, fodinis auri atque argenti, quibus olim abundavit, Gallia rursus abundabit. Mars gallicus, Vulcanus gallicus efficietur, Galliaque rursus, ut olim & sibi & vicinis bellis militem abundè suppeditabit. Imò, quod bis antea accidit, primum Belovesso, deinde Gothofredo ductibus gentium omnium victrix efficietur. Verumenimvero cum tam sollicitè mathematicas utilitates collegerim, exque Pythagoræ, Platonis, Aristotelis præscripto physicum neminem aut politicum, nisi prius mathematicum, esse discerim, vereor ne moribus nostris importunus esse videar, nimiumque oneris nostris hominibus imponere, maximo Aristotelex philosophia sed præcipue civilium legum studio occupatissimis. Sed de Aristotele deque reliquis artium liberalium magistris sententiam alias amplissime exposui, ut regendi & conformandi sint: De Iurispudentia & scientia facultatis civilis majus est opus, itaque politicos omnes & magistratus, atq; uno nomine civitatum curatores, patronos,

patronos, iudices isto imprimis loco attentos esse cupio. Romanam politiam infinitis libris confusam magis quam descriptam, vel impendio melioris aetatis, ut in Ciceroniano jam pridem conquesti sumus, perdiscendam arbitramur, utilitate an dignitate adducti, nihil hic moveor. Utilitatem enim & dignitatem eandem vel etiam maiorem cupio. Romani de condendis legibus solliciti, Athenas & Lacedaemona legum sapientia indytas esse audierant. Itaque legatos eo dimisere, qui non quasi libet sanctiones, sed ex omnibus legalem prudentiam romanis moribus congruentem seligerent, romanoque sermone describerent: hinc duodecim tabulae ad verbum pueris edisci solitae. Franci de condendis legibus solliciti, Constantinopolim videlicet jurisprudentia ceteris gentibus praestantem legatos decrevere, sed legatione longe dissimili. Nam pro duodecim tabulis populari lingua descriptis, myriades legum ignoto francis sermone descriptarum, aggregate sunt, quae in scholis multorum annorum auditione vix ac plerumque ne vix quidem intelligerentur. Ecquid vero nullane unquam in tot Franciae tribunalibus & academiis florentissimo praesertim omnium liberallium atque artium seculo ingenia praestare francis suis poterunt, quae pastoriarius & sine literis populus patriae suae praestitit? Utrum confusio & obscuritas formidatur? At unicus elementorum mathematicorum liber decimus, confusione & obscuritate omnes Iustiniani pandectas facile superabit. Et inventus tamen est, qui non modo hominum nulla laude invitatus, imo contumelia affectus, eorum alacri animo devoraret. An praestantissimos Franciae iureconsultos idem experiri nefas erit? Utrum Iacobus Cujacius, ut pro multis millibus unum nomen, viribus suis imparem provinciam istam iudicabit? Certè imparem atque inferiorem, cum nullus adhuc tam desertus in tota tot legum vastitate angulus fuerit, quem non ingenti doctrinaeque luce perlustrarit. Confusio igitur & obscuritas in romano iure nequaquam tanta est, ut latine graeceque peritum, ut in rhetoricis, logicis, mathematicis, physicis, politicis versatum, sed maxime omnium in logicis exercitatum, deterreat: & tamen nobiles animos pudor hic excipiat, ad peritos artis referre, opinor, pudeat, quia haec ingenuè educatum scire aequum sit. De heriscunda familia, de dirimendo lucro damnove, de regundis finibus aut figurandis, de pariete caduco, de structuris ad perpendicularum exigendis, deque similibus mathematicis problematis ad peritos artis referre, id est de principiis ingenuae doctrinae dubitare, quid Pythagorae, Platonis, Aristotelis iudicio fuerit? Utrum Verres ille redierit è tertia Verrina ἀγρευμένη? & ideoque Ciceroni deridendus? Tu Verres (ajebat) architectus Pratori, hic quod morator) omnium rerum imperitus, quarit quid sit ad perpendicularum. Itaque ne Verres sapius à Cicerone derideatur, jura & leges duodecim tabulis francico sermone francica describito. Nulla quondam Athenis & Lacedaemone, nulla etiam Romae in Conss. repub. cognoscendis juris academia fuit. Legislatores illos in

illos in astris ponimus: Imitemur igitur eorum sapientiam: academia juris audiendi nihil opus erit: Tumque ætatis ad mathematicas artes perdiscendum satis superque fuerit. Tempus peregrinis legibus, & plerumque nihil ad patriæ mores pertinentibus consumi solitum, liberalibus artibus impendatur, æquitatis ac justitiæ fontes illic inveniuntur, quique grammaticas, rhetoricas, logicas, mathematicas, physicas, politicas Aristotelis & Platonis, Euclidis, Mosis & Pauli leges didicerit ad controversias civium dirimendum, non multas præterea leges requireret. At, sancte deus, si quis unquam vel in Græcia vel Italia gloriam istam conformatæ jurisprudentiæ adipisci potuit, tu, meo iudicio, unus es Michaël Hospitalis cancellarie præstantissime, cujus non solum consilio, & omnium nobilium artium intelligentia, sed integritate atque constantia regni tot miseriis afflicti status retinetur & conservatur: Tibi in tot periculis turbulentiæ finæ tempestatis mens illa Catonis nunquam defuit, ut à recto metus ullus te abduceret: Tessera denique tua fuit illa,

Ορθὸν τὰν νόμον, ἀπὸ τοῦ θεοῦ.

Tu, inquam, unus es, qui tantum opus præstare possis: nisi forte & jam præstitis, sed tibi, nondum patriæ. Verum ad mathematica redeo. Respub. beatas fore, dixit Plato, cum reges in ea philosophabuntur, aut philosophi regnabunt. Tantum verò boni nunquam patriæ equidem invidebo, sed magistratibus philosophiæ tantum optabo, quantum vel septem annis percipi in tenera ætate possit ad ingenuitatem animi, ad jus suum cuique justius tribuendum reddendumque, ad fraudes cavendum & evitandum. Dixit idem Plato τὰν θεὸν μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν, ut qui in regenda rep. idem faciant, se divinorum studiorum imitatores esse recordentur. Itaque nihil hic opto, quod principibus, regibus, summis gentium imperatoribus didicisse gloriosum non fuerit. Quæ cum ita sint, veniat jam Aristippus, veniat Epicurus & mathematicas artes, ut inutiles, cavillettur: Certè in Germania calumniator nō audietur: Aristotelis stomachus protinus objicietur: Mentiris Aristippe, nec enim si mathematicæ artes verbo pulchrum aut bonum non appellent, opera autem & rationes demonstrent, idcirco de bono & pulchro nihil profitentur. Præstantissima siquidem pulchri & honesti species est in ordine, symmetria, comprehensione, quæ mathematicis artibus præcipuè demonstrantur. Hoc argumento mathematicarum gloria adversus calumniatorem ab Aristotele defenditur. Aristippus, inquam, in Germania non audietur, imò flagris, si in illas cathedras irreperit, expelletur. Tulit olim Germania Bonifacius & Uilones, hodie non ferret. Veniat Epicurus, & in Platonis academia mathematicas artes cavillettur. Plato, ait Tullius, è figuris planis circulum, è solidis globum pulcherrimum esse censebat: Epicurus tanquam præ se ferret se expertem esse doctrinæ, & tanquam quoddam novum oculorum iudicium haberet, conum sibi ajebat & cylindrum & pyramidem pulchriorem videri. Sed, ait stoicus ille Ciceronianus ad Epicureos, Hæc non videtis, quia nunquam eruditum illum pulverem attigistis, ne hoc physici quidem intelligere potuistis, hanc æqualitatem motus, constantiamque ordinum in alia

K figura

figura non potuisse servari. Itaque nihil potest esse indoctius, quam quod a vobis affirmari solet. Nec enim hunc ipsum mundum pro certo rotundum esse dicitis. Nam posse fieri, ut sit alia figura, innumerabilesque mundos, alios aliarum esse formarum, quæ si bis bina quot essent, didicisset Epicurus, certe non diceret. Sed dum palato quid sit optimum, iudicat, cæli palatium, ut ait Ennius, non suspexit. Quamobrem mathematicæ calumniatores erubescant aliquando, & inutilitatem falso criminari desinant, calumniæ periculum gravius ipsis impendet quam arbitrentur. Nihil isto loco licet adversus Cyclopas & Polyphemos terrendi causa mathematicis miraculis abutar. Columbus mathematicus insignis militari seditione in insula jamaica laborabat, jamaicensibus propterea ipsius mandata despicientibus, syderis defectus instabat mathematico notus, denuntiat barbaris caelestem vindictam postridie sensuros esse. Itaque cum dicto die barbari lumen cæli deficere animadvertent, tacti religione protinus imperata faciunt. Strategemate ejusmodi non abutar, verum proponam. Nostine igitur *ἔμπεδοκλέους*,

Ingenium magni livor detreclat Homeri

Quisquis es, ex illo zeile nomen habes.

Hic cum sua in homerum scripta Ptolemæo regi recitasset, rex indignatus nihil ei respondit: Cumque Zeilus inopia pressus a rege subsidium vitæ peteret: Homerus, rex ait, multos pascit: quare tu qui illo doctior es, saltem te ipsum pascet: Tandem Zeilus parricidii damnatus, iussu regis cruci affixus est. Quid mathesis: quid Aristippe tibi faciet: Zeilus poëta fuit, & poëticæ laude Homerum superare contendit: tu mathematica ignorantia etiam te gloriosum facis, dum palam mathematicas artes sine fine, sine populari usu esse clamitas, & tamen doctrinæ atque eruditionis nomine regibus commendari cupis: Quid si Carolus Ptolemæum imitetur, tibi que respondeat, Mathesis innumerales toto terrarum orbe mortales pascit, ejusque professoribus honoris ergo stipendium proposui: Tu mathematicam ut inutilem calumniando, & omnis ingenue scientiæ initia ignorando, mathematicæ eruditionis fructum in mathematica calumniæ premium requireres: Sed reliquam Ptolemæi indignationem prætereo, poëtas illas non persequor: poenas tamen calumniatori calumniæ suæ debitas proponam. Etenim si Aristippo, si Epicuro mathesis suas vires ac facultates velut ingratis nebulonibus detraxerit, quæ bestia miserabilior excogitari poterit? Numerare rerum searum nihil poterunt, nullam rationem rei cujusquam cum quoquam habebunt, nil ratione ac proportionem factum judicabunt: neque stare loco, neque moveri poterunt, nil pulchrum, nil turpe symmetriæ atque asymmetriæ sensu detracto percipient: Fraudulento menfiori cuilibet ludibrio erunt: de fructibus illis innumerabilibus antea commemoratis nullum gustabunt. Verum Aristippus iste varius homo est, modo scholasticus, modo aulicus. Vituperat alio loco mathematicas artes in odium patroni, apud alios alia personæ alterius gratia mirificè collaudabit, & personata philosophia placet homini,

Omnis Aristippum decuit color & status & res.

Etenim

Etenim Aristippus, ut est apud Vitruvium in proemio libri sexti, naufragio facto, cum eiecisset ad Rhodiensium litus, animadvertisset geometrica schemata descripta, exclamavisse ad comites ita dicitur: Bene speremus, hominum enim vestigia video. Ergo mathematica afflicto Aristippum laudatorem habent, & spe humanitatis consolantur. Sed Aristippos nil moremur: nec Aristipporum similes deliros nescio quos, quibus mathematica putida atque odiosa sunt,

Vel quia nil rectum, nisi quod placuit sibi, ducunt:

Vel quia turpe putant parere minoribus, & quæ

imberbes didicere, senes perdenda fateri.

Solidas illas est mathematicis artibus, & per universam vitam diffusas utilitates recordemur: ad reliquas disciplinas physicas politicas thelogicas percipiendum, ad infinita belli pacisque opera conficiendum. Quamobrem Catharina Medicea, vides improbis calumniis honestissimas artes & utilissimas ab ignaris, ideoque scientiæ inimicis accusari. Quare

Tu ne cede malis, sed contra audentior illo

Quò tua te fortuna vocat. —

Catharinæ gymnasium, id est mathematicis omnibusque laudandis artibus hospitium instaurato, & ut Laurentius Græciam antiquis authoribus spoliavit, sic Germaniam mathematicis quibusque instrumentis spoliato, tuamque bibliothecam optimis illis spoliis exornato, ut non solum exquisitis libris, sed commodis librorum instrumentis bibliothecas omnes longissimè superet. Imò verò à Carolo rege filio impetrato, ut in omnibus christianissimi regni acadermiis mathematica ante physicam & politicam doceantur, neque regia liberarium artium privilegia cuiquam nisi mathematicis artibus erudito & instructo concedantur.

LIBRI SECUNDI FINIS.

P> RAMI PROOEMII MATHEMATICI, LIB. III.



ACTENVS utilitatis questio disputata est, obscuritatis multo major difficultas est reliqua: potest enim dici, ut jam prædictum est, utilitatem quidem mathematicam certam esse, sed tantis obscuritatibus obstitam, ut spes assequendi nulla sit. Equidem si mathematica obscura esse negem, non satis verecundè dicere videar. Quis ignorat (ait orator) si qui mathematici vocantur, quanta in obscuritate rerum & quam recondita in arte & multiplici subtiliq; versentur? Nihil igitur dissimulabo, fateor quindecim libris elementorū nihil unquam humana manu obscurius scriptum esse: fateor etiā cum ad Euclidē pervenerim, antecedentium artium studiū, jocum & ludū nō studiū mihi visum esse: elementis verò mathematicis qui daret operā, eū serio studere ac discere, hic verè esse mathematicam disciplinā & disciplinā. Nusquā animus magis excitatus & erectus, magis ad rem attentus conversusque,

fusque, nusquam iudicium acrius, nusquam memoria promptior constantior,
 que exigitur. Potes grammaticam & rhetoricam ita perdiscere, ut earum quæ
 libet opera prompte ac memoriter exequare, qui arithmeticas & geometricas
 commentationes prompte ac memoriter semoto pulvere atque abaco præsta-
 re possit, hominem arbitror esse neminem: cuius obscuritatis ac difficultatis ar-
 gumentum illud est, quod ab Euclide duo fere annorum millia elementis nihil
 omnino detractum vel additum: quamvis ex elementorum demonstratione-
 bus à Theone non nihil immutatū sit, quamvis à summis authoribus alia quæ-
 dam sint elaborata, *τοῖς στοιχείοις* tamen eadem permanet. Quid plura: verè qui-
 dem affirmare possum studium omnino nullum esse, nisi mathematicum, disci-
 pulumque omnino nullum esse, nisi mathematicum. Nec immerito principia
 studendi, elementa discendi à philosophis illis veteribus Pythagora, Platone,
 Aristotele in mathematis esse constituta. Verumtamen, ut Plutarchus adnota-
 vit, obscuritas ista ubi semel initio devorata sit, ridicula videtur: & miramur id
 principio nobis per obscurum fuisse, quod perceptum, facillimum imo iucun-
 dissimum gratissimumque accidat. Ergo labores mathematicos, ergo studia
 mathematica demonstrant illæ voluptates Thalesis, Pythagoræ, Eratosthenis,
 Archimedis, Persei sacrificiis declarata. Verumtamen obscuritas ista, quæ ma-
 thematicis artibus tantopere objicitur, majorne est aut gravior logicæ analy-
 seos, aut physicæ acroaseos obscuritate? At utraque obscuritas illa tum logica,
 tum physica in cathedris & scholis omnium academiæ sine querimonia ver-
 satur: imò Aristoteles ipse de industria obscurus esse à suis interpretibus prædi-
 catur. Quid igitur Euclidis potius, quam Aristotelis obscuritas improbat?
 Præmîa, inquit, à regibus Aristoteleæ philosophiæ, non Euclideæ mathemati-
 cæ proposita sunt. Et munera, inquam, utilitatum tam variarum jam tibi sunt
 proposita: & tamen privilegia regia mathematicis artibus platonice Apollo
 aliquis impetrato, ut perinde Euclidis atque Aristotelis obscuritas toleretur: & ve-
 rô voti huius compotē spero brevi Parisiensem academiam fore. Quapropter
 quid vetat nosro Marte adversus istam obscuritatē tanquā formidabilem pue-
 ris empusam decertare? quin etiā certamē hoc præcipuum alacriter expetere ac
 deposcere, nedū recuseret. Etenim quo maiore & illustriore argumento agricola
 agriculturam, nauta nauticam, medicus medicinā probaverit, quam si aspe-
 rum agrum araverit, mare fluctuosum navigaverit, morbū periculosum curave-
 rit? Omnium porro artium difficillima & obscurissima est mathematica, inquit.
 Ergo si logicus es, si perspicuè docendi artē tenes, quid dubitas, aut quem locū
 probandæ artis insigniorē expectas: hæc materies de tuis in logica studiis di-
 judicabit. Quapropter hoc onus nostris humeris imponamus. Et quidē ut fidu-
 ciæ meæ expressa signa teneantur, volo, ut medici solēt ante morbi curationem,
 causas ipsius & symptomata penitus intueri, ut de remediis cōtariis spes am-
 plior animo capiatur: obscuritas alia doctrinæ est, alia doctoris. Potest enim re-
 rum natura, quæ præceptis traditur sic occulta esse ac recondita, ut facilis effici
 ægrē possit: potest cōtra doctoris esse culpa, neque perspicuo sermonis genere lo-
 quentis,

quentis, neq; distincta & facili via procedētis. Colores alijs alijs sunt obscuriores vel illustriores: sed tamē sunt omnes certo situ certaq; luce visibiles: ita de mathematicis statuo esse, illa quidem acuta subtiliaque, sed tamen modo quodam docteri instituique posse, ut minore multo labore ac difficultate perdiscantur. Atq; id omnino studium mathematicæ philosophiæ doctoribus video propositum fuisse. Sic enim Pythagoræ Hippocrates, Hippocratis Leo, Leontis Theudius, Theudij Hermotimus, Hermotimi Euclides, Euclidis Theon *ἡγεμῶν* retexuit & emendavit. Virtutes igitur illorum mathematicæ procerum æmulemur & imitemur: neque varios Aristipporum latratus pertimescamus. Grammatici inquit rhetores, logici antea tibi in tua professione displicuerunt: mathematici etiam modò displicent. Etenim vereor ne prævaricatores istos ad meam laudem de meo sinu apposuisse videar: attendant igitur importuni reprehenses quid hîc de mea professione, deque professionis causâ & origine respondeam, pauca ex ijs repetam, quæ libris alijs copiosissimè à nobis disputata sint. Socratis sapientia, vel Apollinis oraculo notissima est, inter cuius laudes vel illa insignis ac præcipua fuit, artium liberalium fines ad humanæ vitæ fructum referre, ut homines his artibus instructi prudētius de rebus agendis deliberarent, paratiusque deliberatas ac promptius exequerentur ac conficerent: nimium in scholis esse documentorum ac librorum, id est subtilitatum atque argutiarum inaniū nimium: nautas, architectos, agricolas non fieri altercando de præceptis nauticis, tectonicis, georgicis: sed cum artes breuiter intellectæ essent, nauigando, ædificando, arando, id est, opus artibus descriptum faciendo & exercendo. Sic Græmaticæ, Rhetoricæ, Logicæ fructum bene loquendo, dicendo, differendo metiendum ac terminandum esse: mathematicum quæ tum præcipuè ferebantur, cognitionem illam quidem imprimis ingenuam & liberalem, sed usum potiore esse & antiquiorem: arithmetica ad mercium, ponderum, numismatum permutationem, metallorum rerumque physicarum permissionem, vestigalium publicorumque munerum rationem ac iudiciorum proportionem: Geometria ad mensuram magnitudinum, ad architecturam urbium, castrorum metationem, acierum & præliorum instructionem: musicam ad mores regendum & temperandum: astrologiam ad nauticam, medicinam, agriculturam expetendas esse. Hanc Socraticam philosophiam cum è Platone & Xenophonte didicissem, & in Academiam Parisiensem induxissem, Socratis miseriam & calamitatem mirabilem mihi conciliaui, iudicijs omnibus, pro impudente & ignaro calumniatore, pro impio etiam damnatus: religionis enim fundamentum non nullum in scholasticis sophismatis collocarant: scribere quicquam aut loqui publicè priuatimque prohibitus. Id fuit manus & linguam velut amputare: denique Socratis præter cicutam nihil nobis admodum abfuit. Verum Deus optimus, qui scit quam obrem ab ipso geniti procreatique simus, iudicii huius exitum perduxit ad Henricum regem è quo soluti & pristina docendi scribendique libertati restituti sumus: imò verò regia professione ornati, quo non solum liberior, sed liberalius atq; alacrius institutam socraticam philosophiæ quæ-

tionem persequeremur: itaque liberali regioque præmio atque honore invitati diligentiam, curam, mentem denique totam adhibuimus in artium liberalium usu exquirendo, in supervacuis argutis secernendis. Quare, si dicerent reprehenses nostri, Petrus Ramus Grammaticorum, Rhetorum, Philosophorum, Mathematicorum errores severe notavit ac reprehendit, verum illi qui dem de carent. Tum vero si adderent, Petrus Ramus Grammaticorum, Rhetorum, Philosophorum, Mathematicorum laudes virtutesque quam magnificentissime posuit, extulit atque commendavit, multo verius etiam dicerent: id enim vigiliis & laboribus nostris propositum præcipue fuit, ut via ingeniarum disciplinarum, simplex, expeditum, directum esset, quo facilius ad laudandarum doctrinarum non intelligentiam modo, sed utilitatem & fructum perveniretur. Hæc veræ & antiquæ Philosophiæ & Aristoteli supra Philosophos omnes una probata sacrosancta lex est: amicus Plato, amicus Socrates, magis amica veritas: & tamē istius antiquæ philosophiæ severitas nulla unquam in arte major quam in mathematicis fuit, in quibus nulla authoris cuiusquam quantumlibet præstantis atque excellentis autoritas pro argumento fuerit: ratione opus est, eaque necessaria, secus ignorantia iudicatur. At grave & periculosum certamen nobis subeundum esse video. Euclides enim duo fere annorum millia existimatur toto terrarum orbe ab omni reprehensione liber & sacrosanctus fuisse, & si quid post homines natos solidæ scientiæ comprehensum & animadversum est, id Euclidi uni acceptum refertur. Itaque Aristippus veritus ne reliquum calumniæ suæ rectorium aperiat, contra talem doctorem, talemque doctrinam dicere, permagna temeritatis planeque capitalis insolentiæ esse clamitabit. Quapropter Hegetorides ille Thasius apud Polyxnum nobis in mentem venit, Thasum oppugnabant Athenienses: legem iusserant Thasii: qui scripserit fœdus cum Atheniensibus faciendum esse, morte multator. Hegetorides Thasius videns multos cives perire diuturno bello ac fame, laqueum injiciens collo, venit in concionem. Viti, inquit, Thasii me quidem, ut vobis liber, & quemadmodum vobis prodest, utimur: reliquos & superstites cives mea morte conservate, legemque hanc antiquaverunt. His auditis, Thasii & legem abrogarunt, & Hegetoridem incolumem servarunt. Ita mihi accidit in hanc concionem prodeunti adversus Euclidem legibus omnibus iudicio multorum mortalium superiore, ut videar maledictorum & probrorum pondus Aetna gravius collo trahere, verum pro communi mathematicæ salute maledicta & opprobria quælibet subeunda sunt. Quanquam ea me dicturum confido, quæ non modo veniam facto nostro, sed gratiam sempiternam mereantur. Enim verò jam de Euclide vel Theone (pro eodem enim uterque nobis esto) tam magnifice sentio, quam Hippocrates sensit de Pythagora, Leon de Hippocrate, Theudius de Leonte, Hermotimus de Theudio, Euclides de principibus illis omnibus, Euclidisque elementa nobilia, Thaletis, Pythagoræ, Hippocratis, Archyta, Platonis, Aristotelis, & reliquorum inventa esse

sta

statuo: neque ullum in totis elementis mathematicum Euclidis errorem propo-
no. Nullus enim paralogismus, nulla *ψευδογὰρ*, in totis elementis, nobis
quaquam severè inquirentibus animadverti potuit: quam laudem singula-
rem esse profiteor, quanque nulli adhuc neque Grammatico, neque Rhetori,
neque Logico concedere potui, ut in Grammatica, Rhetorica, Logica nihil falsum
docuisset. Quomodo igitur tantus mathematicus mathematica non bene do-
cuit: quomodo in iis instituendis erravit? Atqui, inquam, vel summis artifi-
bus facillimum est in alieno artificio aliquid offendere. Visus est optimus ju-
dex colorum, at coloris specie deceptus è bile mel esse judicabit: mel autem &
fel non sunt iudicio visus subjecta: tactus est certissimus iudex calidi, frigidi,
sicci, humiditatis: complicatis digitis ex uno lapillo plures esse judicabit: nume-
rus enim non est tactus cognitioni subjectus: sic summo cuilibet artifice in a-
lieno artificio peccare facillimum est. Apelles summus pictor fuit, Philo sin-
gularis architectus, Tiphys eximius naucerus: attamen facillimè labi, tum in
architectura & nautica Apelles, tum in pictura & nautica Philo, tum in pictu-
ra & architectura Tiphys potuere: Dissimiles & diversæ sunt artes: in
una exercitatus, potest in alia rudis esse. Chrysippus valentissimus logicus
habitus est, ut Euclides, ut Theon mathematici prastantissimi, utque
Chrysippus in mathematicis errare, sic Euclides in Logicis offendere tam
facile potuit. Mathematicam didicerat, Logicam non item. Et quidem vi-
tia quædam Mathematica nominatim in Aristotelis Logica notantur: quæ
tamen Euclides in elementis est sequutus, ut certum argumentum sit Eu-
clidi Logicam Aristotelis ignotam fuisse. Itaque obscuritas, quæ in Mathe-
maticis elementis accusatur, non est doctrinæ totæ, sed magnam quidem
partem est doctoris. Agedum de obscuritate & difficultate Euclidæ *συντάξις*
αὐτοῦ quaratur, neque verò questio hæc est: imo Euclidi viventi præsentique
objecta. Quid enim aliud fuit Ptolemæi regis problema? aut quid aliud
quam *συντάξις* obscuritatem querebatur? Itaque regis cum Alexandro re-
ge liberalibus disciplinis & Mathematicis, summo illo doctore Aristotele, eru-
diti, tum in Aegypto doctissimorum Mathematicorum principis iudicium
cum Euclidis iudicio comparetur: fac Ptolemæum vel ex Aristotelis schola,
faciendarum artium leges & vias, vel à sacerdotibus Aegyptiis etiam specia-
tim de Euclidæ *συντάξις* statu edocum, id ab Euclide percunctatum esse, in
re nihil interest, quoniam & hodie idem queri potest. Obscuritatis igitur & dif-
ficultatis Euclidæ causas exquiramus, & Ptolemæi regis gratia *συντάξις* cla-
riorem & faciliorem veterum *συντάξεων* exemplo meditemur. Regius sum pro-
fessor, & professionis regie proprium fuerit regiam causam, tam nobilem præ-
sertim & ad omnia regna pertinentem, omni studio diligentiaque considera-
re: & tamen questionis & considerationis nostræ leges ratas & confessas
esse necesse est. Nam si qui disceptant inter sese legibus contrarii sint, nunquam
iudicium recte atque ex ordine constituetur. Tu Atheniensis es, ego Lacedæmo-
nius

nus sum. Ambo legibus patrię obsequuti eisdę de rebus diversa iudicia facie-
mus. Hic hominum communis error latissimę pervagatur. Quinque & viginti
perpetuos annos pro artium veritate & utilitate adversus infinitos mortales di-
putavi: neque adhuc mihi obstitit quisquam qui logicis legibus iudicium suū
conformaret: sed scriptoris consilium, voluntatem, auctoritatem, & quamlibet
potius vanitatem quā logicam legem reponeret. Noluit Quintilianus: Cōsi-
lium Ciceronis non fuit, Non intelligis Aristotelis voluntatem, ita nunc objici-
tur, nescis quid Euclidi fuerit propoliticum, an tu acutius vides in constituendis
artibus, quā præstantissimi artifices & tot sæculis consecrati viderunt: Hanc
logicam in adversariis meis expertus sum. At (inquam) si diceres, logica id non
vult: consilium logicę longę aliud est, non tenes logicę mentem, logica nil acu-
tius ad rectę iudicandum, audirem philosophi vocem. Ac istam sophisticam ad-
tuendum barbarissimum aut solœcissimum contra Grammaticę leges factum pro-
ferre pudeat: quæ ad gravissimos elenchos defendendum adversus logicę artis
leges factos tam obstinatę a dissolutis nescio quibus andabatis affertur. Andab-
atę enim sic oculis clausis præliantur, ut isti nullo generali & logico iudicio,
sed alieno tantum sensu atque exemplo ad probandum vel improbandum mo-
ventur. Hoc igitur præcipue postulo, ut quæstio certis legibus atque inter reos,
quorum res nempe agitur, id est inter Ptolemæū & Euclidem concessis & cōses-
sis disceptetur. Quæ sunt igitur bene docendę leges Ptolemæi: quæ sunt leges
Euclidis: Certe prorsus eadem: Logica nempe una est omnium artium, omniū-
que artificum communis. At ne qua suspicio subesse possit, a Proclo Euclidis pa-
trono repetamus. Quid igitur hic Proclus ait: quas bene constituendę & faciendę
disciplinæ leges habet: Totam sanę Aristotelis logicam hac de re disputans
in cōmentarios suos effudit: de materiā artis, de forma artis, sed involutis qui-
busdam sic implicatam, ut vix possit agnosci. Res igitur explicetur a nobis & il-
lustretur. Caput est Procli undecimum totum in primo cōmentario, quæ a ma-
thematico postulanda sunt, ubi terminos mathematicę materiæ definit. Quid
quid mathematicus docebit, ait Proclus, necessariis rebus addicet, & iis rationi-
bus, quæ redargui non possint. Illud est Aristoteli *ἡ πρώτη ἀπόδειξις* de omni. Deinde,
ait, res cognatas & homogeneas explicabit, nec alienum quidquam aut super-
vacuum docebit, ut rectane pulchrior quā peripheriæ. Illud est Aristoteli *ἡ δεύτερη ἀπόδειξις*,
per se, idemque exemplum, sed & illud Aristotelis multo clarius. Arithmeti-
ca doceantur arithmetice, ait Aristoteles, geometrica geometricę: secus, geome-
tricum in arithmetica sit *ἀριθμητικόν*, arithmeticum in geometria sit *γεωμετρικόν*.
Tertio, ait Proclus, mathematicus generalia generaliter, specialia specialiter de-
clarabit, ut externos rectilinei angulos æquales esse duobus rectis, speciale. Itaque illud gene-
raliter de rectilineo, hoc specialiter de triângulo. Illud est Aristoteli *ἡ τρίτη ἀπόδειξις*,
universaliter primum. Concludo igitur istas leges Procli de elementis mathe-
maticis examinandis & probandis Aristotelis logicas leges esse, & ex Aristote-
lis libris depromptas, ut elementa sint necessaria, homogenea, propriā: positi-
mo

mo Proclus lib. 2. cap. 7. ait, Tollendum est quicquid supervacuum fuerit: impeditum enim id est doctrina: omnia autem eligenda quaecunque rem propositam complectuntur atque constituunt. Quare Logica de materia artis leges Ptolemaei & Euclidis sunt leges: nec aliam syllogismi logicam vel Euclides vel Ptolemaeus habebit, cum quaestio de hac differentia nulla adhuc fuerit. At fortasse aliam universorum elementorum methodum, alium ordinem, aliud iudicium, & ab Aristotelis methodo, ordine, iudicio diversum Proclus sequitur. Minime gentium. Sed Aristoteles hic item totus est: valde tamen est confusus & variis locis dispersus. Sex enim diversis capitibus hanc methodum usurpat. Primus locus est lib. 1. cap. 2. est Philabo Platonis assumptus de methodo, quae intra duos terminos *περί τὴν καὶ ἀπειρον* finitum & infinitum mathematicam complectatur. Illud enim *περί* est in Aristotelis organo *γεννώτατον* generalissimum: *ἀπειρον* verò *ἄτομα* individua significat, quorum intermedia sunt *ὑπερῶν* subalterna. Haec, inquam, mutatis verbis apud Platonem methodus est Aristotelea. Secundus Procli locus est lib. 1. cap. 3. quod pulchritudo & ordo sit mathematicum communis: ubi proponitur *μέθοδος ἀναλυτικὴ καὶ συνθετικὴ* à notioribus ad ignotiora, & ab iis ad illa reditus. At prior illa à notioribus sola universae esse disciplinae potest, posterior unius tantum elementi & singularis questionis esse potest, ita tamen ut elenchus sit in doctrina, quia ab ignotioribus progreditur. Atque unica est doctrinae methodus, sicuti in logica ad caput de methodo adversus Galenum & reliquos Aristotelis interpretes copiose disputatum est à nobis. Tertius locus lib. 1. cap. 4. nomine primae philosophiae, quae ceterarum artium principia consideret, ubi & eadem illa methodus multiplex mutatis verbis valde obscuratur. Quartus est lib. 1. cap. 7. de viribus mathematicae, ubi primus de duobus terminis locus, & secundus de methodis repetitur verbosè admodum. Quintus locus est lib. 1. cap. 4. sumptus est republ. Platonis, quod dialectica sit *την καὶ συνθετικὴν* vallum & vinculum mathematicum, ubi superiorum plurima eadem rursus accumulatur. Sextus locus est lib. 2. cap. 2. in multitudine methodorum *ἀναλυτικῆς, συνθετικῆς, ἀποδεικτικῆς* addidit & *ὑπερῶν* demonstrativam & definitivam, quae singulorum elementorum logicam indicant, non complectuntur universae *σοφιστικῆς* formam, de qua sola modo quaeritur. Definitio enim & demonstratio non est unica totius artis omniumque partium, ut est unica methodus & unica forma, & tamen de apodictica Aristotelis quam horribile commentum sit, in apodicticis ipsis copiose dictum est à nobis: ut demonstrationis (quam somniasset Aristoteles) neque materia neque forma esset ulla, utque omnium liberalium artium testimoniis & exemplis refellatur. Quamobrem de doctrinae ordine & via, id est methodo, Proclus cum Aristotele consentit, legesque bene constituendae & faciendae artis Aristoteleas probat & laudat, quod etiam postea magis intelligitur. Et si Proclus omnino de iis legibus taceret, imò verò etiam si dissentiret: attamen si bene loqui vis, Grammaticae bene loquendi: si bene dicere vis, Rhetorice bene dicendi leges tibi servandae sunt: ita si bene docere vis, bene docendi ars tibi tenenda est. Atqui ars illa docendae ar-

L tis

tis logica singularis & unica est, neq; exceptioni ulli vel excusationi cōtra leges
 illas ullus locus esse possit: numeratio vel dimētio contra leges vel arithmetica
 vel geometrie facta, nunquam arithmetica vel geometrica dicitur, quacunq; de
 causa paralogismus aut *ψευδολογία* cōtigerit. Sic doctrina cōtra catholicas lo-
 gica leges informata, logica haberi nullo modo possit, quancunq; elenchi & so-
 phismatis occasione prætuleris, nihil consiliū, voluntas, libido, autoritas ho-
 minū cōtra leges istas audienda sit: logica perpetuis analogiis constat, anoma-
 lias nullas habet, neq; autoritas rationis, sed ratio autoritatis regina domi-
 naq; esse debet. Bene itaq; res habet, atq; hoc nobis fundamentū esto, fundamē-
 tum inquā, ē legibus partium cōsensu receptis atq; approbatis positū & locatū.
 Mathesis legitima cōplectitur mathematica necessaria, homogenea, propria, ordi-
 neque à natura prioribus disposita. Lex ista est instituta inter Euclidem & Prole-
 maeum iudicii, hæc syllogismi est propositio. Agite dum assumptio cōsideretur.
 Si nihil Euclides in elementis & singulis & universis cōtra leges istas aberravit,
 regiā viam tenuit. Sin multa in singulis, plura in totis & universis ab eo contra
 has leges cōmissa sunt, Ptolemaeus iure aberrantē in viā revocabit. Id igitur attē-
 tis animis agatur. Proclus patarū se atq; alacré præstat in assumptionis huius af-
 fertione, omninoque profusus est in Euclidis non dico excusatione, sed exorna-
 tione & cōmendatione. Sic logicā ejus extollit atq; exaggerat, ut delectus vel or-
 do accuratior in elemētis optari posse non videatur. Et quidē de scholis omniū
 artū ac professionibus nulla cōstantiorē logicā ut prædixi, tenuit quā mathe-
 matica: sola mathesis errore falsitatis in totis elemētis caruit: de grāmaticis, the-
 toribus, logicis id affirmari non potest. Mathematici verū sibi confirmandū
 religiosē proposuerūt, legēq; illam de logicis primā *λατὴ τῶν ἀνθρώπων* sanctē coluerūt:
 attamē præter eam legē nullam admodū coluerūt. Itaq; laudes quas Proclus
 cōmemorat, neq; possit neq; velit Euclides agnoscere. Rē confusius ab eo descri-
 ptam distinguemus, & gradatim persequemur, expendemusq; in singulis rebus
 nō solum Euclidis, sed Procli iudiciū: multis enim nugis hic interpres elementa
 mathematica refert, quarum præcipuas breviter attingam. Primo loco questio
 est de origine mathematū. Proclus verbosissimē disputat lib. 2. ca. 4. & 6. adver-
 sus Platonem & Aristotē mathematicas artes ab hominibus sensuū beneficio
 neque observatas neq; inventas esse, sed à natura insitas & ingeneratas, quia à
 sensibus nulla accurata & invincibilis ratio demonstratioq; oriri possit, quia sen-
 silia sunt posteriora intelligibilibus, quia mens est nobilior sensu & præstātor.
 Pythagoras summus philosophus fuit, ut antea patuit, sed quod de Platone &
 Aristotele dictū est, non semper Pythagoras: metēpsychosin immortalī animo-
 rū ē corporibus alijs in alia corpora cōmentus est: unde absurda permulta sunt
 consecuta, ut ista sunt, quæ modō Proclus cōmemorat. Proclus igitur pythago-
 reorū somnia verbosissimē ca. 1. li. 2. repetit: unde cōcludit animū mathematici
 generis authorem parentemq; esse, qui à divina mēte delibatas omnium rerum
 species non solum mathematicas acceperit. Itaq; mathematica singularibus for-
 mis antiquiora esse in animis, neq; ut Aristoteles putavit, animū hominis esse ta-
 bulam

bulā nudā, sed mathematicis rationibus pictā & ornatā, seq̃ suapte natura pingentē & formis omnibus exornantē. Sed enim ista Procli argumenta valde jejuna sunt, & in analyticis primō, deinde multo copiosius in metaphysicis refutata, ubi hac de re abundē dictū est a nobis ē sentētia Platonis & Aristotelis, animo facultatē omnīū rerū percipiendarū a Deo & natura datā esse, ut oculo facultatē omnīū colorum cernendorū, non autē animo formas rerū: ut nec oculo species colorū: ut tamen Pythagoras nimīū videtur istā percipiēde disciplinē in animis nostris facultatē auxisse, sic Aristoteles fortasse imminuisse nimīū: praesertim cū Aristoteles ipse naturales virtutes & naturalē logicā dicat, ut non tantū facultates virtutū & artīū, sed initia quādā & semina nostris animis attribuat: nec animus tabula planē nuda sit, sed pigmētis etiā quibusdā & lineamentis naturaliter aspersa. Quare pythagoreis hīc nōnihil ignosco animi immortalitatē, proindeq̃ divinā facultatē paulō cupidius efferentibus: Procli verō elenchū improbo, qui melioris sententiā justiorisq̃ judiciū a Platone & Aristotele propositum repudiavit. Verūtamen Proclus etiā novum ad hanc quæstionē argumentū attulit ad pythagoreā enim *ἀνάμνησις*, recordationē nominis etymū retulit. l. i. ca. 15. Hoc autē ipsum mathematicā & mathematicū nomē, quærit undenā a veteribus inditū his disciplinis dixerimus, & quamnā probabilē rationē habet. Respōdet non vulgo id nomen, ut cetera, factū esse, sed a pythagoreis impositū ē recordationis argumēto, quod omnis quæ dicitur disciplina, recordatio est, sed ea præcipuē, quæ mathesis appellatur, quæq̃ æternarū in animo rationū recordatio, & propterea mathematica præcipuē nominata est, ut quæ conferat notiones ad earū recordationē. Hæc Proclus, cui satisfactio eadē erit, quæ fuit de origine mathematicæ. Recordatio ista adhuc in nemine tā felix invēta est, ut ejus beneficio sine studio & labore ars ulla præciperetur. Nomē verō ipsum pro arbitrio factū est, nec ulla quidē initio excellētia, sed proprietate: solę enim multis seculis artes mathematicæ fuerūt. Grāmaticæ principia ad Aristotelē & discipulū ejus Theodestē referūtur. Rhetoricā primus Corax & Tisias excitavēre. Logicę inventionē Plato refert ad Prometheū: Aristoteles Zenoni attribuit, qui cū Socrate disputat in Parmenide Platonis. In logico organo Aristoteles ipse licet falsō, attamē logicā sibi vēdicat, sicut in rhetoricis inventionē & actionē. Superiorib. igitur illis tēporib. mathematicā disciplinā, solā disciplinā pueris in schola tradebātur, & ideo *μαθηματικά* disciplinā vocabulo generis appellat: atq̃ mathematicis pceptis tū reliquæ ex his deductæ disciplinæ physica & ethica percipiebātur, ut antea patuit: nomē etiā fortasse postea, ppter disciplinę subtilitatē & acumē remāsit, qđ apud Vallā Anatoliū videtur dicere, cū ait mathematicas inde nominatas, qđ præ ceteris artib. doctoris interpretisq̃ sumē requirāt, vixq̃ nisi magistro præcūte pdiscātur. Sed qđ plurib. argumētis quæstionē hāc disputare necesse est: nōne totus liber primus expōsitōrū mathematicorū, in dūfiria, laboris, diligētis exēplis uberiorib. nō solū adversus Proclū, sed ē Procli imprimis authoritate deproptis, docuit mathematicas artes a sēsu, in dūciōe, experiētia ad animū pfectas, nō animis nostris ingeneratas, nec beneficio recordatiōis alicujus beatę excitatas esse?

L 2 denique

denique advenas esse non indigenas: Itaque patiat^{ur} Proclus ē pythagorea scho-
la in academiam lyceumque se reduci, & Platonis hac in re Aristotelisq^{ue} philo-
sophiā potius amplectatur: Nihil est hic *κατὰ παλαιότητα*, nil *καθ' αὐτὸ*, nil *καθ' ἑλκυστικήν*
τὴν, leges deniq^{ue} positę à mathematicis ista rejiciunt. Consimilis apud Proclū que-
stio est, quo de genere artis sit mathematica, ad cujus quęstionis explicationem
distinguitur artis judiciiq^{ue} differentia à Proclo ē Platonis philosophia, & ex Ari-
stotelis consimili in metaphysicis doctrina triplex lib. 1. cap. 1. Prima *νόησις* intel-
ligentia æternorum, in compositorum, impartibilium, individuorū, qualis theo-
logia sit: Secunda *λόγος* opinio mutabilium & variis compositionū divisionumq^{ue}
modis subiectorum, ut physica: Tertia *διάνοια* ratiocinatio, quę sit inter utramq^{ue}
media & quodammodo particeps amborum: rerum quippe æternarum atque
immutabilium, variis tamē demonstrationum viis ad scientiam perveniētiū,
accessionibusq^{ue} & decretionibus, divisionibusq^{ue} & interuallis obnoxiarū, qua-
lis est mathematica. Deniq^{ue} *νοητὰ* intelligibilia divinis, *διανόητα*, tāquam diceret,
ratiocinabilia, mathematicis: *λογιστὰ* & opinabilia physicis attribuuntur, quod
rursus alia Platonis partitione à Proclo differitur lib. 1. ca. 5. & 6. quod alia sunt
νοητὰ & intelligibilia, alia *αἰσθητὰ* & sensibilia: sed illa vel simpliciter esse *νοητὰ*, ut
divina, vel *διανόητα*, ut mathematica: itemque hæc vel simpliciter esse *αἰσθητὰ* vel
εἰσαγμένα imaginabilia. Eadem differentia cognitionis & judicii repetitur toto cap.
10. lib. 2. ex qua utraq^{ue} partitione Proclus concludit mathematicam esse discipli-
nam *διανουμένην* ratiocinativam: judicioque *τῆς διανοίας* & ratiocinationis dijudi-
cari. Hęc Procli quęstio est, hæc ad quęstionem Procli ē Platone & Aristotele re-
sponsio. Sed enim scholastica & quęstio & quęstionis explicatio, verbosa magis
est & arguta in mathematicis, quā cōstans & logica. Etenim Procle doctissime,
mitte splendida ista nomina Platonis & Aristotelis, mathematicē mecum agito,
rem per se considerato. Plato & Aristoteles magni quidē illi philosophi sunt, sed
tamen non semper magni: nec Plato, ut dixi, semper Plato: nec Aristoteles sem-
per Aristoteles. Primum quid hic mathematicę proprium doces: quid nō cōmu-
ne omnium artium? Certē nihil. Idem enim de grammatica, de medicina quari
potest: Tū verō quod ais mathematicam esse *διανουμένην*, non autem *νοημένην*, nō
λογισμένην, vehementer erras. Singularū enim artium institutio potest illā triplicē
vel quadruplicē judicii dissimilitudinē capere. Nā cū principia per se clara ma-
nifestaq^{ue} considerantur & judicantur, *νόησις* est, cū ex his alia demonstrata & cōclu-
sa judicātur, *διάνοια*, cū in exēplis usus ipse nō perinde certus est, *λόγος* uel *εἰσαγωγή*:
& sic Aristoteles ipse licet alibi aliter, attamē in posterioribus analyticis, unde tā
multis in unū commentariū trāslatis, magnificus videri vis, *νόησις*, *διάνοια*, *λόγος*
usurpat. Et quidem singulorum elemētōrū, si per se manifesta sunt, judiciū *νόησις*
est & enuntiationis solum: item singulorum exemplorum, si protinus manifesta
sunt, judicium *λόγος*, vel enuntiationis tantū. In cæteris elementis dubiis *διάνοια*
& syllogismus est. Quin etiam in conclusionibus demonstrationum judi-
cium est *συλλογισμὸς* & *διανουμένης*. Itaque Proclus ab Aristotele refellitur, à verita-
te ipsa clara & manifesta refellitur: imo verō Proclus à seipso refellitur: sic enim
postea:

postea mathematicas demonstrationes, triplices facit, τὰς μὲν νοσητέρας, τὰς δὲ διειρηνότερας, τὰς δὲ ὑπὸ λόγου ἐκρησσομένης, alias intelligentiæ pleniores, alias ratiocinationi conjunctiores, alias viciniores opinioni: ne alio nobis argumento Proclus refellendus sit quàm Procli ipsius autoritate & testimonio. Quare ista quæstio, ut superiori proxima, sophisticam speciem & inanem habet, dupliciterque est mathematicis artibus explodendam, non solum quia sit artium omnium communis, neque ideo καθ' ὅλον πρῶτον legem teneat, sed multo maximè quia fallax & captiosa, primæque legi κατὰ πᾶν præcipuè repugnet: verum Procli reliqua persequere. Euclides ab eo nunc geometra, nunc στοιχεύων, tanquam diceret elementator, appellatur, per excellentiam videlicet, ut poëta nomine Homerum, sic geometra appellatione Euclidem intelligamus: Appelletur sanè ut poëta princeps poetarum, sic geometra princeps geometrarum, laudo: sed quisnam hic sit, requiro. Quid tum deinde elementum, ait Proclus lib. 2. cap. 7. tribus modis dicitur. Primo ut literæ in grammatica dicuntur elementa, unde syllaba, dictio, oratio componitur: sic geometriæ principia dicuntur elementa, unde cætera deducuntur: Secundo elementum dicitur, unde aliud confirmatur, sic antecedentes propositiones sunt elementa consequentium. At, inquam, ista significatio secunda comprehendit etiā primam. Tertio elementum dicitur, in quod cum sit magis simplex, compositum resolvitur, quomodo Euclidis elementa facta sunt. At verè tertius hic modus cum primo convenit, nec potest elementis Euclidis convenire, quia sic sola principia dicerentur elementa, non autem propositiones. At totum opus elementorum nomine inscribitur, non principia solum, nec Euclides, opinor, στοιχεύων appellari velit à solis principiis: fallitur itaque Proclus in nominis & tituli ratione, sicuti falsus & deceptus est in mathematicum origine & genere. στοιχεῖν igitur, id est elemētā, à Platone primum, ut dictum est, deinceps à cæteris nominata sunt præcepta de numeris & figuris, quia è Pythagoræ, Platonis, Aristotelis sententiâ plurimarum postea disciplinarum principia essent, ut astrologiæ, optiçæ, musiçæ, physiçæ, universæ denique politiçæ. Et sic maximus in προοίμῳ, τὰ στοιχεῖα vocat ἰσαγώγας introductiones. Atque hic Euclidem non attingo: de Proclo Euclidis patrono tantum loquor. Hæc igitur de titulo & inscriptione operis. Causa obscuritatis deinceps est materia & forma στοιχεύων universalis disceptetur, est materia primo singulorum elementorum, singularum demonstrationum. Enimverò, ait Proclus lib. 2. cap. 4. 5. 7. Euclidis iudicium totis elementis admirabile fuit: Modi elementorum instituendorum permulti, & valde differentes diversis authoribus placuere. Euclides optimum selegit. Audio, inquam, sed duo contraria vitia ἐλαψεν defectum primò, deinde ὑπερβολὴν excessum & redundantiam, nostris illis catholicis bene docendi legibus contrariam in στοιχεύων Euclidis video. De ellipsi primum agatur, quam Proclus etiam videtur in laudibus Euclidis numerare. Non omnia, ait, sibi sumenda existimavit, quæcunque dicere poterat, sed ea tantum delegit, quæ poterat in elementa concludere, quam opinionem video recentioribus geometricis ad Euclidem saltem excusandum vulgo placuisse. Sic enim Campanus ad 6

p. 12 ait Euclidem solis elementis contentum multa prætermisisse, quæ quamvis essent ex elementis consequentia, tamen à studiosis sine difficultate non perciperentur. Itaque censet Proclus non modò ab omni reprehensione vacuum & liberum Euclidem fore, quod multa prætermiserit, sed laudem habiturum. Atque hæc Prolemæo adversus Euclidem jam causâ est, nò adversus Proclum. Quare quisquis hæc legis, animum erige, omnemque mentis intelligentiam exu'cita, ut de tanta re graviter severè constanterque judices: ἐκλογῇ, ut loquitur Proclus, delectus Euclidis animadvertatur. Ponatur ante oculos communis lex illa syllogismi futuri propositio. Logicus in scientiis delectus definitus est à Proclo, & quomodo sunt constituenda elementa ex lege pactus est nobiscum, nempe ut κατὰ πάντας, καὶ αὐτὸ, καὶ ὅλας πρῶτον sit unumquodque documentum, taliumque unumquodque & solum deligatur, contrarium omittatur. Excusatio contra vel exceptio cujuscunque vel consilii, vel voluntatis, vel autoritatis, vel argumenti cujuscunque nulla audiat. Analogia hic perpetua est ut dixi, nulla est anomalía: hanc igitur materiam συρραφῆς urgeamus, subducatur ad istas logicæ leges Euclidis delectus, ellipsisque & prætermissio consideretur, & quænam sint ista, quæ Euclides sciens prudensque velut ab elementis aliena prætermiserit. Sed singula genera ex arithmetica geometriaque partibus subducantur, quæ in elementis esse debuerant, quæque essent necessaria, cognata, propria, intelligentur quæ desint: Mathematicæ definitiones in elementis multæ sunt, nonnullæ etiam sunt prætermissæ: Partitio autè in totis elementis, quod equidem vehementer admiratus sum, legitima partitionis specie prorsus nulla. Numeratio communis de additione, subtractione, multiplicatione, divisione ne nulla est simplicium numerorum integrorum, fractionum, item comparationum. Comparationum in rationibus genera & species tribus tantum definitionibus multiplicis partis, partium comprehenduntur, aut ne comprehenduntur quidem. Proportio arithmetica nulla est: quæ tamen omnia sunt necessaria, cognata, propria. In ellipsi autem arithmetica numerat Proclus Apollonii perturbatas rationes, quas perinde tueri vix ausim. Ergo ista est ellipsis arithmetica. Quid è geometriæ partibus, quid Euclides in istum delectum nò adhibuit? Nihil adhibuit, ait Proclus, de variis generibus linearum & angulorum, & certè nihil adhibuit de lineis curvis, qualia & Archimedes περὶ ἐλλινῶν: qualia & Nichomedes περὶ νομοειδῶν: qualia Geminus περὶ νομοειδῶν. Non adhibuit fabricam trianguli æquicruri & varii, ait Proclus: Verum & alia multa à posteris de triangulis animadversa non adhibuit, quæ sunt in quinque libris à Regiomontano ex variis autoribus collecta. De superficiebus planis tantum præcepit de rotundis & mixtis, de quæ earum lineis & affectionibus tacuit. Stereometriam in solidis corporibus perexiguam proposuit. Hypsicles duos Euclidi ex Apollonio libros adjecit: Archimedis libri duo sunt, de sphaera & cylindro, de sphaeroidibus & conoidibus, de quadratura parabolæ: Theodosii tres de sphaera: Apollonii quatuor de conicis: Sereni duo de sectione cylindri, quot & quantas res hic addiderunt: Quare tot actanti authores Euclidis studium non æquarunt

runt modò, sed multis modis superarunt. Nullum enim Euclidis inventum ne à Proclo quidem ipso cōmemoratur. Solæ demonstrationes Euclidi attribuuntur. Nihil verò est tam multis ab Euclide prætermisiss, si non partibus omnibus, saltem genere ipso non κατὰ μέρος, καὶ οὐτὲν, καὶ ὅλας πρώτους. Deinde elementa dicis matheseos tanquam rudimenta, quæ vulgò grammaticis appellantur. Quid igitur in Euclidis elementis faciet puer rudis & ignarus additionis, subtractionis, multiplicationis, divisionis, quid, inquam, rudimentis illis atque elementis ignoratis faciet? Quare qui laudat Euclidem quod hæc omnia contemplerit, quomodo defendet eos qui addiderunt? Facessat igitur ista laus, & confiteamur in hac ellipsi magnam prorsus esse obscuritatis causam. Neque verò exceptionem Ptolemæus audiet, quod noluerit hæc Euclides, quod illa sola voluerit Euclides: Voluntas enim Euclidis ad bene docendum pluris logico nunquam fuerit quàm catholica bene docendi leges: Neque Euclidis nomen demonstrationis argumento in elementis ipsis adhuc à Theone appellatum est: neque inter illas pactas & constitutas leges, in quas conventum, in quas juratum est, voluntas aut consilium aut autoritas Euclidis recepta est. Ego verò viam istam inficiabor esse regiam, neq; inficiationem nostram Ptolemæus improbabat. Euclides igitur potius à nobis laudetur, ut Thales à Pythagora, Pythagoras ab Hippocrate, ceterique illi doctores à sectatoribus & æmulis suis laudari sunt. Quod igitur Euclides potuit, laudo: quod non potuit, quod ignoravit, reiectum ab eo despectumque equidem non arbitror. Reddantur igitur elementis tam multa aut saltem ex his necessaria, cognata, propria, erit via ad mathematicam plana, simplex, directia, ideoque magis compendiaría, quàm Euclidis *σχηματισ* tot interiectis præcipitiis interrupta. Quid multa? Via hæc regia erit, illa non erit: Aristippos, Epicuros nihil metuo: nihil enim de totis rebus istis omisiss intelligunt: mathematicos potius rebus ipsis instructos, logica destitutos vereamur. Sed mathesis est ἀναλυσ, verū tantum est amans & studiosa, à receptis legibus oculos non desecuit, eoque duntaxat intentas omnium mathematicorum mentes esse confido. Quare prætermisiss illa obscuritatis minime prætermisiss argumenta prætereamus, redundantium, quæ multò plura sunt, obscuritatem multò maiorem attendamus: de redundantia in elementis primum dicamus: ea duplex est, altera logica, altera mathematica. Logicā dico quæ temerè ex logicis in mathematicam accersita est, qualis redundantia est partim à Proclo, partim ex Euclide. Ergo Procli *lib. in eucl.* antè examinemus. Multa enim Proclus in cōmentariis cōmentus est ex sese, vel ab aliis elementorū interpretibus cōmenta sibi vendicavit, quæ non solum in mathematicis elementis, sed in logicis ipsis, unde traducta sunt, planè sophistica sunt & nugatoria, ut scholæ de talibus nugis logica plenius exposuerūt. Quare in singulis breviter & succinè artificium Procli perstringatur. In enuntiatis verò Euclidis explicandis subtilis prorsus artifex est, dum questionū, principiorū, propositionum, cōversionum differentias persequitur. Proclus igitur ad primā Euclidis propositionē: Omnia questionum genera adhibet Euclides, ait, Quærit enim an est, quid est, quale

quale quid est, propter quid est. At Procle diligentissime Euclides nusquam quarit an sit, aut quid sit linea, superficies & corpus, sed sine quaestione docet & definit: problemata quidem quaestiones quaedam videntur esse, quomodo fabrica constituenda sit, sed vanitas ista mox apparebit: & tamen problemata ista affirmant non dubitant. Quamobrem, autem nullo in elementis loco quaritur: Commentum hoc ex Aristoteleae demonstrationis commento Proclus huc attulit: non observavit ex elementis Euclidis, in quibus nusquam quaritur *diēti*, sed *ēti* tantum concluditur. Perge igitur, totum hoc negotium est alienum negotium verò obscuritatis plenum, mathematicae artis inane. Age verò, quid sequitur? Proclus lib. 2. cap. 8. principiorum genera distinguit in hypotheses, postulata, axiomata: quomodo definitiones facit Proclus suppositiones, & tria principiorum genera in elementis ita distinguit. At ista divisio principiorum, licet nobis diutissimè nondum ejus fuso in mathematicis explorato placuerit, tandem tamen aliquando valde displicuit. Definitiones enim, divisiones, & propositiones quavis aliae per se manifestae admittuntur in disciplinis, non postulati, vel axiomatis, sed ipso tantum suae claritatis & perspicuitatis nomine: Et si quam utilitatem ea partitio haberet, in omnibus artibus parem haberet. At in nullius artis constitutione discrimen illud adhibetur, & ab Euclide tantum adhibetur primo libro, in ceteris postea libris contempta est ista principiorum differentia. Archimedes initio isorropicorum vocat *ἀντιθέματα* pro axiomatis, ut Geminus adnotavit: totamque hanc bellam principiorum differentiam pro nihilo habuit: Euclides ipse uno nomine in opticis & catoptricis hypotheses nominat quaecunque principia. Hae secunda obscuritatis in Procli delectu redundantia est: Euclidi verò propositio proprie est enuntiatio dubia & demonstrabilis. Propositio, inquit Proclus, habet duas partes, datum & quaesitum: ut, Sum per data recta, triangulum constituere: hic datur recta, quaritur constitutio trianguli. At propositio, inquam, saepe nullum datum habet, ut 10 p 4, ut ait Proclus idem & datorum apud Euclidem ipsum geometria quod aliquid detur ratione, situ, magnitudine, specie, alio tempore cujusmodi sit considerabitur: quare partitio nugatoria est. Perge, propositio, ait lib. 2. cap. 8. est Euclidi problema vel theoremata. Problema, est propositio quae proponit aliquid invenire & machinari, ut invenire maximam mensuram, secare lineam, constituere triangulum, describere quadratum, & similia in magnitudinum additione, subtractione, contraetu, sectione, positione, applicatione: & quidem proponit enuntiatione tantum imperfecta. Proponit enim possibile esse invenire, secare, constituere, describere, verbumque *δυνάμει*, id est possibile interdum adhibet, ut 18 & 19 p 9. Itaque talis propositionis explicatio demonstratione continetur. Theorema verò cognoscere demonstrareque statuit inventae & constitutae rei qualitatem. Itaque Euclides istam differentiam singulariter videtur observare, & in conclusionibus problematum dicere, quod fecisse oportuit: quia in problemate fiat, in theoremate demonstretur aliquid. Hae à Proclo differentia mathematica cis adhuc valde placuit. Sic initio tertii libri proponitur à Pappo, sic vulgo à mathe-

mathematicis problemata, sic theoremata nominantur: At inanís est planeq; sophística, nec ab Euclide ipso observata, qui sæpe in eodem theoremate, ut secundo & sexto libro, & deinceps aliis libris & fabricam & fabricæ proprietatem proponit: imò definitione nonnunquam istam fabricam tanquam per se manifestam comprehendit, ut in circulo, sphæra, cono, cylindro. Neq; fere ulla in totis elementis Euclidis fabrica est, quæ disertis verbis expressa, postulanda non fuerit. Quapropter Euclides in illis definitionibus, materiam fabricandi & machinandi satis ostendit non esse problematis propriam: imò verò aliquando problematis materiam specie theorematís, Euclides ipse proponit, ut 1 p 7. ut 8, 9, 10 p 8, ut 11, 12, 13, 18, 19 p 9: ubi proponit inventionem mediórum possibilem, quod problematicum est: Inventionem autem ipsam non proponit. Ita de problemate fecit imperfectum theorema: contrà in 1 p 7. è problemate fecit theorema integrum. Quin differentiam illam clausularum, quod fecisse, quod demonstrasse oportuit, Euclides ipse valde ridiculam ostendit, cum in illo 1 p 7. problemate theorematice propositio dicat, quod demonstrasse. At in 2 p 7. ubi problema item problematicè propositum est, dicit etiam, quod demonstrasse: in 3 p 7. ubi problema item problematicè propositum est, dicit, quod fecisse. Denique in hac differentia nihil aliud possis animadvertere, quam Euclidis à vero & logico doctore differentiam. Quin Euclides ipse in Opticis 18, 19, 20, 21. problema, quæ dicuntur in elementis, Theorematum nomine appellat. Enimverò post Euclidem, Archimedes bellam istam problematis & theorematís differentiam, non re sed verbis tantum constare docuit secundo de sphæra, ubi ait se è problematis theoremata fecisse, tanquã materies una esset, sed orationis forma discreparent, cū problema breviter & imperfectè proponatur, theorema plena enuntiatione comprehendatur. Quin Archimedes in quadratura parabolæ, theorema nudis exemplis tantum proposuit, nulla omnino propositione expressa. Quænam igitur occasio talis confingendæ differentiæ fuit? Sanè difficultas orationis, in cuius studio minus essent exercitati, videtur mathematicos rerum ipsarum cogitatione vehementer occupatos ad istam problematis & theorematís differentiam adduxisse. Sic Archesistratus ait apud Athenarum pythagoreos tacuisse inopia verborum: & quidem verborum & orationis difficultas in Euclide, Archimede, Apollonio, Theodosio, ceterisque tanta plerumq; est, ut è rebus divinanda sit orationis intelligentia. Quin etiam plerumque videas in problematis tantam esse, non geometricam lineamentorum, sed grammaticam verborum difficultatē, ut de summis difficultatibus pertinacia nostra devoratis, hæc una imprimis facile mihi videatur. Tam sæpe Euclidē & Theonē Aristarchi græmaticam optavi: tam sæpe geometras Cratylo cōparavi: ut enim philosophus ille digitis, sic geometræ radiis potius & literis quàm verbis locuti sunt. Ita mathematicis grammatica inventa est, quæ non aures auditu & sonis, sed oculos visu & pigmentis institueret. Verumtamen plerisque locis etiam problematis causam deprehendi: Studium demonstrandi, ut postea plenius exponam, insanum quoddam in mathematicis fuit scholis: Neq; tamē si disertis verbis pro-

M blema

blenia esset expressum, quicquā demonstrandū supererat Itaq; problematis epigramma demonstrationum causa factum est: quæ causa est etiam absurdior superiore. Illic inopia tantum orationis, hîc vanitatis copia arguitur. Quare cum differentia problematis & theorematis rebus subiectis nulla sit, sermonis difficultate sublata, si quis oratione plena propositiones omnes in elementis proposuerit, sustulerit magnum artis impedimentū. Quod Archimedes in paucis fieri posse docuit, & nos ejus exēplo in omnibus idem tentavimus. Itaq; appellato omnes propositiones theoremata, ut Speusippus. Amphinomus, Archimedes, Theodosius, & recētib; itē Vitellio fecēre, vel problemata, ut Menechmus dicit appellasse. Sic enim veterū alii, ut Pappus tertii libri initio docuit, nominarunt omnē propositionē pblema, alii theoremata, nihil in sciētia intererit. Si nō partē propositionis, sed totū una oratione proposueris, magnū mathematicis emolumentū, & ad intelligētiā & ad memoriā attuleris. Quare tota ista problematis & theorematis differētia, scholastica & cōmentitia est, mathematica nō est, neq; tamē istā in delectu tertā redūdantiā Proclōne an Euclidi potius attribuam, satis intelligo, cum in totis elementorū libris græcē aditis ea differētia nusquā sit, aliter tamen esse necesse est, utriuslibet igitur assignato. Posirema apud Proclū de enuntiatis laudis euclidæ cōmendatio est conversarum propositionū. Varias, ait Proclus, conversionum species Euclides habet modō simplices, modō cōpositas, modō tota totis cōvertentes, modō tota partibus, modō cōtra quasdam partes quibusdam partibus. Antea Proclus laudavit in Eūclide varias differentias propositionū: nunc conversionū genera simili commendatione profertur. Hæc una laus fortasse superiora illa tam multa redundantiā sophismata diluet. Audiamus igitur. Negatio generalis generaliter convertitur, affirmatio utraque specialiter tantum, negatio specialis non convertitur, ait in analyticis Aristoteles. Verum, deus bone, propositionum conversio in totis elementis nulla prorsus est: est tamē conversio rerum seu terminorū, ut scholæ vulgō loquuntur, frequentissima præsertim subiecti & proprii adjuncti: ut, Si quatuor numeri sunt, proportionalis factus à mediis æquatur facto ab extremis, & si hoc, illud: Nulla autem est propositionis talis cōversio, neq; hujus cōmentitiæ conversio: nis usus ullus est ad ullam quæstionē probandam, nec homines unquā humanitatis tam expertes erunt, ut ullus esse possit, sicut septimo scholarū logicarum libro copiose docuimus: nec in totis Euclidis elementis ulla demonstratio hinc sumpta reperietur, ut antecedens per cōversam, vel conversa per antecedentem demonstretur, sed converse plerumq; probantur per impossibile oppositū antecedentis. Commēti hujus occasionem Proclus arripuit ē vitiosis quibusdam Euclidis propositionibus, qualis est sexta primi libri, ubi & præclarē artes conversionum istarum repetuntur, qualis itē 8, & 19 p. 8. & locis quibusdam aliis. Quare mirabile Procli videatur ingenium in hoc primo logici judicii delectu Euclidem sic efferentis, ubi bene attentis iudicibus turpiter pravariando vituperare potius videatur. Atq; hic positemus tam nugatoriæ laudis elenchus par te aliqua Euclidis esse videatur, qui tam importunis nugis argumentum amul-
lis &

his & sectatoribus, ut nunc Proclo, præbuerit. Quamobrè è logica in elemētis à Proclo redundantia, quantā & quantā obscuritatis caliginē intuemur? Sed obscuritas ista Proclo, sed obscuritatis hujus culpa Proclo potius quàm Euclidī tribuatur, & redundantia rerū quidē prorsus inutiliū & elementis extrinsecus additarū. Verum à sophismatis istis digrediamur. Ingrediamur igitur in ipsa Euclidis elemēta, inque viscera ipsa penitus subeamus: sanguinē, spiritum, carnē, ossa retexamus: intimas propositi ad curandū morbi causas perscrutemur. E logicis sophismatis temere in mathematicas à Proclo accersitis redundantia illa tota est. Quā deinceps logica vel mathematica ab Euclide ipso in elemētis redundantia erit? Quinquaginta elementorū logicorū arithmeticorū redundantia illa est: E logica rationū & proportionū, primo sunt novem definitiones quinti, ut 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13. Sunt itē propositiones novē è materia logica 4, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16. Deinde propositiones quatuor libri septimi de alternatiōe repetitæ è lib. 5, 9, 10, 13, 15: illic enim fuerāt magnitudinis nomīne: hæc prima redundantia est duarū & viginti elementorū è logica materia in mathematicas artes traducta. Secūda redundantia est arithmetica repetitarū è quinto libro in septimum trium definitionū, partis, multiplicis, proportionis: item octo propositionum, quæ nomīne magnitudinis fuerant item quinto in libro, & tandē nomīne numeri repetuntur septimo: nēpe 5, 6, 12, de cōpositione: 7, 8, 11, de divisiōe: 14 de æquatione ordinata: 22 de perturbata. Atq; hæc redundantia magna quidē est, sed redundantia etiam absurdior est octodecim specialiū propositionū nullum habentiū usum, quem generales non habeant uberiorem & promptiorem, imò quæ speciem doctrinæ nullam novam habent: sed speciem tantū exempli subiecti, ut quod generaliter de omnibus proportionalibus præcipi potest, præcipitur de multiplicibus, de partibus quotis & quantis, qua inani redundantia licebat per omnia genera inæqualitatis excurrere, & similiter præcipere de superparticularibus, & subsuperparticularibus, de superpartientibus & subsuperpartientibus: & cæteris generibus. Tales propositiones sunt undecim quinti libri ut 1, 2, 3, 4, 5, 6, 14, 20, 21, 24, 25. Item sex propositiones septimi, ut 5, 7, 8, 9, 10 p. 7. itē 20 p. 9. Talis igitur Euclidis redundantia in elemētis quinquaginta in mathematica secundū receptas leges instituta redundantibus. Atque hæc logica & arithmetica redundantia est. Perge verò, quæ reliqua est Euclidis in elemētis geometricis redundantia? Sane primis in libris ratio est à nobis animadversa: est tamē ea quædā ut 7 p. 1. ut (ne singulas referā) exceptis symmetrorum & rationaliū definitionibus totus decimus liber. E quinque postremis libris, qui stereometriæ attribuuntur: si 24. propositiones subdixeris ex 85, reliquæ 61. speciales è generalib. deductæ aut prorsus inanes & otiosæ reperiuntur. Atq; ita geometrica & stereometrica redundantia erit 171. propositionū: quæ si prioribus aggregetur, redundantia erit 222. elementorū, ut ea etiam prætereā, de quib. dubitatio aliqua possit esse: de quib. omnibus suis locis accuratius agatur. Hæc igitur est è redundantib. elemētis obscuritas tāta: obscuritas tamē nō potius Euclidis, quàm Hippocrat. Leontis, Theudij, Hermotimi, veterumq; mathematicorū

omnium, sed obscuritas tamen doctrinæ perspicuitati contraria, ideoque tollenda. Quare Ptolemæus obtinebit hac tam multorum elementorum redundantia sublata viam magis cōpendiarum ad mathematicas artes, magisq; regiam fore. Sanè in demonstrationibus redundantia vix est credibilis: & Theonis culpa hæc videri propria possit, qui demonstrationes assumpsit sibi. Enimverò questio hæc præcipuè consideranda, præcipuè animadvertenda est. Obscuritas enim mathematicarum artium incredibilis hinc est orta. Incredibile enim dictu est, quanta ambitio mathematicum ferè præstâtissimum quemq; infano quodam demonstrandi studio ita transversum egerit, ut nihil sit in totis mathematicis magis deplorandum. Mathesis simplicior fuit in Thalete, Pythagora & reliquis, usq; ad Hippocratem: deinceps cum fecundis frugibus inutiles herbas nescio quomodo collegit. Itaq; ut quisq; sibi paulò ingeniosior atq; acutior visus est, ita non usu & exemplis insignibus, sed syllogismis undecunq; expletis, quamcunq; rem oblatam demonstrandam sibi iudicavit. Sed tamen artificium demonstrandi Euclidem videamus. legem demonstrabilis enuntiati, legem etiam demonstrationis exquiramus. Ea verò utraque jam ante cōprehensa est: Materies artium non est uniusmodi, elementa alia per se clara & manifesta sunt, ideoque definitionibus, partitionibus declaranda, postulanda, omninoq; in principiis numeranda: iudicio denique *continuo* contenta: alia sunt elementa per se obscura & ignota, ideoq; syllogismo demonstrabilia, & *discontinuo* iudicio statuenda. De prima parte primo loco agatur, de secunda secundo. Principia non sunt demonstrabilia syllogismo, sed exemplis duntaxat inducenda: sensu deniq; & digito, ut Aristoteles loquitur, 7. cap. 2. posteriorum demonstranda. Lex igitur illa Ptolemæo & Euclidi, vel Theoni potius, communis esto. Principia ne demonstrato. Hic mathematicos attentos & consideratos exopto. Rem enim non solum novam prorsus & inauditam antea, sed incredibilem dicere existimabor: at causam suscepi regiam & publicam. Itaque dicendum, agendum, asserendum quid quid ad eam pertinebit. Dico igitur magnam partem in demonstrabilium elementorum ab Euclide in demonstrationum quæstiones adduci: Dico materiam principiorum, definitionum, partitionum, postulatorum, dico quod præcipuè in credibile sit, nisi penè oculis cernenti & intuenti syllogismorum complexiones demonstrationibus ab Euclide subijci: ideoq; infinitam quandam demonstrationum multitudinē redundare: indeq; infinite obscuritatis causam existere, ut ex elementis mathematicis, velut anigmata non pueris, qui olim pomis & crustis ad has artes invitabantur, sed viris ætate confectis anigmata, inquam, facta esse videatur. Exemplum rerum quædam hic indicabo, res ipsas disceptabo suis locis amplius. Definitiones alternationis, compositionis, divisionis, æquationis ab Euclide sunt in dubias propositiones conversæ in quinto & septimo libris. In geometricis id est rarius, aliquando tamen: sic è definitione æqualium angulorum facta est 23 p. 1. sic è definitione parallelogrammi factæ sunt 33, & 34 p. 1. E' partitionibus sunt etiam factæ propositiones, licet non multæ: attamen quædam, ut in arithmeticeis 4, & 34 p. 6: è definitione bimediarum & partitione

tione simul 25 p 10: Postulatorum verò materies in propositiones demon-
 strabiles converforum infinitior est. In arithmetiis postulanda prorsus sunt
 omnia, quæ quidem utilitatem insignem & artis nomine dignam habeant, aut
 protinus è propinquo elemento deducenda, ut demonstrationibus Euclidis
 in arithmetica nihil opus sit. Tales sunt propositiones quatuor librorum Arith-
 metiæ, ne singulas recenseam, quinti, septimi, octavi, noni. In geometri-
 cis turba minor est, sunt tamen propositiones quædam, ut primi libri 2. 3. 31.
 46. ut secundi decem primæ, quæ numeris etiam possunt explicari, ut tertii præ-
 fertim 5. 6. 10. 11: quarti & sexti non tam multæ sunt, sunt tamen nonnullæ, ut
 quarti problemata discretè expressa, 1, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14: sexti autem propositio-
 nes 16, 17, 21. Decimi libri præcipua *ἀξιοῦσα* ista fuit. Materies enim illic fuit defi-
 nitionum tantum & partitionum: In undecimi libri propositionibus quadra-
 ginta, nulla propositio fuit, quæ si generales antecederent, syllogismum require-
 ret, in reliquis libris apodictica Euclidis vel Theonis non multo accuratior fuit.
 Quæ elementa tam multa cur nequaquam isto modo demonstranda sint, suo
 tempore & loco diligenter & accuratè differetur: exempla tantum hic indico.
 Quamobrem quantam demonstrationum redundantiam, quantam mathe-
 ses obscuritatem, quam discipulis difficilem, quam odiosam, quam publicis
 studiis perniciosam hinc esse arbitramur? Ego verò ista consideranti non dubi-
 to furoris similem ambitionem in tam multorum principiorum demonstrationi-
 bus visum mihi. Attamen furor iste animi eo pervasit, ut sol ille in mathematicis
 elementis clarissimus, Quæ eidem æqualia, etiam demonstrabilis visus sit. A-
 pollonius enim alioqui præstantissimus author, demonstrare tentavit, quem
 videlicet æmulatus esse dicitur Regiomontanus, ingenio fortasse nihil inferior.
 Prima siquidem arithmetice elementa de additione, subtractione, multiplica-
 tione, divisione, Euclidis theorematibus demonstrare conatus est, indeque algo-
 rithmus ab eo creditur esse demonstratus: qui morbus ignavis & inertibus in-
 genii accidere non potest, sed generosis tantum mentibus, tãquam victa qua-
 vis oblata rerum difficultate, olympicū aliquod præmium expetentibus. Mor-
 bus tamen est gravissimus, cuius contagione nobilissimas disciplinas ad inte-
 ritum penè redactas animadvertimus: principia namque sumenda & postulan-
 da, cetera autem ex iis demonstranda. Hæc partitio tenenda est, inductione,
 exemplis, sensu, digito illo Aristotelis hinc opus est, non syllogismo. Hoc igitur
 primū in demonstrationibus sophisma est obscuritatis immensæ, quo principia
 demonstrantur, quo hypotheses, id est definitiones, partitiones, quo postu-
 lata demonstrantur, quantum erit & quantæ obscuritatis sophisma, quo syllo-
 gismi positis antecedentibus complexiones demonstrantur? Syllogismus enim
 est singularis & summa in iudicio enuntiatorum dubiorum regula, potiusque
 omnes mathematicæ artes falsa fuerint, quam syllogismi concessis propositio-
 ne & assumptione, conclusio non vera sit: & mathematici quicunque unquam fu-
 erunt, syllogismum concludendæ veritatis & iudicandæ instrumentum esse cre-
 diderunt: secus quid erat opus syllogismo, nisi veri examinandi instrumentor?

M 3 Attamen

Attamen Theon hoc tanto, tamque divino iudicii lumine tenebras demonstra-
 tionum suarum clariores esse putat. Equis igitur credet syllogismi complexi-
 onem, syllogismi iudicium à Theone demonstrari? Nemo ita me deus amet,
 nisi qui rem ipsam oculis subjecerit, nisi qui manu tractaverit. Syllogismus ali-
 quando plenus sapius enthymemate solo comprehenditur. Syllogismus inte-
 ger est, in 14. & 16 p 8. hoc modo. Si quadratus metiatur quadratum, &
 latus metietur latus. Et si latus metiatur latus, & quadratus metietur qua-
 dratū. Si quadratus nō metiatur quadratū, neq; latus metietur latus. Et si latus
 nō metiatur latus, neq; quadratus metietur quadratū. Hic duo syllogismi sunt
 involuti, evolvantur hoc modo. Si quadratus quadratū metiatur, latus metie-
 tur latus. Ergo si latus nō metiatur latus, neq; quadratus metietur quadratum.
 Secundus est hoc modo. Si latus metiatur latus, & quadratus metietur quadra-
 tū. Ergo si quadratus nō metiatur quadratum, neq; latus metietur latus. Pro-
 positiones amborum syllogismorū sunt in 14 p 8 Assumptiones & complexio-
 nes sunt in 16 p 8 ubi ē complexione syllogismi, data nempe & concessa propo-
 sitione & assumptione Theon facit propositionem demonstrabilem, non alio
 tamen, quod magis mirere, argumento, quam syllogismi ipsius. Tales syllogi-
 smi sunt in 30 p 1, in 4, 9, 21, 24, 30, 33, 34 p 3, in 11 p 5, in 15, 17, 18, 37, 41
 p 7: in 1, 3, 7, 15, 17, 22, 23, 24, 25 p 8: in 3, 4, 5, 6 p 9: in 7, 8, 9, 10, 16, 18 p 10.
 de quibus suis locis subtilius & accuratius agetur. Quamobrem in ista syllogis-
 tica complexione demonstratione, Euclidis vel Theonis logica, quid aliud
 indicare potest quā Theonem, quamvis arithmeticum & geometram tan-
 tū, tamen in docendi & demonstrandi arte non satis attentum logicum fuisse
 iustissimamque adversus tales elenchos Ptolemæi querimoniam esse? Atque
 hæc de syllogismo perfecto. Quid enthymema, ubi saltem pars omīssa manife-
 sta sit, etiam nē à Theone demonstratur? Equidem Euclidis diligentiam plerisque
 locis laudabilem hæc in re animadverto: siquidem ubi animadvertit ipse ē de-
 monstrato aliquo aliquid concludi posse, fecit *λημμα καὶ πρότερον* sumptum & co-
 rollarium. Lemma quod aliqua tantū declaratiōe indigeat. Talia sunt lemma
 ad 22 p 6, & 28 p 10. Corollarium, quod protinus ē facta demonstratione tan-
 quam lucrum aliquod accipitur. Ejusmodi corollaria sunt ad 4 p 2 & 1 p 3, & 16
 p 3, & locis præterea plurimis. Et de iis tres libros ab Euclide scriptos esse antea
 dictum est. Atque in his lemmatis & corollariis, enthymematum iudicium Eu-
 clidis vel Theonis valde laudandum est: quippe qui viderit quid ex quo jam ef-
 fer demonstratum, ne in utiliter nugando idem repeteretur. Veruntamen diligē-
 tia ista perpetua non fuit. Frequenter enim enthymematis propositio vel assum-
 ptio præterita erat manifesta. Atque ex ejus tacite intelligentia, syllogismi iudi-
 cium facile potuit expleri. Attamen tanquā nusquam ea fuisset, ita propositiones
 demonstrabiles ex talis enthymematis cōplexione quadam factæ sunt, ut 4 p 1. ubi
 deest syllogismi propositio illa cōmentariis Procli declarata: imo ab Euclide
 ipso in 23 p 1 conversa ex axiōmate æqualiū angulorum. Anguli cruribus con-
 gruī sunt æquales. Itaque si æquicruri sunt æquales, æquantur basi. Hinc de æ-
 qualitate

qualitate reliquorum angulorū & basis assumitur 4 p 1, & cōcluditur sine alio ullo argumento. Ad æqualitatē autē triangulorū propositorū, quæ tertia pars est propositionis, *ἐκ τῆς ἰσότητος* & cōvenientia sola ab Euclide adhibetur, nobis autē cōsectariū est ex æqualitatis: Ex quo eadē æqualiū angulorū axiomate ingēs propositionū familia, primo libro demonstrat, ut suo loco patebit. Ergo Theonis sophisma inde est. Illic igitur propositio syllogismi deest, propositio tamē ex sese manifesta, quia axioma est æqualiū angulorū. Aliquādo contra assumptio deest enthymemati, cū propositio ejus antē expressa sit, ut in 19 p 7. Sic Euclides loquitur, Si quatuor numeri sint proportionales, factus ē primo & quarto est æqualis factus ē secundo & tertio. Deinde sequitur in 20 p 8. Si tres numeri sint cōtinuē proportionales, factus ab extremis est æqualis factus à medio Euclides nō facit cōsectariū, sed propositionē demonstrabilē. Verū assumptio tantū deest ejusmodi. At tres cōtinui sunt quatuor ratione, & medius est pro secundo & tertio. talis est logica Theonis ad propositiones secundī libri, sæpeq; alias: Quid multarū admirabilis sanē ē tali logica minime necessariarū demonstrationum turba nata est. Si quis enim subtiliter, ut greci permulti fecēre, versus heroici modo quindecim elementorū libros menatur, supra quadraginta millia versū in demonstrationib. ejusmodi reperiet, tāta oneris importunissimi mole nobilissimas artes gravatas & oppreſſas animadvertimus. Aristoteles in veterū philosophorū decretis, multa peccata, ait esse *δυσὶ ἀναδυσολίῃ τὸ π ἀναδυτίνῃ*, cujusmodi exempla ista sunt insignia. Quamobrē Euclides vel Theon demonstrat cōplexiones syllogismi, demonstrat cōplexiōes enthymematis, omiſſa parte clara & manifesta. Equisquā mirari poterit, si Ptolemæus *τοῦ ἐλέγους* magis cōpendiariā requirat: Si regī in tali doctrina viā desideret: Si redūdantiā tā multarū demonstrationū in mathematicis, ut infinita obscuritatis causū improbet: Euclides demonstrabat antea principia, ut definitiōes & partiōes, itē postulata, id est clarissima enuntiatorū singulorum judicā: nunc denique syllogismū & plenum & enthymemati tum, quamvis omiſſa parte probatum, attamen probat & demonstrat. Quare redundantia ista tam multiplex, tam multis locis cumulata, longissimē superiorem redundantiam superat, tantoque justiore causā Ptolemæi superioremque efficit. Atque hæc de apodictica Euclidis Theonisque laude prima pars est, quod Euclides vel Theon demonstrat indemonstrabilia. Secunda pars superest de modo & artificio demonstrationis. Legem igitur demonstrationis etiam hīc constituamus. Demonstrativa methodus, inquit Proclus, est transitus à principiis ad quæſita. Hīc Proclus demonstrationem facit quæſtionis ex causā conclusionem, quæ demonstratio sola legitima est solaque scientiam parit: quia ex causis prioribus & notioribus sola progreditur. At si causā sit ignota, quæſtio occurret, utrum præſtet inductioni & experientia rerum simpliciter credere, quam à posterioribus argumentis licet necessariis, ut adjuncto signo, ut opposito impossibili, ut proportionali comparato rem antecedentem & natura priorem demonstrare: sophisma enim hīc est Aristoteli *τὸ ἀπὸ τοῦ ἐξ ἀφ' οὗ* petere propositum, non demonstra-

re. Itaque:

re. Itaque & mathematicorū elementorum veteres illi authores, Thales, Pythagoras, Oenopides, Anaxagoras, Theodorus, per impossibile nihil demonstrarunt. Primus Hippocrates, ut antē Proclus ipse nos docuit, ἀπαγωγὴν in mathematicas artes induxit, & quidem hæc demonstratio docet tantum per accedens, ait Proclus ad 1 p 1, nec ideo scientiam ullam parit. Quæ causa fuit ut σιχηώται sequuti quidam talem demonstrationem rejecerint, ait idem Proclus lib. 2. cap. 6. ubi etiam ait à nonnullis & comparationis argumentum repudiatum esse. Nec enim comparatio est apodicticum scientiæ argumentum. Quæstio, inquam, illa occurret, ubi causa ignoratur, utrum inductioni exēplorum & experientiæ sit acquiescendum potius quàm à posterioribus & obscurioribus argumentis verum utcumque syllogismo convincendum. Atqui, inquam, ubi res aliqua dubia fuerit, ibi ferè Euclides, Hippocratis ἀπαγωγὴν, vel comparationem aliquam adhibet. Ex causa autem demonstratio rarissima est. Hæc, inquam, quæstio occurret, cui responderi possit argumentum ex causis & subiectis esse quidem natura prius: ex oppositis & comparatis, non esse posterius ut falso putatur, sed esse natura simul, ut in logica docuimus: & in totis syllogisticis demonstrationibus, quæri non διότι (ut falso putavit Aristoteles) sed ὅτι, & utrum verum, quod quocunque argumento modo necessario & aperto conclusum sit, satisfactum videatur: & tamen qualiacunque argumenta sint, si propositiones (æ quibus demonstratur) sint generales & universales, causæ erunt specialium: quod in logica ad caput de methodo differuimus. Sed tamen perge: videamus in rebus demonstrabilibus à Proclo demonstrationis artificium. Omnis, ait Proclus, problematis & theorematis partes sunt sex: propositio, expositio, determinatio, constructio, demonstratio, conclusio. Propositionis partes duæ, datum & quæsitum. Datum quadrupliciter fit, ratione, situ, magnitudine, specie, ut prædictum est. Expositio est datī, ideoque quatuor illis modis fit. Determinatio est quæsitī, constructio est adjectio deficientium dato ad quæsitī venationem. Demonstratio, collectio propositi ex concessis: conclusio reditus ad propositionem confirmando. Conclusio est duplex, alia proprius respondens propositioni, alia rem generaliter propositam specialiter concludens, sed à particulari ad universale recurrens. Hoc procleum est mathematicæ demonstrationis artificium, quo, deum immortalem, quid ineptius excoitari possit! Primum propositio genus est problematis & theorematis, & hic tamen pars efficitur. Deinde Proclus ipse eodem loco bellam hanc partitionem sex partium refellit, tresque necessarias esse dicit, propositionem, demonstrationem, conclusionem. At, inquam, Procle ingeniosissime, conclusio ipsa pars est demonstrationis, & re ipsa debet esse eadem cum propositione demonstrabili, neque conclusio duplex est illa, sed exemplum quod subijcitur, est exemplum propositionis universalis. Quare sophismata hæc procul amandentur, & tamen sophismata non Euclidis sed Procli, & indigna sane quæ pluribus refellantur. Perge, Euclidei iudicii laudes expone. Euclides, ait Proclus, omnes syllogismorum species habet à causis, à signis. Equidem ne prolixius idem repetam,

petam, elementorum illorum omnium minimè demonstrabilium demonstrationes omnes vacare & redundare dico, totque causas obcuritatis adnumero. In reliquis autem, quæ necessariae videntur, nulla omnino talis est, qualem duobus de demonstratione libris Aristoteles comminiscitur: ubi proprietas de subiecto per propriam causam concludatur: imò verò per naturam esse nulla potest: proprietas enim illa inest per se, ut ex Aristotele ipso in analyticis demonstravimus, & admirabile tanti philosophi commentum, vel potius horribile monstrum est, artem profiteri, cuius exemplum nullum professor ipse unquam vidit: imò per naturam artis ac scientiæ, rerumque artè & scientia comprehensum comminisci non possit. Apodictica verò Aristotelis, analytica illa è mathematicorum *ἐποδείξεις* satis constat in logicas artes derivata esse, sed derivatio ne valde tortuosa: Satis enim superque è mathematicis ipsis constat apodictica eadem ad syllogistica conclusionis regulam sine exemplo ab Aristotele derivata esse: neque in totis mathematicis ullam esse demonstrationem, ubi syllogismo proprietas de subiecto per propriam causam concludatur. Eheu miseris mortalibus! Equis impostura tam incredibili tot secula, tot hominum græcorum latinorumque millibus impositum esse crediderit? At impositum est, nec impostura tamen Aristippi ignari atque inertes patroni desunt, qui publicorum studiorum miseria pascantur. Verùm, perge. Demonstratio proprietatis de subiecto per causam propriam nulla syllogistica sit in demonstrabilibus elementis. Quenam igitur erit? præcipua demonstratio est, ubi ex causis non propriis, sed generalibus speciales propositiones explicantur: quam equidem suscipio libenter & retinendam censeo: Hæc *ἡ ἀπὸ μέτερος* hic sunt, quæ Philoponus (ut Aristoteles demonstrationis fabulam tueretur) *ἀπὸ τῆς* facit. Turba verò illa multo est maxima, ut dixi, per impossibile, perque simile, unde tamen non universa propositio, sed singulare aliquod exemplum in eo comprehensum concluditur, diciturque idem futurum de cæteris. Utrum verò dicatur fictum è literis exemplum pro generali proposito esse? Dicatur sanè, neque enim id urgeo, & jam dixi opposita & comparata non esse posteriora natura, sed simul: Et si Philoponus ex ipsa elementorum geometria quam ex Aristotelis persona hæc questionem cōsiderare maluisset, *ἀπὸ τῆς ἀπὸ μέτερος* geometricæ demonstrationis hic collocasset, eaque *ἡ ἀπὸ μέτερος* fecisset. Sed tamen quæ totis elementis per simile, perque impossibile sit ista demonstratio, si quis logico & cōstanti iudicio reputet quibusdam locis non sophismata argumētōrū, sed prodigia quædam mentium reputabit. Laus doctrinæ est in succincta & brevi perspicuitate: Atqui hæc nostris demonstratoribus demonstratio præstantissima visa est, quæ prolixissima esset & quamplurimas antegressas propositiones complexa: ut 35 p. 11. sex & quadraginta syllogismos habet, cui par est 11 p. 13. in quibusdam syllogismorum medius fidius oceanus est, ut in ultima noni: actum demonstratio demonstratori suo visa est pulcherrima & excellentissima, cum esset prolixissima & obscurissima. Atque proportionum & similitudinum tam multiplices tamque varii nexus ferendi sint, præ quibusdam propositionibus ad impossibile. Etenim,

N Barbara

Barbara pyramidum fletat miracula nempis:
 Aspidius jactet nec Balyiona labor.

Miracula illa corporum & manus opere factorum, nihil præ nostrarum demonstrationum miraculis fuerint: labyrinthos, Aegyptus, Creta, Samos, Italia meandris inextricabilibus admirabiles imperitis habuerunt: Demonstrationes autē 2, 5, 10, 11, 12, 18 p. 12. per impossibilia majoris & minoris, quibus ambagibus involuta & implicata sunt: An nō Iulianus ille nescio quis præceptor, qui discipulos obscurare quæ dicerent, jubebat, *ἐνότισον* illud suum mathematicis dictasse ac promulgasse videatur: Res modō tantū propono, suis locis singula subtilius explicabo: atq; abunde, ut bona spes est, satisfaciam. Unum certē demonstrationis genus est in elementis rarissimum, sed animadversum à nobis secundo libro, ubi demonstratur aliud quàm propositū fuerat: aequalitas planorum illic proponitur, figura autem & fabrica demonstratur, quod non tantū logicam, sed memoriā demonstrationis mirabiliter arguit. Demonstratio igitur ejusmodi ad redundantia sine dubio pertinebit, & inter obscuritatis causas erit. Quamobrem ut syllogistica redundantia summa concludatur, omnium ex elementorum materia obscuritatum, obscuritas demonstrationum præcipua & maxima est, cum elementa minimē demonstrabilia, ut definitiones, partitiones, postulata, syllogistica cōplexiones demonstrantur: Secunda est cum dubiæ propositiones per simile vel per impossibile tam odiosis ambagibus demonstrantur. Quare si principia in principis habeantur, si demonstrabilia ex causis generalibus demonstrantur, aut saltem ex oppositis vel comparatis manifestis succincte addicantur, lux magna mathematicis afferatur, omninoque si quis eas quæ defunt, expleverit, & quæ redundant, amputaverit, mathematica *σεμνότης* laude Hippocrati, Leonti, Theudiū, Hermotimū, Euclidem, Theonem superaret: Id enim certamē, eamq; palmā *σεμνότης* omnes illi sibi proposuerūt. Verū tūc in verō duo capita laudis euclidē facta sunt à Proclo *ἐπιλογὴ καὶ τὰς* delectus & dispositio: delectus multas obscuritates habuit in ellipsi prætermisitorum: sed longē plurimas in redundantia assumptorum: *ἡ τὰς* collocatio & dispositio universorum elementorum & methodus superest, quæ fortasse sua virtute superiores illas offensiores perspicuitate aliqua cōpensabit. Ergo caput hoc reliquū studiose expendatur & exploretur. Methodi legem antē pacatā & compromissam rursū pacifcamur, de nō compromittamus, Universā disciplinā & scientiā elementa & documēta ordine naturæ collocata, natura quæ priora præponito, posteriora postponito. Hæc igitur in hoc reliquo judicio sancta lex esto. Quid Proclus: qualem ordinem, quam viam, quam denique methodum in Euclidis elementis approbat: quomodo, denique regiam viam (hic enim cardo regii problematis vertitur) quomodo, inquam, regiam viam, quo artificio sibi vindicat: Artificium Procli singulare antea explicatum est, idem & hic explicatur. Euclides (ait Proclus) præcipuē suspiciendus est & admirandus *τῶν τὰς* *ἐπισκευῶν*, gratia ordinis & collocationis, omnes dialecticas methodos adhibuit *ἐπισκευῶν*, divisivam ad species inveniendum, *ἐπισκευῶν* definitivam in essentiarationibus,

rationibus, apodicticā in trāitu a principiis ad quaesita, analyticā in quaestionū
reditu ad principia. Verum divisio, definitio argumēta sunt ad disponēdū me-
thodo. pposita, & tāquā lapides sunt in hac architectura methodica, ἀποδείξεις syl-
logismus ex causā concludēs effectū, ut rectē hic Proclus loquitur. Analysis est
quadam inversio ἀνάλυσις, ex effectis nempe causā cōcludens, qualē signifi-
cat Proclus in totis elemētis ab Euclide frequenter adhibitam & tractatam esse.
Theon Euclidem hac in re non probavit, in quinque tantum propositionibus re-
liquit, nempe in 1, 2, 3, 4, 5 p. 13. Archimedes secūdo de sphaera in aliquot propo-
sitionibus usurpavit: Pappus initio libri 7. alibi in totis mathematicis ἀνάλυσις
nullā tāle animadverti: vera est analysis & quadrati & cubici lateris, & imprimis
utilis: & saepe pdest absoluti operis causā analysi investigare: at tales analyticae
demonstrationes (quales illae sunt in elemētis planis) sunt sophisticæ, dualisq; ejus-
dē rei doctrinās, alterā apodicticā, alterā analyticā facere, ut illic Theon & Archi-
medes & Pappus faciunt, sophistica est. Nā si ex causis rē intelligēt & perspi-
cuē demonstrati, demonstras insciēt & obscurē ex effectis. At in quā hac omnia
definitio, divisio, ἀποδείξεις, ἀνάλυσις sunt tanquā lapides in aedificiis ipsis, collocā-
di aut & disponēdi logicā (qua res invēta & sigillatim judicata collocētur inter
se perpetuo ordine, ac disponātur) id est methodū nullā afferūt. Hec per sepe jā
furdas Aristippis cecinimus: aliam esse logicam cogitandis & inveniēdis argu-
mētis singulis, nec totis artib. aliā collocandis & estimādīs in singulis generib.
species distinguēdas esse, argumētū nō esse neq; enūtiatū, neq; syllogismū, neq;
methodū. Ergo si Euclides definitiōe, divisiōe, ἀποδείξεις, ἀνάλυσις utatur, metho-
dos propterea collocādis doctrinā suę partib. & mēbris varias nō habet: nisi me-
thodi nomine lubet argumētū, aut docēdi modū quēpiā cōfusē potius, q̄ ppe-
tuā per totā artē dispositionis ordinē distindē significare. At logici artificii grā-
dus distindē modo disquirimus, de argumēto, de enūtiato, de syllogismo dictū
est antea, & qd in quaq; parte desideraret aut redūdaret: nūc de methodo parte
ultima & ab illis separata differitur: nihil igitur cōfusē est agēdū. Sed Procl' cul-
pa ista sit Euclidē fucatis laudib. exornātis: Proclus tamē eodē loco verā tandē
methodū attingit, ubi τὸν συνήξαν, τὸν συνεικάζον, τὸν τέρπον cōtinationē, ocono-
miam, ordinem in elementorum antecedentium & consequentium collocatio-
ne singularem esse confirmat, quodque Euclides sive addat, sive adimat: nun-
quam tamen ē scientiā loco exci dat, nec labatur in contrarium errorem vel i-
gnorantiam. Ista igitur est quaestio methodi propria, ubi inventorum, imo etiā
venientū enūtiati, nec διὰ venientū syllogismi iudicio judicatarum compositio an-
tecedentium, consequentiumque per totam artem ordo digeritur, quam me-
thodum, quem ordinem, quod totius doctrinā iudicium imprimis intelligi
cognoscique cupio. Hæc enim logicarum laudum & virtutum maxima est,
quæque ad mathematicas artes constituendum vires præcipuas habet. Hoc
instrumento singulariter Aristoteles unus licet in partib. plurima peccat, ad ar-
tes distinguēdū usus est, infinitos antiquorū cōmētarios ex Europa, Africa, Asia
fussu Alexandri collectos generatim subducēdo & ordinādo, thetorū in rhetori-

cant, logicorum in logicam, mathematicorum in mathematicam, physicorum in physicam, ethicorum in ethicam. Hanc methodicæ collocationis prudentiâ in rebus astronomicis Ptolemæus, ut antea subtilius explicavi, imitatus est, Timocharis, Hipparchi, Menelai, Chaldaeorum omnino, Aegyptiorum, Græcorumque omnium confusos labores digerendo & disponendo. Hanc methodicâ philosophiam in rusticis rebus explicandis physici præcipuè adamarunt. Quinquaginta scriptores græci infinitos de agricultura libros ediderant, hos methodi nobilitate præterit Mago carthagenensis, res tam dispersas tamque dissipatas comprehendens libris duodeviginti. Cæsius uticensis Magonem laude methodi antecessit græca lingua opere ad libros viginti redacto. Cæsius eadem laudem vicit Diophanes, sex libris eadem omnia complexus. Varro methodicæ trium librorum brevitate cunctos tandem superavit. Justinianus eandem laudem in opere longè maximo ac celeberrimo sequutus est, at facilius assequutus esset, si Aristotelem operis illius architectum non Tribonianum natus esset: eadem in mathematicis contentio nostris mathematicis institutoribus fuit. Hippocrates non fuit primus in Græcia mathematica magister, sed quia primus ordine mathematica composuisset, primus *γολιεύτης* perhibetur. Leon non superavit Hippocratem mathematica solertia, sed quia matheseos doctrinæ copiam usuque accuratius ordinavit, secundus *γολιεύτης* appellatur: Denique logica eadem Theodidum Leonti, Hermotimum Theudis, Euclidem Hermotimo, Euclidis Theodidem præposuit, præstantiorisque formæ authorem, præstantioris etiam mathematicos authorem doctoremque iudicavit. Hoc igitur certamen omnium disciplinarum studiosis olim gloriandum & prædicabile videbatur: quod multis seculis extinctum prorsus jacuit: Renovata autem ætate patrum nostrorum & excitata species ejus quædam est, sed in præstantium auctorum scriptis legitima tantum lectioni restituendis, sic a doctis hominibus castigati & emendati poëtæ, historici, oratores, georgici, iurisperiti, sacri etiam Vates: hinc adnotationum, castigationum, emendationum, variarum lectionum, adversariorum & ejusmodi titulorum libri eruditi & laudabilis industriæ testes locupletissimi: Hinc Rhenani & Erasmi in Germania: Politiani & Victorii in Italia. In Gallia verò collegarum meorum Turnebi & Lambini labores laudatissimi. Plerique jam receptos ac probatos auctores interpretandos & vigiliis suis illustrandos sibi proposuerunt, quæ Merceri & Quinquartorei collegarum item nostrorum in Hebraicis literis perpetua laus erit. Nonnulli etiam corpora artium ad illam veterem limam expolienda sibi proposuerunt: Hinc grammatica primum ad usum aptior, deinde rhetorica & logica: sed in medicina duo singularem liberioris & justioris philosophiæ laudem sunt adepti Vesalius & Argenterius: E' Parisiensibus autem medicis Brissotus primus post Cannensem barbarorum cladem ad bene sperandum signum sustulit: literas latinas & græcas, sed & mathematicas præcipuè tenebat, unde iudicii libertatē constantiâque sibi paraverat. Deinceps ab isto Marcello medicorum collegiū omni doctrinæ laude celebratū est, in eoque medici præcipuè duo ad

duo ad ingenii & doctrinae gloriam diversis viis pervenire: Gorraus medicis definitionibus diuturna doctissimi cuiusque graeci latinique authoris lectione comparatis, Fernelius omnibus medicae artis tanquam membris à summo ad imum usque deductis & explicatis. Neque despero ex hoc collegio futurum, ut Brissotus alter excitetur, non qui incendat medicorum libros in Aesculapii templo, ut Hippocrates incendiisse dicitur, sed certe qui medicorum omnium medicas sententias igne methodici iudicii liberius exploret, breviusque & accuratius complectatur. Verum methodi quaestionem concludamus, & tantam in collocandis mathematicis elementis tamque necessariam logicam imprimis intueamur. Nam si methodum veram secutus est Euclides, pleraque illa superiora defensus & redundantia peccata facile diluerit, seque à Ptolemaei quaestione liberavit: Sin praeposteram quandam ac perversam confusionem in elementis adhibuerit, in errorem omnium foedissimum turpissimumque adductus intelligitur. Quare sedulo atque attentè causa ista disceptetur. Euclides igitur, ait Proclus lib. 2. cap. 8, quaestionem istam repetens communia principia primo ordine constituit, propositiones ex his conclusas secundo collocavit, easque problematis & theorematibus distinxit. Hae methodus est Euclidis à Proclo variè & variis locis commendata. Quin etiam, ait Proclus, si quis principia, & quae de principiiis oriuntur, permisceat, totam perturbabit scientiam. Sic igitur Euclides à Proclo commendatur, ut *usbo diuotegop* nihil effici posse videatur: Et nos adolentes eadem opinione adducti, consimili laude Euclidem exornavimus: Verum logicae accuratioris studia & exercitationes aliud iudicium sequi coegerunt. Quapropter ista laus expendatur: utrum, ut ait Proclus, universa elementa legitimo sint ordine collocata. Verum enim verò quadruplicem in elementis confusionem mathematicorum corpora, membra, genera, species propè incredibilem continent. Agedum quanam, & quot in elementis mathematicis corpora nominas: Duo, inquam, nomino, alterum est arithmeticum, alterum geometricum: utrum verò natura prius & simplicius est? Arithmeticum, respondet ex Aristotele Proclus, ideoque & geometricum *διωτέραν ἔχει τήν*, secundum habet ordinem, ait, post arithmeticum, ab eoque perficitur ac terminatur. Quicquid enim est in geometria *πυθὺν ἔχει γινώσκον* explicabile & cognobile, arithmetice rationibus explicatur & cognoscitur. Hae Proclus verè respondet, & ita 5, 6, 7, 8 p 10 libri docetur. At Procle acutissime, Euclides tuus longè alio ordine disposuit & collocavit geometriam de planis primo elementorum loco, arithmetice in totis quinque, septimo, octavo, nono libris ordine longè diverso permiscuit. Ecquid, inquam, cuiusmodi patrocinium & encomium tuum est? Laudas Euclidem quod mirabili ordine elementa disposuerit, priora natura priore loco, posteriora posteriore: neque tamen cogitas interea cum ipsum, pro quo dicis, suo ipsius facto atque argumento contrario teneri, cum geometriam natura posteriorem parte quadam preponat, arithmetice natura priorem postponat? Hic primus est in methodo & ordine Euclidis elenchus: Hae obscuritas est prima non dormitantis, sed altè atque arctè dormientis, vel potius stertentis & somniantis *συχναῖα*. Et

mirabile est tot seculis tam crassum, tam oculis incurrentem elenchum, laudatum & probatum esse. Atque hic methodicæ confusionis patronus non deerit, comminiscetur enim aliquis ac turbabit. Quid igitur, inquit, & utrum dicet ab Euclide non arithmetica hic institui, sed arithmetica tantum assumi, quantum reliquis elementis demonstrandis satis esset: at contra logicas illas antè receptas leges, contraque methodum, de qua nunc agitur, nihilo levius peccatum esset: Arithmetica enim arithmetice, geometrica geometricè docenda sunt, & natura priora priore loco & antè docenda: & Arithmetica legitimo ordine percepta, paria tamen vel ampliora futuris geometricæ demonstrationibus adferret. Itaque satisfactio ista gravioris culpe erit accusatio. Pergamus igitur, hæc duorum in mathematicis corporum confusio est ex neglecta methodo. Quanam deinde est membrorum principum compositio? Proclus studio laudis occæcatus nihil hinc plane videt. Principia, inquit, primo ordine constituit Euclides: utrum, inquam, principia arithmetica & geometricæ communia? An principia Arithmetica? Communia enim præcederent utramque artem, propria arithmetica arithmetica antècepta. Ergo Euclides geometricam arithmetica, quamvis simpliciori, quamvis natura priori, tamen præposuit: neque tamen Proclus id in Euclide sentit, sed principia novo quodam genere logicæ Euclides accumulat primo libro planorum, tertio curvilineorum, quinto & septimo numerorum, decimo triplici loco symmetrorum, asymmetrorum, rationalium, irrationalium, secundo binoniorum, tertio residuorum, undecimo solidorum: At methodus ista valde agrestis est, valde rustica. Neque enim natura initio sylvæ, omnium arborum radices præposuit: nec architectus initio civitatis omnium ædificiorum fundamenta collocavit, sed suis arboribus suas radices natura, suis ædificiis sua fundamenta architectura subiecit. Itaque debuerat Euclides definitionem trianguli triangulorum, quadranguli quadrangulorum, multanguli multangulorum doctrinæ præponere: eamque viam in cæteris principiis servare. Quamobrem Ptolemæus jam duobus argumentis insignibus problema suum probabit, de methodo perfectiore. Præposuit Euclides geometricam arithmetica: at arithmetica geometricæ præponere debuit. principia membraque omnium generum ante genera omnia cumulavit: at singula singulis prætexere debuit. Hystorologia duplex tam manifesta admotio laudaret. Quapropter gemina ista & corporum & membrorum confusio obscuritatem mathematicæ incredibilem attulit, neque ullis exceptionibus, voluntatis, consilij, authoritatis excusabilem. Perge, quisnam, aut qualis tertius ordo est in generibus? Potuit enim utroque illo modo præposterum & perturbatum ordinem Euclides sequi, directum & simplicem in generibus habere. Artium enim tanquam corporum membra principiaque dissoluta esse potuerunt: genera membrorum principiorumque legitime collocata esse. Quid igitur, qualis logicus hic est Euclides? nolite dissimilem putare, idem est, qui antea fuit: Hystorologia in generibus propositionum par est & eadem, sive arithmetica, sive

five geometriam Euclidis cōtemplēre, obscuritasque par & eadem. Genera numerorum non sunt digesta, comparatorum genera toto quinto libro, & septimi parte præcesserunt, simplicium secuta sunt: Eadem in figuris hystorologia est: figuræ planæ sunt natura priores solidis, & ita geometria à stereometria distinguitur. At 1, 16 p 12: item 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, præcipuaque pars 13, 14, 15 p 13. sunt geometricæ de figuris planis, neque quidquam stereometria utuntur, ut nullam ordinis cuiusquam hac in parte rationem Euclidi propositam fuisse palam sit. E geometriæ figuris, planæ & rectilineæ sunt priores curvilineis, ideoque omnino præponendæ. Euclides tertio libro præposuit curvilineorum, id est circulorum doctrinam: rectilineorum autem partim præposuit primo & secundo, partim postposuit sexto: rectilinei & curvilinei adscriptionem comprehendit quarto. E figuris planis rectilineis priora sunt triangula quadrangulis. At triangulorum & quadrangulorum doctrina permixta omnino est, nulla cuiusquam antecessoris vel consecutionis cura: ut credibile sit Euclidem de logicæ dispositionis doctrina nihil unquam didicisse: imò nihil inaudisse, neque aliud quicquam ei in totis elementis propositum fuisse, quàm ut bellis illis demonstrationibus elementa exornaret: utrum prioribus, an posterioribus, utrum notioribus, an ignotioribus nihil cogitasse, aut quod etiam absurdus sit, iudicasse, totam istam perspicuitatis in syllogismo & methodo logicam, nihil ad bene docendum pertinere. Atque ita unum generum & arithmeti corum & geometricorum hystorologia in elementis est perpetua, ut ad geminam illam corporum & membrorum confusionem, & obscuritatem tertia hæc addita, nil ad obscuritatem & confusionem reliqui fecisse videatur: Quid igitur restat denique? Corporum, membrorum, generum hystorologia ista est in Euclide, utrum generum saltem species, ordinem logicum habuerint, ut singule suis generibus sint attributæ & subjectæ? Legem pacti & compromissi recitato, Genus natura prius est, species posteriores. Sancto igitur: Generalia specialibus præponuntur. At, inquam, ista lege non minus tenetur Euclides. Propositiones enim speciales plerumque generalibus anteposuit. Propositiones arithmetice ejusmodi speciales multe sunt, ut è redundantibus illis 1, 2, 3, 4, 5, 6 p 7. ad 12, 24, 22, 16, 19 p 5 & 11 p 7. Sic 5, 6, 7, 8, 9, 10 p 7. ad 12, 11, 13 p 7. Geometricæ ejusmodi item multe sunt, ut 16, 17 p 1. ad 32 p 1. ut 4, 8, 26, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45. ad 1 p 6. Sic 11, 12 p 8. ad 18, 19 p 8. sic 3 p 9. ad 4 p 9. Sic in stereometricis 29, 30, 31 p 11 ad 32 p 11: imò verò pro paucis propositionibus generalibus de proportionibus ex altitudine, reciprocatione, similitudine infinitas specialium propositionum facta est. Hystorologia ejusmodi ab Aristotele valde ac vehementer damnata est: id Proclus legerat: atque ita principia jubet anteponi propositionibus: secus affirmat totum disciplinæ ordinem perturbari. Sed affirmat imprudens & insciens, prorsusque aliud agens: neq; cogitat affirmatione sua Euclidis methodicas laudes, quas tam altè exaggerat, penitus affligi & labefactari.

Hunc

Hunc igitur hystorologiae elenchum non tam obscurum cognitu, quam elementa obscurantem cum triplici superiore convictum & manifestum teneamus, totisque elementis ab Euclide arithmetica & geometriam, id est arithmetice & geometria corpora, membra, genera, species, perversè & præposterè permisceri & cōfundi iudicemus, causamque obscuritatis immensam inde nasci, ut si corpora duarum artium separata suo ordine doceantur, principiaque generibus, genera speciebus suis præponantur, facilitas doctrinae & perspicuitas singularis oriatur. Quapropter totam regii problematis querimoniam cōcludamus. Prolemæus queritur Euclidis *τοιχειώδης* obscuram & difficilem esse: Euclides contrā confirmat esse perspicuam & facilem, utli quis illustriorem aut expeditiorem requirat, lubricam semitam querat, non viam regiam. *τοιχειώδης* Euclidis defenditur à Proclo, causā regis à nobis suscepta, & hactenus secundum leges consensu partium laudatas ac probatas, acta est. Proclus laudavit defectum Euclidis in ommissione plurimarū rerū: nos contrā differuimus ab Euclide multa necessaria, cognata, propria, neque cōmodè, neque legitimè prætermitti, indeque mathematicā artem obscurari. Proclus Euclidem laudavit, quod omnes haberet differentias questionum, an est, quid est, quia est, propter quid est, tum enuntiatorū immediati, ut axiomatis, postulati, hypothesis: mediati, ut problematis, theorematis, tum conversionum universalium, particularium. Nos contra in his omnibus secundum præsentis questionis legem, meras Procli tantumque mathematicam obscurantes nugas esse docuimus. Proclus Euclidem laudavit quod omni syllogismorū genere concluderet, omnesque dialecticas facultates in demonstrando expromeret: Nos contrā ē constituta bene demonstrandi lege infinitam, atque immensam mathematicū ē demonstrationibus euclideanis caliginem convicimus, qua principia definitionum, partitionum, principia etiam syllogismorum incredibili modo obscurarentur: quæ demonstrationem requirerēt legitimo demonstrationis argumento per causam rarissimè demonstrari: per simile, multoque frequentissime per impossibile pleraque magnis ambagibus obscurari. Atque hæc omnia in uno defectu elementorū. Proclus Euclidem laudavit ordinis gratia, quod *τοιχειώδης* omnes ante se natos lōgissimè superasset, principia præponendo, propositiones principiis attexendo, ut melior & accuratior ordo optari non posset: Nos contra exposita inter nos, ordinis, viæ, methodi lege quadruplicem hystorologiam in elementis intolerabilem opposuimus: quod Euclides geometriam natura posteriorem arithmetica natura prior præposuisset, quod omnia principia planorum rectilineorum, quod curvilineariorum, numerorum, symmetrorum, asymmetrorum rationalium, irrationalium, binomiorum, residuorum, quod solidorum in varios cumulos confudisset, quod genera non perpetuò distinxisset, quod specialia elementa plerumque generalibus præposuisset, nec unam ac perpetuam ordinis viam tenuisset. Verum tamen quamvis res ita sit, uti disputavi, incredibile tamen plerisque videtur atque adeo impossibile, ut tanti viri quales Euclides & Theon fuere, toties & tot modis errarint, autoritasque animo semel impressa, nullis argumentis evelli

evelli poterit, imponique sibi potius aliqua disputandi subtilitate à nobis arbitra-
 buntur, quam rem quamvis verissimā, tamen veram esse credant, aut si tot ob-
 securitatis elenchos animadverterint, securi tamē derideant, dicantque satis esse
 si verum doceant, neque omnino aliud Euclidi propositum fuisse: At monui Eu-
 clidem Theonemque mathematicis excellere potuisse, omniacque vel nunciorum
 vel figurarum opera facere, qui logica tamen nequaquā excellent, quicque ideo
 mathematicam non satis accuratē docuissent. Noluerunt, inquis, accuratius do-
 cere: Ergo, inquam, tanto gravius peccarunt, si sponte peccarunt, siquidem pec-
 care est tanquā iustitię lineas transilire: Neque enim iustum est voluntati Euclidis
 vel Theonis logicam subiectam esse, sed Euclidis & Theonis voluntatem subiecti
 logicę, id demum verum & legitimū jus est. Et tamen qui isto modo Euclidem
 vel Theonem defendit, contumeliosus est Euclidi Theonique: Nam verum do-
 cuerant illi veteres *σοφιστώται*: Euclides tamen mathematica laudē permagnam
 sibi proposuit, si facilius & accuratius doceret. Et laus Euclidis à Proclo singula-
 ris illa fuit. Euclides ipse verum docuerat: Theon tamen mathematica laudem
 permagnam sibi proposuit, si perspicuitate & accuratatione superaret Euclidem.
 Quare facessat ista defensio: resque, ut est, ita per se consideretur. Mathematicam
 igitur illam antiquam sequamur, & institutam quæstionem concludamus. De-
 monstravimus logicam magistris elementorum valde ac vehementer defuisse.
 De logicis enim instrumentis illis ad instituendas artes necessariis, unicum fore
 κατὰ τὴν αὐτὴν Euclides & Theon in mathematicis sibi proposuerūt, ne quid falsum
 docerent: de ceteris omnibus non admodum solliciti fuerunt: nihil fere κατὰ αὐτὴν
 in regendis finibus: nihil κατὰ τὸν λόγον αὐτῶν in generalibus generaliter, specialibus
 specialiter explicādis: nihil prope in demonstrādo natura priores & antiquio-
 res causas exquisierunt, nihil valde regiam à natura prioribus methodū viam-
 que: nihil, inquam, illa tam necessaria doctrinis informandis instrumenta admo-
 dum cogitarunt unquam vel curarunt. Itaque iudicium, quod modō exercetur,
 non mathematicū, sed de mathematicis logicum est. Quamobrē omnes mathe-
 maticos logicis artibus instructos & idoneos iudices regii problematis huius
 appello, ut cōtraria causarum momenta perpendant atque examinent, deque
 nostra in colligendis tam multarum tamque variarū obscuritatum causis dili-
 gentia statuāt: utrum Ptolemæus iusta & legitima ratione moveatur ad Eucli-
 deæ σοφιστώσεως obscuritatem improbandum, ad clariorem & promptiorē σοφιστώ-
 σεως requirendum. Ponite itaque ante oculos quicumque controversiam istam di-
 sceptare & dijudicare contenditis: ponite, inquam, ante oculos logicas illas le-
 ges, quas iudex æquus nemo velit, nemo possit inficiari: logicas, inquam, leges
 de condendis & constituendis artibus ante oculos ponite. Comparete in Eucli-
 dis elementis materiam, formamque considerate. Postremo statuite quomodo
 via tam multis impedimentis & difficultatibus obstructa & obscurata possit
 regia videri: ac decernite tamen utrum meritō de obscuritate mathematicę di-
 sciplinæ Aristippus & Epicurus conquerantur (neque enim tot causis impulsī
 injuria queruntur) sed tamen neque satis idoneo argumento moventur ad ma-
 themati-

O

themati-

thematicam scientiam calumniandum ac penitus improbandum. Obscuritas enim est, sed humana, quæque viribus humanis domari: imo verò funditus atque in perpetuum tolli possit, & quamvis egregiè animatus ad hunc laborem accesserim: spero tamen certatim plerosque accursuros, vel potius advo-
luros esse, qui nobis istam palmam præripiant. Verum enim verò Britanniam antea cohortati sumus, Germaniam laudavimus: Italia verò omni genere lau-
dis & cohortationis mihi complectenda est, artium præstantia ingeniorumque claritate, ait Plinius, rector parensque mundi. Italos itaque prolemaici pro-
blematis non solum arbitros & iudices, sed assertores ac vindices mihi pro-
posui. Habet Italia multas & nobiles academias, in quibus si suus honor ma-
thematis habeatur, ut latinis græcisque literis, ut rhetoribus, logicis, physicis,
medicis, iuriconsultis habeatur, dubitare equidem nullo modo possum, quin
Pythagoras in Italiam propediem redeat, & mathematarum principia reli-
qua deinceps philosophiæ constituat, omniaque clariora & illustriora efficiat.
At nescio quo temporum fato in Italia frigescere studia mathematicæ, & ma-
thematiæ professiones minus honorari cœperint, cum tamen sive arithmeti-
ca in numeris, sive geometria in mechanica, architectura, optica, pictura spe-
ctetur, matheseos usus nulla in gente sit insignior. Arithmetica non numero-
rum potius, quàm numerorum non in Italia modo, sed in Gallia, Britannia &
reliqua Europa, credo etiam in Asia & Africa italorum trapezitarum manibus
exercetur: si quis usquam munerendis urbibus & castellis mechanicus, si quis
regum palatiis ædificandis architectus, si quis vivis rerum imaginibus expri-
mendis pictor egregius est: italicus est. Et tamen cum percurratur de academiis
Italiae, quos professores mathematicos, quibus stipendiis atque honoribus
haberent, nil admodum Italia dignum comperiebam: imò si qui mathema-
tis scribendis aut explicandis delectantur, eos non professionis munere, sed
ingenii atque otii obligatione ductos animadverti. Scripsit Hieronymus Car-
danus doctissimè mathematica plurima, medicinam tamen proficitur. Mau-
rolycus maximam spem dederat fore ut omnes antiquæ mathematicæ doctri-
nae ipsius diligentia velut ab inferis in hanc iterum lucem excitarentur, & or-
bi terrarum communicarentur: Fama illa, quæ tantoperè increbuerat, nescio
quomodo evanuit. Piccolomineus editis in Aristotelis mechanica commen-
tariis ostenderat, quantus mathematicum artifex futurus fuisset, si sese penitus
illi studio dedidisset. E' veneta nobilitate Barocius converso, & plerisque lo-
cis emendato Proclo: item Daniel Barbarus explicato Vitruvio animi causâ
non matheseos professione mathematici esse voluerunt: Sic Commandinus
è græco in latinum elegantius fideliusque conversis doctrinæque rarioris ac-
cessione illustratis Archimede, Apollonio, Sereno, Ptolemæo amplissimè de
mathematicis rebus meruit, non tamen ut in cathedram ascenderet. Quam-
quam talis commentatio professio quædam sit, eaque illustrior fortasse & glo-
riosior. Itaque Commandine, præsentis futuriisque latini nominis mathema-
ticos vigiliis tuis tantoperè obligatos esse, tibi gratulor, utque quotidie magis
ac magis

ac magis obligentur, ut de Pappo præsertim postremis literis nobis recepisti, scilicet ac fortunatum longioris vitæ cursum ex animo tibi deprecor & exopto. Quid multa? Italia tota nobilissimus ferè quisque mathematicas artes ad optati ingenuitatem, ad domesticos vel bellicos usus adamavit: tametsi mathematicæ professiones & scholæ minus frequentes ac celebres habeantur. Quamobrem Italia principes, libera civitates, reges, pontifices vestram liberalitatem mathematicæ artes jam implorant, ut non tantum privatim amentur coalanturque, sed in publicas academiarum vestrarum cathedras vestra insigniore munificentia inducantur. Platonis votum illud est 7. de repub. stereometriam conquerentis vix adumbratam esse. Principes, ait, in rebus publicis liberales optandi sunt, qui præmiis & honoribus excellentia, ad istam inquisitionem ingenia cohortentur. Itaque Emanuel dux & princeps excellentissime huc te imprimis appellabo, qui viros qualibet eruditione præstantes undique ad Augustam Taurinorum tuorum academiâ frequentandum & exornandum magnis præmiis evocas: qui mathematicis artibus & artificibus & instrumentis mirandum in modum delectaris, ut nihil usquam rarum aut singulare mathematici generis prædicetur, quod tibi quovis sumptu comparandum non existimes: qui Margaritam uxorem habebas heroinarum nostri seculi facile principem, pari virtutis amore tecum certantem, teque quotidie vehementius ad omnes egregias laudes incitantem. Vobis hic ampla sempiterna gloriæ seges est. Cæteræ vos patronos & mecenates habet disciplinæ Pythagoras, Plato, Aristoteles mathematici, id est ingenue eruditionis elementorum professionem à vobis postulat. Hieronymus Roverius Taurinorum archiepiscopus, vel potius episcoporum elegantiore literatura coryphæus, Molinæus condiscipulus quondam meus vobis pro raris & medicis & prudentiæ dotibus charissimus: Cujacius nostrorum juris peritorum decus postulatione, fat scio nequaquam improbabunt. Ac si vestris præclaris virtutibus accessio ista facta sit, omniumque linguarum atque artium laudandarum cognitio & scientia populis omnibus magnificentiâ vestra patuerit:

Fortunati ambo, si quid mea carmina possunt,

Nulla dies unquam memori vos eximet ævo.

Eadem mihi cohortatione cohortandi essent duces Ferrariæ & Florentiæ, nisi multis insignibus in doctos cujusque doctrinæ professores exemplis mihi planè persuasum esset, ducatus potentiâ ducibus ipsis virtutis & doctrinæ gloriâ chariorem non esse. Florentiæ tamen avitum illud literatis omnibus hospitium, & duabus præterea academiis pisensi & senensi exornatum mathematicis artibus ducalem, vel si Persena pro antiqua dignitate nominetur, regalem ducis, que imò regis gloriæ honorem parem vehementius efflagitat. Venetiæ verò cur mihi cohortandæ potius quam omni genere laudis exornandæ? Mitto miraculum urbis, omnium urbium quæ unquam fuerint, pulcherrimæ, sed urbis velut insularis, omnibus tamen vis ac regionibus subternavigabilis, classemque Nervis verius, quam fixâ adificiis urbem referentis. Quid veneti ipsi nonne quot patritii, tot non dico solû reges, ut Cyneas ille de senatoribus romanis dixit, sed

O 2 Pytha-

Pythagoræ, Platonis, Archytæ, Aristoteles suspiciendi atque admirandi: Quid industria Venetorum opificum: Equidem quod quotidie nō à Venetis modò, sed ab hominibus nostris sæpe iucundeque narrantibus audio: si mechanicus ille geometriæ usus, de quo diximus, totus undiq; in unum locum conductus quæreretur, armamentarium venetum conductum demonstraret. Quid vis amplius? Veneti opifices, quamvis græcarum latinarumque literarum rudes & imperiti, tantum arithmetica, tantum geometriæ usum habent, ut libros de arithmetica deque geometria subtilissimos conscribant. Tartalea testimonium laudis hujus amplissimū perhibuit. Itaque Veneti professores eloquentiæ, philosophiæ, medicinæ, jurisprudentiæ patavinam academiam jampridem celeberrimam fecerunt: Si Euclides mathematicis elemētis, Ptolemæus reliquis partibus professores accesserint, cumulum perfectæ eruditionis adferent. Quare patricii Veneti curam hanc vestro patriciatu dignam suscipite. Vestra civitas, licet innitente potentiâ hostibus tot annos undique obsessa & circumvallata, tamē Archimedis illis viribus incolumis & libera permansit: Auscis igiturisdem & amplificatis aeternum in terris beata civitatis exemplum permaneto. Bononiam equidem unicé amo coloque, non solum quia me professorē optaverit, sed multo maximè quia una inter doctissimas Italix academias consensu omnium omnis doctrinæ laude princeps habeatur. Hunc doctrinæ principatum peperit Bononiensium humanitas in peregrinos, amor singularis erga omnes virtute & doctrina præstantes, & quidem admiratio veneratioque tanta, ut honor virtutis ac doctrinæ nusquam verior ac plenior habeatur: Senatus præcipuè quædam magnifica & generosa in professoribus deligendis: ut plerisque populis non sit major ambitio de amplificandis finibus, quàm Bononiensibus de oratore, philosopho, medico, jureconsulto undique exquirèdo, & liberalibus præmiis ornando augendoque: doctorum nempe & eruditorum hominum dignitate, civitatibus quoque dignitatē præcipuè contineri arbitratur. Ergo Bononia doctus professoribus semper excelluit semperque floruit: hinc præsentia ornamenta bononiensis academix Sigonius orator, Cardanus medicus, Papius jureconsultorū Crassus Scavolaque: Cupio tamen Bononiam sine exceptione laudare, audio Mariam mathematicū insignem & Copernici magistrum Bononiæ professum esse, Simum deinde successisse. Itaque mathematicæ disciplinæ studia (Quar draginta viri verè nobiles vereque imperio majore digni) tueri ac sustentare, imò verò amplificare vestræ gloriæ proprium est. Hæc ingenuæ & liberalis doctrinæ principia & elementa si Bononiæ Pythagora, Platone, Ptolemæo, Archimede dignum honorem adepta fuerint, non Athenas modò sed Metapontum, sed Alexandriam, sed Syracusas, sed si quid usquam in terris nomine doctrinæ clarum atque illustre fuerit, Bononiensis academia sibi vindicato. Quid verò te Philippe tam multorum regnorum regem cohorter, ut Ticinum Insuebribus: Salernum Picentinis: Parthenopem Campanis: Palermam Siculis: Pinciam, Siguntum, Complutum, Salamanticam, Toletum Castellanis: Hispalim Granatam, Ossimam Beticis: Oscam, Illerdam, Valentiam Tarraconen-

raconensibus: Louanium & Duacum Belgis: quid, inquam te cohorter ut tot tamque nobiles academias ditioni tuæ subditas mathematica scientia exornes? Gloria siquidem illa majorum tuorum quondam longè maxima maximeque literis & linguis omnium gentium celebrata fuit. Alphonfus rex in tabulas astronomicas convocatis undique mathematicis insignibus quadringenta coronatorum millia impendit, Alexandri ad Aristotelem in animalium historiam liberalitate penè exæquata. Quare ut numero regnorum reges Europæ reliquos superas, sic excellentibus cum reliquarum doctrinarum tum mathematicarum doctoribus superato. Nènius Lusitaniam suam mathematicis luculenter exornavit: ac si adhuc quod vehementer opto, patriæ supersit, non dubito quin adhortationem nostram regi suo, licet adolescenti, tamen facile comprobet, persuadeatque Ulysbonam & Conimbricam mathematicis studiis instruendas esse; neque quicquam illi esse aptius ad oras universi maris insulasque toto orbis oceano dispersas retinendum. Enimverò cum christianæ Europæ provincias ferè omnes mathematica commendatione peragraverim, quo te piaculo Picquinte pontifex Romane præteream? Academia academiae rum principis dominus es: unde ceteris etiam omnibus academiis orbis Latini tempora studiorum promotionumque gradus, ordines facultatum, laborum præmia & privilegia descripta sunt. Itaque tua singularis cura hic esse debet, ne qua in academiis usquam disciplina liberalis, mathematica præsertim omittatur. Deus enim primis hominibus nullam grammaticam dedit, quia uno ore atque eodem sermone omnes, natura penè ipsa docente, utebantur: neque forensium caussarum rhetoricam, quia in tanta morum innocentia lis nulla nascebatur: purissimæ mentis & immaculatæ ratio logica ipsa tum fuit. Ergo artes mathematicæ divinitus vel oblate vel inventæ, quæ dei potentiam in mundi creatiōe, sapiētiā in administratiōe, pietatē ex infinita bonorū omniū erga genus humanū largitate demonstrarēt: illa primorū hominū, ut antea docui, theologia singularis & eximia fuit, quā restituere & stabilire tuæ authoritatis imprimis fuerit, ut iis præclaris artibus erudita juvenus, cum iudiciū ratione obfirmare didicerit, neque cuiquam vanitati temere assentiri consueverit, non facile à vera pietate ad aniles fabulas abducatur. Hæc ad te cō liberius constantiusque dicuntur à nobis, quod fama raræ virtutis, & jam pridē in romanis pontificibus inaudita celebratis: ambulare pedibus per urbem: sine satellitibus esse palam: sine armis, in benevolentia civium & conscientia rectæ vitæ custodiam corporis collocare: ex immensis romani pontificatus opibus minimam partem pontifici condonare, maximas partes in publica religionis negotia impendere: stuprorum labes & impuritates antea tota urbe liberas secernere à cæcis oculis atque auribus: quæ laudabilia quidem ipsa per se sunt, sed maiora & splendidiora postulantur. Romā triumphantem historici describere heroicis civium virtutibus apud exterarum nationes admirabilem. Romam expleto heribus omnium scientiarum atque doctrinarum: ut cum ē provinciis vel apud suos eximii theologi, iureconsulti, medici, mathematici, oratores, linguarum

Magistri in urbem venerint: reperiant tamen doctores, à quibus possint erudi
 ri, fateanturque Romam academiarum omnium dominam reginamque aca-
 demiam esse. Id verò futurum est, si à premiis virtutis & doctrina purpurati A-
 ristippi atque Epicuri procul arceantur: Pythagoræ, Platones, Euclides, Ptole-
 mai, Hippocrates, Solones, Lycurgi, præcipueque Moses & Pauli ultrò accer-
 santur, summique professores illi ut grammatici grammaticæ, rhetores rhetori-
 cæ, logici logicæ, mathematici mathematicæ, philosophi reliqui philosophiæ
 reliquæ, sic non Aristippi non Epicuri quamlibet genere lauti ac splendidi, sed
 theologi omnibus illis antecedentibus studiis perfecti & cõsummati theologiæ
 & cuiuslibet de religione controversiæ iudices atque arbitri constituantur, pri-
 mosque in urbe idcirco honores assequantur. Hos enim prædonomos in beata
 civitate honoratissimos esse jubet Plato. Tum impietates è christiana religione
 & immanes sectas Christiani sublatas esse lætabuntur. Romam tum denique ve-
 re triumphantem omnes confitebuntur, lætisque animis prædicabunt, hunc au-
 reum pontificatum omnes mortales complectentur, fovebunt, osculabuntur. Sed
 ô me somnio nescio quo tota cohortatione felicè ac fortunatè! Sũ P. Ramus re-
 gius Lutetiæ professor sollicitus de crastina mathematũ prælectione, & tamen è
 bibliotheca egressus, Britanniam, Germaniam, Italiam, Siciliam, Hispaniã per-
 agravi, Romam veni: Reges, principes, liberas civitates, duces, pōtiffices invisi-
 coramque liberè compellavi: jam domũ ad me, meosque in bibliothecã ideo
 regiumq; diploma initio mihi propositũ meditator, ad quod impetrandum si me
 Aemari Vabrei regii secretarii & opera & industria & populari illa publicas in
 causas liberalitate singulariter adiutum oblitus essem, ingratiã mihi atque acer-
 bam vitã esse arbitrarer: Diploma igitur hoc unũ mathematicis, imò quacunq;
 doctrina doctis omnibus impetratum nobilibus atq; ingenuis artibus gratula-
 bor: collegasque meos ad extremum propriè cohortabor. Itaq; collegæ mei ma-
 thematũ professores ac magistri, excitate animos, & de professionis gloria ma-
 gis ac magis cogitate.

Sint Mecæneses, non deerunt, Flacce, Marones:

ait Martialis: At ego etiam contrã:

Non Mecæneses deerunt, sint, Flacce, Marones.

Ut enim artes auxilio librorum, expedito vitæ viatico, honore laboribus pro-
 posito facilius & alacrius percipiuntur: ita qui præstant artibus privata & pu-
 blicæ vitæ utilibus, non possunt nõ protinus à mortalibus omnibus amari atq;
 honorari. Equis vestrum, si optio fieret non malit se Syracusis Archimedè ma-
 thematicũ, quàm tyrannũ Dionysiu fuisse? Ecquid, si jam Noribergam cõtrariis
 simul portis, altera summus urbis magistratus, altera redivivus Regiomonta-
 nus adventare dicerentur, utro frequentiorẽ concursum credimus futurũ? Fru-
 ctus certè longè nobilissimus ingenuis studiis deesse nõ potest. Fuit igitur quò-
 dam romanæ reipub. principibus gloriosum vias prætorias & consulares ster-
 nere, suisq; nominibus appellare, Appiã, Flaminiam. Itaq; ait Galenus, simili
 in quæstionis genere, cum veteres in Italia viã injuria temporum neglecta dicit
 fict

faciliores essent, Trajanus imperator hoc regium vereque imperatorum opus aggressus, omnes vias refecit: quæ partes humida ac lutose essent, lapidibus constravit, aut editis aggeribus crexit, quæ sentibus circumseptæ & asperæ essent, perpurgavit, flumina, quæ vado transiri non poterant, pontibus conjunxit, ubi flexus longior esset, brevius iter direxit, sicubi verò propter editum collem aditus arduus esset, per minora loca deflexit. Denique si via obfessa feris vel locorum solitudine deserta esset, per cultas regiones & habitatas deduxit, aspera omnia complanavit. Quamobrem, per deum immortalē, mathematici professores, ubicunque terrarum essis, suscipite istam prætoriam vel consularem provinciam, hanc regiam & imperatoriam curam, & quidem tanto majorem & præstantiorem, quanto viæ per artes ac disciplinas gratiores, hominibus & fructuosiores futurae sunt quibuslibet viis per paludes, sentes, flumina, montes, solitudines directis. Via hic appia, illic flaminia cista, arithmetica vestri nominis fama, geometria vestri nominis gloria prædicabitur. Turpe est postius habere expressa à maioribus suis exempla diligentia, laboris, industria, ignavia autem & inertia languere & torpere. At verò Pythagoras Thaleti, Hippocrates Pythagoræ, Plato Hippocrati, Architas Leonti, Eudoxus Platoni, Theudius Eudoxo & Leonti, Hermonimus Theudiodio nequaquam istas peioris delicias, tamque degeneres angustias ostendere: non turpitudinis, sed moris instar generosis illis mentibus fuisse arbitror, nihil ad inventa maiorum adjungere: acceptum doctrinæ patrimonium non auctius & locupletius efficere. Itaque ducentis annis tot ac tanta mathematicæ disciplinæ monumenta Proclus conclusit. At nos mathematici annum propè sesquimillesimum eximii videlicet facti sumus nihil addendo: imò vix, ac ne vix quidem reliquæ doctrinæ millesimam partem intelligendo, nihil exercendo. Quamobrè expergiscimini aliquando, & in studium tam illustre, tam magnificentum, tam laudabile ardentius incumbite. Materies varia est & multiplex & copiosa non in Euclide solùm & Theone, sed in aliis præterea primariis authoribus, Diophanto, Archimede, Theodosis, Apollonio, Sereno, Pappo: multo etiam major in reliquis illis quæ Aristoteli *primariis* dicuntur. Conformatio matæ illius compositoque, id est methodus à vobis expectatur & postulatur, ut mathematicis elementis regia viâ dispositis propositiones singulæ suam veritatem non solùm proponant, sed ordinis sui argumento præcipuè demonstrant: Neque verò demonstrant veritatem solùm, sed multo maxime utilitatē, neq; Platonis aliquando non fuit neq; sapiens neq; hominum generi commoda sententia de mathematicarum contemplatione tam superstitiosè vel ambitiosè audiat: Sed Pythagoræ popularis illa in docendo simplicitas: deinde Archytæ, Leontis, Eudoxi, Archimedis, Heronis præcipuè mathematica utilitas exerceatur & excolatur. Quid multar mathematicarum judicemus, qui non solùm propositiones arithmetica & geometricæ syllogismo aliquo concluderit, sed multo magis qui exemplo atq; opere fructum arithmetica, utilitatem geometricæ præstiterit. Quod si quædo cōtingerit mathematica elemēta nō solum à doctis hominibus

nibus ætate & labore confectis, uti nunc fit, sed à pueris, à mechanicis, ab archi-
tectis, à pictoribus facilius ediscuntur, facilius exercebuntur. Quamobrem de
um optimum maximum oro & obsecro, ut ad hoc opus catholicis illis & me-
thodicis legibus conformandum, & modis omnibus exercendum & tra-
ctandum, omnes ubicunque terrarum sint, hujus tam præstantis scientiæ peri-
tos & intelligentes exciter. Thales & Pythagoras multis mathematicis bovem
inimolant, cum theoremata quadam geometrica invenissent. Ego verò bo-
vem optimam vel hecatombem potius totam philosophis illis & cupidissimè
voveam, & voti damnatus sanctissimè persolvam, à quibus mathematicas ar-
tes pueris faciles, opificum vulgo familiares, cognitione denique & usu non
tantum mirabiles, sed etiam populares factas esse videam. Ad te postremo, Ca-
tharina Medicea, redeo, & cohortationem in te concludo. Primo libro mathe-
maticos omnes tibi proposui, qui te cum inventorum suorum varietate & præ-
stantia, tum personarum ipsarum fama ac dignitate commoverent, ut se hospi-
tio tuo dignos judicares. Secundo libro mathematicarum utilitates declaravi: quæ
tibi demonstrarent, quot & quantis bonis Caroli filii regnum auctura esses, si
mathematica per omnes Galliæ academias docerentur atque exercebantur. Ter-
tio disputavi mathematicas artes via quadam faciliores & clariores effici posse,
ne studiosa juvenus in posterum à tam nobilibus disciplinis obscuritate ulla re-
vocetur: ad mathematicam scientiam denique suscipiendum & celebrandum
mortales omnes exhortando, Britannos, Germanos, Italos, Hispanos cõple-
xus sum, id est testem postulationis meæ orbem terrarum, vel ad stipulatorem
appellavi. Itaque cogita iterum atque iterum te in amplissimo gentium omni-
um theatro positam, infinitis oculorum millibus circumspectari, exitumque
nostræ cohortationis expectari non ab exteris tantum, sed multo magis à sede-
cim amplissimi regni academias Parisiorum, Aureliorum, Biturigum, Andium,
Pictonum, Rhemorum, Divionensium, Cadomorum, Nannetum, Burdegale-
nsium, Aqueensium, Gratianopolitanorum, Valentinsium, Tholosatum, Ca-
durcorum, Nitiobrigum: Avenionem, adderem nisi pontificis quàm regis esse
mallet: urbi tamen urbium gallicarum elegantissimæ ad egregias reliquarum
artium professiones mathematicarum quoque elegantiam exoptabo. Tot igitur ae-
cademiis christianissimum regnum ornatum est, sed multo ornatiùs & splen-
didius futurum sit, si tot regni partibus mathematica, id est clarissima liberali-
um artium lumina pelluceant. Excita igitur medicum illum animi vigorem, spem-
que nostram vincito. Si Britannia, Germania, Italia, Hispania nostris votis
responderint: attamen tu omnium omnes laudes superato, gymnasiumque Ca-
tharinæ Mediceæ antè conditorum gymnasiorum non solum splendore adifica-
torum, opulentiaque fundorum, sed multo maximè ingenuarum disciplina-
rum mathematicarum imprimis professione præstantissimum ac nobilissimū
facito.

F I N I S.

P> RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIBER QVARTVS IN
primum librum Arithmetice.



Ribus superioribus libris proœmium quoddam fuit cohortationis ad artes mathematicas, deinceps materies nobis pressior erit in singulis præceptis mathematicis. Quartus itaque liber erit in definitionem & partitionem mathematica: Est (inquam) doctrina quantitatis: ut verò definitur arithmetica benè numerandi, geometria bene metiendi doctrina, sic generali verbo, modo ex suo fine definiretur mathematica ars, tanquam diceretur, quantitandi. Sed tamen non si vocabulum deest, res ipsa minus intelligatur: nomen autem μαθηματικός, μαθηματικός, μαθηματικός, generale est, & disciplinam significat, ut μαθητὴν discere, μαθητὴς discipulum: specialis tamen intelligentia facta est ad doctrinam quantitatis exprimendum. Synecdoche generis pro specie causam hinc habuit, quod diutissime mathemata sola ex artibus discerantur, ut primo libro patuit, cum nulla dum esset, neque grammatica, neque rhetorica, neque logica: Itaque tanquam hæ solæ essent artes, artes etiam sunt appellatæ: postea autem propter excellentiam generale nomen retentum est, quia hæ disciplinæ omnium certissimæ essent & accuratissimæ: quæque doctoris lumen præcipue requirerent ut solæ artis & doctrinæ nomine dignæ viderentur. Atque hæc mathematicæ definitio qualiscunque esto. Partitio autem est in arithmetica & geometriam: quia quantitas mathematica est discreta ut numerus, aut continua ut magnitudo. Procli de hac partitione commentatio duobus capitibus libri primi duodecimo & decimotertio producit. Quapropter partitionem mathematicæ ex eius sententia declaremus. Quid igitur mathematica, quotuplex mathematicis visa est: Pythagorei mathematicæ partes quatuor numerant, arithmetica, musica, geometria, astrologiam: quoto enim & quanto dividunt quoto per se esse, aut referri ad aliud: item quantum quiescere aut moveri: In primo arithmetica: in secundo musicam: in tertio geometriam: in quarto astrologiam collocant. At partitio ista non est κατὰ πρῶτον, imò plane falsa est: musica non docet doctrinam numerorum, sed rationes & proportionem sonorum: neque astrologia docet quantitatis doctrinam in linea, superficie, corpore, sed naturam & affectionem corporum celestium. Utuntur artes omnes nominibus & verbis: item argumento, enuntiato, syllogismo, methodo, artes tamen earum rerum sunt grammatica tantum & logica: Itaque dicendum musicam & astrologiam uti numeris & lineamentis, id est quantitativis in arithmetica & geometria declaratis, quæ quantitatis tamen doctrinam tantum esse arithmetica in numero, & geometria in magnitudine. Quare quadripartita distributio mathematicarum est falsa. Geminus partitionem aliam paulo subtilius instituit, quod mathematica sit intelligibile vel sensibile: Intelligibile, ut arithmetica & geometria: sensibile, ut

P
lium, ut

lium: ut Mechanica, Astrologia, Optica, Geodasia, Canonica, Logistica. Atque Geminus licet Logicus adversus Euclidem nonnunquam acutior, attamen non multo accuratius quam Pythagorei partitius est. Artes enim omnes sunt rerum generalium & universalium, alioqui non essent *κατὰ παντός*, ideoque intelligibilibus, neque magnitudo minus est naturalis & sensibilis quam sol vel luna. Sed Aristoteles partitionis hujus lucem, licet non satis aperte locis omnibus, aliquando tamen acutius vidit. Secundo physico quærit quomodo differat physicus à mathematico, cum uterque lineamenta & figuras consideret, & respondet illa considerari à mathematico abstracta à motu & materia, à physico autem contra permixta & conjuncta materiæ motuique. Sed Aristoteles multo gravius veriusque in philosophia philosophatur, cum ab eo totum illud *ἀφαιρητικὸν* abstractivum mathematicæ disciplinæ genus deridetur, appellaturque *μαθηματικὸς λόγος* fabulator sermo, tamque *ἀφαιρητικὸν* efficitur physica & medicina, quam mathematica, quod verissimū est. Leges enim formandæ artis *κατὰ παντός, καὶ αὐτὸ, καὶ ὅλα πρῶτον* communes sunt omnium artium, & perinde à singulis rebus præcepta generalia, homogenea, propria abstrahi jubent: Sed abstractio mathematica clarius explicatur in metaphysicis, quod abstrahere magnitudines nihil aliud sit, quam considerare sine gravitate, leuitate, duritie, mollitie, raritate, densitate, calore, frigore, cæterisque physicis accidentibus: quod quidem verissimè dictum est, sed tam verè etiam de coloribus abstractio diceretur, si Apelles aliquis de coloribus artem aliquam scriberet. Consideraret enim à cæteris rebus nihil naturæ coloris essentialibus abstractos & separatos colores. Quærit etiam Aristoteles eodem physico secundo, utrum astrologia sit pars physica, quod idem quæri poterat de Optica & Musica. Sed obscurius ea quæstio dissolvitur: respondet enim Aristoteles hæc esse mathematicis esse *φυσικώτερη* & magis physica: vel potius mathematicis contraria, quia geometria lineam quidem physicam considerat, sed geometricè, id est per se, & solitariam: physica autem geometritam, sed physicè, id est cū reliquis physicis accidentibus alligatam. Sic(inquam) Aristoteles dissolvit, sed neque satis apertè, neque satis logicis informandarum artium legibus congruè, ut ad 2 cap. 2 physici dictum est à nobis. Nam quod physicus considerat lineam & figuras, considerat non physica, sed mathematica facultate: & si physica sit scientia corporis materiati & sensibilis, certè astrologia pars sit physica necesse est, & Optica pars erit physica de visibilibus, ut musica de sonis, & tanquam diceretur de audibilibus. Quare bimembris illa mathematicarum particio teneatur. Mathematica igitur est arithmetica in numero, geometria in magnitudine, musica autem, astrologia, cæteraque illa *φυσικώτερες* non sunt artes mathematicæ. Nihil enim præcipiunt de quantitate, nihil de numero, nihil de magnitudine, sed de re physica numerata, de re physica magna. Itaque mathematicæ non sunt. Logisticam verò ab Arithmetica, ut geometriam à geometria *σφαίροποιον, μετεωροσκοπικὴν γνημονικὴν* ab astrologia separare non major ratio fuit, quam grammaticam & grammaticæ usum duas artes efficere, sic pleraque in mathematicis vulgò numerata artificium quoddam *separ-*

separatum habent, ut Cosmographia, Geographia, in quibus Ptolemaeus princeps fuit. Mechanica & Organica, in quibus Archytas, Eudoxus, Archimedes excellere: *ταυτοματοποιήσις*, cuius principes Etebius & Hero fuere: *ισορροπική* de ponderum æquilibrio, quam celebravit Timæus, sed maximè Archimedes: hinc libra & trutinæ: *τρωτική* in remilitari, cuius magistri Polybius & Aelianus apud Græcos, Vegetius apud Latinos: Architectura, de qua Vitruvius præcepit. Veruntamen non est illud prætereundum, quod Proclus communiones & differentias arithmeticae & geometriae hic etiam collegit, fecitque Logica illa de materia formaque artium, item de rationum, proportionum doctrina, de alternatione, inversione, fecit (inquam) Logica mathematica communia quadam principia. In quo nihil errat, quod Logicam putat esse communem mathematicam. Est enim omnium artium & omnium rerum communis, & in Logica proprie præcipitur de generali arte rationum aequalium, maiorum, minorum, proportionum directarum, inversarum, alternarum, sed errat si putat præcepta illa communia esse præcepta artis mathematicae: specialia sunt ubi numerus specialiter attingitur & eo numeratur, ut duplum, triplum, sesquialterum. Aristoteles autem in analyticis & metaphysicis verius illud admonet, communia eadem illa non esse mathematica, sed altioris disciplinae theorematum. Age verò differentias Arithmeticae & Geometriae similiter audiamus. Quatuor enumerantur à Proclo, in quibus multus est lib. 1. cap. 3. & lib. 2. cap. 2. Prima est. In numeris datur minimum: in Geometria non datur, ut in quadrato, gnomones arithmetici dantur minimi: in Geometria non dantur. At hæc differentia ut vera sit, nihil tamen admodum ostendit: Nam ut magnitudo infinito dividi possit, potentia tamen illa est mentis, qua possit etiam unitas in scrupula, & secunda, & tertia, & sic deinceps infinite dividi. Secunda differentia est, quod numerus non habeat situm, magnitudo habeat. Id ex Aristotelis Categoriis discernitur: & occupatio loci est magnitudinum propria, resque ipsæ Physicæ beneficio magnitudinum situm & locum occupant. Tertia est quod symmetria primum sit in numeris, deinde ratione numeri sit in magnitudine. Contra figura proprie sit in magnitudine *κατὰ ἀναλογίαν* in numeris. At mensurabile & commensurabile non aliud est quàm numerabile & communi numero numerabile. Itaque symmetria est numerorum. Secunda pars autem huius differentiae valde notanda est, quod figura primò & propriè consideratur in magnitudine, in numero autem tantum per analogiam, attamen non perpetuam. Nec enim numeri possunt omnes figuras omniumque figurarum proprietates numerare. Multiplex enim & varium hic est *ἀνὰ ῥίθμους, ἀλογον, ἄρρητον*. Duplicari potest quadratum in magnitudine, nempe si ex diametro quadrati dati fiat quadratum, erit duplum dati: in numero autem non potest, sed in quibusdam tantum proximum quiddam est: ut è 5 quadratus numerus est 25. è 7 est 49 uno minor quàm duplus. Attamen hæc ipsa figurarum numerorum doctrina licet arithmetica tota esse videatur, quia sola multiplicatiōis consideratione cōtenta sine ulla figuræ cuiusquā similitudine percipi exerceri possit,

attamen geometricis figuris alligata est, nec extra vllum usum habet. Itaque geometricis etiam figuris quibus inserviet adjungenda. Quarta differentia est *πάντα λόγον εἶναι πρῶτον* omnem rationem esse explicabilem: proprium est arithmeticae. Sunt enim in geometria *καὶ ἀρρητοὶ λόγοι*. Sed hæc differentia perinde est, tanquam si diceres omnes numerorum comparationes explicari numero posse, magnitudinum autem non omnes posse, ut axis ad latus jcosædri & dodecaedri. Sed tamen istæ in artibus differentia & dissimilitudines patent ex cognitis partibus: separatim verò colligi prorsus est nugatorium & inutile: talia sophismata Porphyrii & Aristotelis logica scholæ refutarunt. Quamobrem si mathematica generaliter definienda: si definitæ partitio facienda sit, definiatur mathematica doctrina numeri & magnitudinis, duplexque efficiatur arithmetica & geometria, cætera *φυσικώτερὰ* suo tempori & loco reserventur.

In Cap. 1.

Arithmetica est doctrina bene numerandi: Hæc definitio in elemētis nulla est, imò ipsum numerandi verbum ad unam divisionis speciem à Boetio, Jordano, Campano & alijs astrictum est, ut sit idem quod Euclidis metiri id est dividere. Elenchus Euclidis est omisæ definitionis: at Boetii & aliorum Elenchus est generis pro specie, generale nempe verbum specialiter usurpantium, cum tamen species ipsa proprium verbum habeat, ut dicitur suo loco. At nomen numerandi, additionem, subtractionem, multiplicationem, divisionem numerorum & partium, comparationem rationum & proportionum complectitur: denique bene numerare est arithmetica vim & facultatem exprimere, ubi opus sit. Eadem ars apud Platonem logistica interdum dicitur, tametsi aliàs nomen logistica vulgarem tantum calculum significat, & sic *λογιστὴν* ratiocinari pro computare dicitur. Atque hæc est generalis definitio arithmeticae. *Partes arithmeticae.* Hæc partitio in Euclide non est, imò prorsus nulla, saltem specie partitionis usquam proposita in totis elementis partitio est, ut in tertio libro dictum est. Nos igitur omnia complexi, quæ arithmetica necessaria, cognata, propria fuerint, ea bifariam partimur in generali differentia numerorum simplicium & comparatorum. Neque partitione Platonis movemur arithmetica aliam vulgi, & practicam, aliam philosophorum & theoreticam facientis. Hæc enim logica feceris duas grammaticas aliam practicam, aliam theoreticam. At omnium arithmetici præcepta theoriam habent: eorum verò exercitatio & usus praxim, neque propterea duæ sunt artes, ars & usus artis. Alii faciunt arithmeticae partes vel species, numerationem, additionem, subtractionem, duplicationem, multiplicationem, dimidiationem, divisionem, progressionem, extractionem, quæ logica talis esset, ac si diceret grammaticæ partes esse nomē, verbū, adverbium, conjunctionem, syntaxim nominis adjectivi ac substantivi, particulas enumerās, non partes, neque tamē particulas omnes, ut suis locis de singulis istiusmodi particulis intelligatur. Arithmetica simplex & absoluta interpretatur simplices qualitates numerorum, in quibus nempe nulla arithmetica comparatio est neque rationis, neque proportionis.

Aequa

Aequalitatis enim & inæqualitatis comparatio quædam erit, sed logica & quæ Arithmetica comparationis doctrinam nullam requirat. Atq; hæc est generalis definitione arithmetica unde numerus generaliter definiendus fuerat: quo unum quodq; numeratur. Numeri verò, notæ decem quæ hic adscribuntur recetes sunt: his enim Euclides vel Theon nusquam uti sunt, nusquam Archimedes, aut veterum quisquam. Nicomachus ait numeri significationem per unitates esse *φυσικὴν καὶ ἀριθμητικὴν*, ideoque simplicissimam. Græcas autem literas *ρ, κ, α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ* lege & constitutione hominum significare, ut I quo 10. K, quo 20 significantur, denique apud veterum neminē notare potui has notas 1. 2. 3. &c. Alii referunt ad Phœnices inventores arithmetice, propter eandem commerciorum causam: Alii ad Indos: Ioannes de Sacroboſco, cuius sepulchrum est Lutetia in comitio Maturinensi, refert ad Arabes: nec opinio aliena est, cum orbis terrarum Arabes potirentur, etiam disciplinarum potiri voluisse. Itaque eorum multa scripta extant in Philosophia, medicina, mathematica, unde Algorithmus pro arithmetica, Almageſtum pro syntaxi magna: quia aī Arabibus regula est, *ἀριθμὸς* græcè numerus, *μέγιστον* maximum: permixtis igitur ex arabico & græco vocabulis facta sunt nomina algorithmi & almageſti. Quicunque autem fuerit inventor decem notarum, laudem magnam meruit, res certè ipsa tantum placuit, ut omnium gentiū consensum meruerit, quod è libris hodie Latinè Græcè Hebraicè editis patet: Mathematicis enim his notis utuntur, sicuti numerus, ut in paginis & folijs exprimendis. *Circulus*. Circulum appellamus cum multis, quam alii thecam, alii figuram nihili, alii figuram privationis, seu figuram nullam vocant, alii ciphram, cum tamen hodie omnes hæ notæ vulgò ciphra nominentur, & his notis numerare idem sit quod ciphrare. Romani autem literis seipsem utuntur I. V. X. L. C. D. M. ad omnem numerum describendum: I. significat unum: X significat decem, quia decussis denariū significat, & decussatio hic fiat verticalibus angulis: V autem est dimidium ipsius X: C verò significat centum, & ita olim scribebatur [: & tum dimidium erit L pro nota quinquaginta. Sic M mille significat, & olim scribebatur sic (I), ut dimidium ipsius fuerit D pro nota quingentorum. Fuit verò etiam Romanis arithmetica quædam è digitorum gestu. Hinc Iuvenalis locus ille:

— Atque suos jam dextra computat annos.

Et Quintiliani locus duplex, alter primo libro. Si actor, non dico circa summas trepidat, sed digitorum indecoro gestu à computatione dissentit, indoctus habetur. Atque iterum lib. 10. de gestu digitorum, poculum poscentis, aut verbera minantis, aut numerum quingentorum flexo pollice efficientis, &c. Sic apud Plinium lib. 34. cap. 7. Præterea Janus geminus à Numa rege dicatus, qui pacis bellique argumento colitur, digitis ita figuratis, ut trecentorum quinquaginta quinque dierum nota per significationem anni, temporis & avi se deum indicaret. Quales loci veterum authorum plerique sunt, & *χειρονομία* ipsam Beda de natura cap. 1. descripsit, imagines etiam ab illo additæ, ut licet ex eo cognoscere. Numerus verò dividitur ab auctore Algorithmi demonstrati in digitum, articu-

P 3 lum,

primus est digitorum: secundus primorum articuloꝝ: tertius secundorum, & sic deinceps: fecit itē conceptiones & petitiones. Conceptiones ita sunt. Omnis limitis numeri decuplatur à numeris proximi superioris limitis quilibet à suo relativo. Omnis numerus limitis totiens continet primum sui limitis, quotus ipse est in limite. Petitiones ita sunt. Omnem figuram significativam significare totum numerum limitis quoto ipsa est in ordine figurarū. Omnem figurā significativam quoto loco ponitur, toti numerū limitis significare. Cyphram nihil significare, sed ideo præponi figuræ significati, ut ipsa toto loco ponatur, quoto poni debet. Figurā præponi quæcunq; exterior est. Hac authoris illius principia & verba sunt ad demonstrationē additionis, subtractionis, & reliquarū numerationū, de qua demonstratione postea. Præcipitur vulgō ut de numeris addendis major superscribatur, minor subscribatur. Id verō nihil est, sed ut quisq; numerus proponitur major aut minor supra infrave, nihil interest, quod etiā de Sacrobosco monet. Præcipitur item ut additi numeri duo deleantur. Id itē nihil est, collectus enim ex additis infra scriptus notat supra scriptos jam additos esse, litura igitur hæc ut in multiplicatione nihil facit, de partibus & particulis, ut de libellis, asibus, denariis, hic etiā quidā magistri præcipiunt. Sed de partium doctrina, deque reductione partium ad numeros integros, vel contrā de reductione integrorū ad partes, deque tota partium numeratione, separata doctrina erit postea. Abacus autem in singulis numerandi generibus quatuor vulgō per tabulam Pythagoream proponitur: at abacus meditationis nostræ multo magis Pythagoreus est & mathematicus. Itaq; non temerē tantopere à nobis cōmendatur. Additionis demonstrationē nonnulli triplicē faciunt per 9 vel 7, per additionē contrario ordine, per subtractionē: ut si scire velis in additione $\frac{12}{17}$ an recte operatus sis, jubent ut 9 tollas de addendis tanquā separatim consideratis quoties poteris. Itē de summa collecta, si reliquū sit æquale, probam additionē, secus vitiosam, ut in exēplo posito nihil manet. At demonstratio valde simplex & imperita est. Quid enim si peccatum sit in summa, & pro 27 collegero 36, subducto 9 quoties subduci potest, nihil manet. Itaq; fallere potest: demonstratio per 7 eadem est, ut si proponatur addenda 43 & 52 & collegero 59 pro 95. subducto 7 quoties potest, utrinque nihil manet, & tamē falsa additio. Quod si athores demonstrationis huius præcepissent, ut 9 tolleretur ab addendis quoties potest, & toties à summa tolleretur, tutius præcepissent, & causam credo intellexissent. Si ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua fore æqualia. Veruntamen etiam intelligerent id per reliquos numeros similiter fieri posse. Secunda demonstratio est, ut à sinistra dextram versus numeri addantur. At id difficile sit, si majores notæ fuerint, ut hic $\frac{8}{79}$. Tertia per subtractionem imperitè etiam sit: quia demonstratio per 9 & per 7 est etiam quamvis diversa, attamen subductio. Atqui lex & regula additionis est vera demonstratio operis & exempli recti aut vitiosi. Nam si exemplum cum artis regula convenit, est rectum, secus est pravum & vitiosum. Et valde stultum est, obscurū argumentum petere,

petere, cum perspicuum est causa propria lex tibi suppeditet. Regula enim additionis servata, est causa additionis benefacta, non autem regula subtractionis: Et quamvis contraria contrariorum consequentia plerumque sint, attamen clarior disputationis & iudicii via est per causam: ut autem inductio rudibus & novitiis sit facilius initio & tutior, compedium erit singulas inductiones, dum se paratim aguntur, ad preceptum artis iterare. Id enim examen facilius erit in singulis partibus quam totam numerationem peractam ab extremo ad initium repetere, ut per partes non tantum numeretur, sed etiam numeratio examinetur.

IN CAP. III. DE SUBDUCTIONE.

Subductio duos tantum numerorum ordines habet, alterum subducendi, alterum a quo subductio fit. Alter vulgo creditor, alter debitor appellatur. In subtractionis regula omnes, quotquot legerim, doctores artis jubent sinistrorsum, ut in additione, progredi, mutuando unum est proxima nota superiore, si major est subducendus, quod inferiori proximo reddatur: ut a 27 tollo 19. non potes 9 a 7 tollere, mutuaris 1 a 20 & a 17 tollis 9, manet 8: deinde illum reddis inferiori proximo, ut est creditore illo nihil deleatur, & 2 tollis a 2, nihil manet. Veruntamen quamvis in omni numeratione generali possis sinistrorsum progredi, ut quidam numerant, attamen quia subductio additioni contraria est, illa est amplificatio, haec diminutio, ut illa procedit a minoribus notis ad majores, ita haec a majoribus ad minores debet descendere. Neque mutuandum aut reddendum quicquam in contraria via erit: ut a 27 tolle 19: primo a 2 tolle 1, manebit 1: tum a reliquis 17 tollis 9, manebit 8. Illic obscura rudibus cogitatio est illius mutui & accipiendi a superiore numero, & reddendi inferiori, qui tamen creditor non erat, hic ante oculos est in exemplo tuo, quid & unde subducas, & sic in additione didicisti servare in mente. Quare quamvis utraque via sit vera, tamen duplex fructus hic major est, primo quod difficultas illa mutui & accipiendi a superiore, & reddendi inferiori, tum perplexa hic tollitur. deinde quod argumentum principium est, in divisione, quae subductio multiplex est, sinistrorsum progredimur, & vel invitati cogimur, si multis notis divisor constet, de singulis considerare, quoties unaquaeque subduci possit a supraposita, antequam divisio fiat. Quae propter usitatam viam subtractionis omisimus, quia obscura & molesta esset, & futurae divisioni contraria, contrariam a sinistra secuti sumus, quia facilis, quia ad divisionem accommodata, quia denique logica. Nonnullis alia subducendi quoque via est, quoties subducenda nota major est, ut ejus differentia a denario addatur superiori, & totus sit pro reliquo, tum unitas reddatur proximae notae subducendae: ut si a 34 tollenda sint 27, differentia 7 a 10 est 3, quo ad 4 addito totus est 7 pro reliquo adnotandus, tum unitas reddenda 2, ut 3 tollat a 3, sic.

$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \\ 2 \quad 7 \\ \hline 7 \end{array}$$

Si

Si nota subducenda sit 9, nil ei addatur, sed superior ascribatur integer pro reliquo, sic.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 3 \quad 4 \\ 9 \quad 7 \\ \hline 3 \quad 3 \quad 7 \end{array}$$

Si nota subducenda sit 0, unitas tollitur à superiore, ut

$$\begin{array}{r} 2 \quad 4 \\ 0 \quad 7 \\ \hline 1 \quad 7 \end{array}$$

Si supra sit etiam circulus 9 quæ distantia est unitatis à 10 reliquo scribitur, ut hic.

$$\begin{array}{r} 2 \quad 0 \quad 4 \\ 1 \quad 0 \quad 7 \\ \hline 1 \quad 9 \quad 7 \end{array}$$

Si nota superior fuerit 0, subducenda autem nota significans, distantia inferioris à 10 pro reliquo notatur, ut hic.

$$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \\ 2 \quad 0 \\ \hline 8 \end{array}$$

Atqui hæc subducendi ratio longè etiam ineptior est illa superiore, de qua diximus. Demonstratio subductionis hic item triplex, prima per 9 & 7, ut in additione, quæ perinde fallere potest, sed in subductione subductus & reliquus æquantur tertio. Secunda sit per subductionem, nempe reliqui à tertio ut antea, subductus relinquatur, quæ demonstratio petitio principii est ejusdem per idem. Tertia est per additionem, sic ante demonstrata est additio per subductionem quæ contrarii demonstratio ridicula est, cum causa sit in promptu. Quapropter si quis existimet Euclidem vel Theonem solum isto demonstrandi morbo laborasse, fallitur, morbus hic hæreditarius est, à patribus ad posterios pervenit. Euclides vel Theon, vel potius perversa quædam mathematicarum scholarum consuetudo, jam olim ab Hippocrate chio obtinuit, nihil esse in mathematicis præstantius demonstratione. Itaque omnium ferè rerum etiam plerumque indemonstrabilem, tamè demonstrationes inventæ, utque vulgo jurisperitos sine lege, ita & mathematicos sine demonstratione loqui pudeat. At ut quædam per se justa sunt, neque alia lege judicantur, sic quædam per se clara & manifesta nullam demonstrationem requirunt, ut principia definitionum, partitionum, postulorum, syllogismorum. Hic verò Deus bone, cujusmodi demonstrationes esse arbitramur. Nec enim in hoc primarum demonstrationum artificio solum subtilitas est inanis & otiosa, sed logicæ incredibilis illa non curantia, de qua libro 3 dixi. Syllogismi enim complexio hic demonstratur. Propositio est definitio additionis vel subductionis, assumptio est exemplum. Complexio est veritas &

Q. tas &

tas & constantia exempli hoc modo. Numeratio qua numeri inductione partium similium adduntur & habetur totus, est additio legitima. Exempli hujus numeratio est ejusmodi. Quare legitima est additio. Simile est in subductione. Itaque qui concessis tum definitionibus, tum exemplis ad definitionem legem constructis de constantia exemplorum dubitat, dubitat de complexione syllogismorum, concessis tamen antecedentibus. Hæc judicii inopia, hæc logicæ artis egestas perabsurda sit, si cum cæteris artibus conferatur. Interrogetur puer, utrum Deus sanctus sit oratio latina, ita respondebit, oratio adjectivi & substantivi congruentium numero, genere, casu, est latina, at Deus sanctus est oratio adjectivi & substantivi congruentium numero, genere, casu: est igitur latina. Dubitent hi jam nosse demonstratores de judicio complexionis hujus, & demonstrationem adhibeant, simillimum egerint atque in demonstrationibus additionis & subductionis agunt. Quamobrem logicam si tam tã logicæ expertem, tam omnes mathematicæ partes, obscurantem, mathematicæ musæ procul amandate à vestris scholis, & vestris discipulis persuadete, ne in his sophistis impofterum studia melioribus horis debita consumant. Itaque author algorithmi demonstrati subtiliores etiam demonstrationes, algorithmum ipsum demonstratum probandum, eximium, exaratum maximi & doctissimi viri Regiomontani divina manu confirmant mathematici doctissimi, denique arithmeticum his demonstrationibus paratum tantum differre ab imparato, quantum oculus differat à cæco. Hæc laudes sunt istarum demonstrationum, sed laudes ejusmodi, quales antea Procli in Euclide fuerunt. Laudatores porro ejusmodi Phavorinos illos Gellianos esse credas exercendi ingenii gratia, non *μαγάδουσαν ἀνὰ διδασκαλίαν καὶ ἀποπαιδείαν* declamantes. Veruntamen si quando mathematici homines præsertim tam excellentibus ingenii præditi quibus illi fuere, de quibus loquimur, cogitarent paulò impensius de suis istis demonstrationibus, sibi ipsis opinor displicebunt, cum intelligant tali demonstrationum genere non modo nihil demonstrari, sed artes per se illustres vehementer obscurari. Quamobrem reiectis nugis talium demonstrationum examen inductionum singularum antea propositum revocatis singulis inductionibus ad legis præscriptum hic etiam per commodum fuerit: ut autem in additione, sic in subductione solet mentio fieri partium & particularum. At hæc partium cum integris numeratio doctrinam propriam habet, de qua postea. Itaque ne quidquam confundatur, id suo loco præcipietur. Ad exercendum verò subductionis ab actu illum non fuit inutile quæstiones illas ponere per mutuam solutionem additionis & subductionis: ut à quo numero tollenda sunt 4, ut restent 3; Adde 4 & 3 habes 7 quæstum numerum. à quo numero tollenda sunt 7, ut maneat 8: additio 7 & 8 ostendit 15. Cōtrā, cum quo numero addenda sunt 4, ut totus sit 7: Tolle 4 à 7 reliquum erit 3, quæstus numerus. Cum quo numero addenda sunt 8, ut totus sit septemdecim: tolle 8 à 17, reliquus erit 9 quæstus numerus.

numerus: à quo numero tollendus est circulus, ut maneat 0 & à nullo: Cum quo numero addenda sunt 8 ut fiant 7 & impossibile. Tonsali præstantis arithmetici quæstiones hæ sunt.

IN IIII CAP. DE MUL-
tiplicatione.

Multiplicatio. Hæc definitio ex Euclidis 15 d 7 est: Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot sunt in ipso unitates, toties componitur, qui multiplicatur, & fit aliquis. Definitio autem hæc in quandam analogiam incidit, ut 1 ad multiplicantem, sic multiplicandus ad factum. Itaque si unitas est minor multiplicante, multiplicandus erit minor facto, si æqualis, æqualis, si maior, maior. Quare multiplicatio per 1 est multiplicatio 1, & in exemplis ex inductione partium constantibus, unitas fere semper aliqua est. Nec multiplicare est multiplicandum sæpius addere, quamvis id in numeris multitudinis perpetuum sit, & multiplicationis nomen ipsum inde sumptum sit, sed multiplicare est toties multiplicandum sumere, quoties unitas in multiplicante continetur. Itaque si unitas ne semel quidem contineatur in multiplicante, multiplicandus ne semel quidem assumetur, sed diminuetur, eritque maior facto, quia unitas erit maior multiplicante, ut postea in doctrina partium intelligetur. Quamobrem teneatur analogiam quandam in multiplicatione versari, quamvis ea non attendatur. Species verò multiplicationis, ut additionis, subtractionis, infinitæ sunt species, per 2 duplicatio dicitur, per 3 triplicatio, & sic deinceps, nec tamen duplicationis ars ulla specialis est. Docuimus antea numerationem, quæ vulgò à magistris arithmetici appellatur, esse additionis speciem, propterea quod imperita partitione speciem pro genere numerari, eadem partitionis elegantia. Hic apparet, cum species similiter pro genere connumeratur, duplicationem à multiplicatione separari. *Numeri inter se.* Principii huius mathematici declaratio, si qua præter exemplum facienda sit, ea facienda est ex illo principio totius & partium & definitione multiplicationis, ut cum dicis bis quaterna, perinde facis ac si 4 & 4 adderes, unde colligeretur 8. Itē cum dicis quater bina, perinde facis ac si adderes 2 & 2 & 2 & 2, unde colligeres 8. Quo genere demonstrationis utitur Theon in 1 p 5. in 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10 p 7. Itaque si qua præter exemplum declaratio hic esse debuit, illa esse debuit. At nulla opus est, cum principium sit exemplorum inductione & experientia tantum collectum, & principium in multiplicatione valde necessarium. Euclides autem fecit è principio isto propositionem demonstrabilem 16 p 7. Quidam instituunt sex multiplicationis species ex tribus numeri generibus digiti per digitum, articuli per articulum & per compositum, tum articuli per compositum. Sed digiti per digitum multiplicatio præcipuè ab iis instruitur, & modis duobus. Primo multiplicatur utriusque differentia à denario, & factus pro nota ultima notatur, tum alterius ab altero differentia tollitur, & reliquum pro prima nota præponitur, sic è sexies octonis fiunt 48, ut hic vides.

Q 2

6 4



At hic subductio differentiarum duplex est, secundo multiplicatio differentiarum, tertio est tertia subductio, ita artificium triplicis subductionis & multiplicationis unius pro una multiplicatione hic involutum est. Secundo digitus alter deducitur à suo articulo toties, quot unitatibus differt reliquus digitus à denario: sic è sexies octonis sunt 48.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 8 \\ 8 \quad 0 \\ 6 \quad 4 \\ \hline 3 \quad 2 \end{array}$$

In quo artificio primū multiplicatio est alterius digiti per 10, secunda est subductio reliqui digiti à denario, ut differentia habeatur, tertio est multiplicatio primi articuli per inventā differentiam, quarto est subductio facti secundi à primo facto. Itaque hic scilicet inventū est compendium quadruplicis numerationis pro una. Ratio vero multiplicationis hujus pendet ex eo quod multiplicandus sibi toties additus, bis amplius quam oportuit, ideoque toties subducitur. Illius etiā ratio licet obscurior, tamē eodem redit. Inventū est etiam artificium simile in multiplicatione per quinarium: ut si multiplicandus fuerit par, dimidio ejus circulus, sin impar minori parti quinarium postponatur, ut hic.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 4 \\ 8 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 5 \\ 9 \\ 5 \\ \hline 45 \end{array}$$

In tali multiplicatione digitorum author algorithmi demonstrati septem theoremata prolixa cōsumpsit. Ejusmodi verò & quotquot præter logicā inductionis viam excogitari possunt, pedicæ sunt argutarum novitios & rudes impediens, omninoque digitorum inter se numerorum multiplicatio si quid obscuritatis habeat, inductio adhibeatur nulla brevior, nulla planior & faciliior via esse potest. Nonnulli dextrorsum multiplicationem deducunt, ut hic vides 25 per 12 multiplicatis fieri.

$$\begin{array}{r} 3 \quad 0 \quad 0 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \quad 5 \quad 0 \\ 2 \quad 5 \\ \hline 1 \quad 2 \end{array}$$

Hac

Hæc autem via obscurissima est & maximè lubrica, ideoque talis in arte subtilitas est fugienda. Nec enim arti propositum est omnia docere quæ fieri quocunque modo possunt, sed quæ possunt commodissime fieri. Mercatorum quidam libri speciem multiplicationis præterea continent, abaco tot quadrangulis in triangula scissis longo; quot notæ fuerint multiplicandi, lato autem quot fuerint multiplicantis, ubi colliguntur summæ sequendo diagonos, ut hic vides.

| Multiplicandus. | | | | Numerus multiplicans. |
|-----------------|---|---|---|-----------------------|
| | 3 | 9 | 4 | |
| Numerus sum. | 0 | 6 | 1 | 0 |
| | 1 | 8 | 3 | 0 |
| | 1 | 5 | 2 | 5 |
| | 8 | 1 | 0 | 5 |
| 9 | 3 | 8 | 1 | 0 |
| | | | | Summa. |

Verum multo major est hujus abaci constituendi labor, quam multiplicatio-
nis ipsius, & si quis numeros singulares inductione colligere nesciret, neque
unum mente reservare, & omnino addere nesciret, propterea neque multi-
plicare, nec ei quicquid artificium hoc proderit. Abacus autem noster est novem
notis inter se multiplicatis communis est omnium exemplorum & sola mente
custodiendus: quem qui comprehendere non poterit, is certe semihorula me-
ditationem & laborem ferre non poterit, & hoc tamen levissimo labore devora-
to, labor in reliquis omnibus postea nullus futurus sit. Probatio multiplicatio-
nis prima hic adhibetur per 9 & 7, ut antea, de qua iccirco idem quod antea ju-
dicandum, altera per divisionem: sic probatio duplicationis per dimidiationem:
At neque divisio neque dimidiatio dicta adhuc est. Hystorologia talis antea fuit
in demonstratione additionis per subtractionem & subtractionis per additio-
nem. Author algorithmi adhibet hic etiam 17 vel 18 p 7 elementorum. Sed om-
nia hæc artificia demonstrandi exempli est definitione protinus assumpti jam refu-
tata sunt à nobis. Quare multiplicationis ne quid in majore opere labores, ap-
probatio optima quæque fuerit singulares inductiones ad regulam revocando.

IN CAP. V. DE DIVISIONE.

Definitio divisionis in elementis nulla est, licet sæpe Euclides in propositio-
nibus & Theon in demonstrationibus utatur. Multiplicatio addit multipli-
candum quoties unitas in multiplicante continetur & habetur factus: termini
proportionis hic tres offeruntur unitas, multiplicans, & multiplicandus. Divisio
subducit divisorem à dividendo quoties in eo continetur & habetur quotus,
duo tantum termini proportionis hic exprimuntur, dividendus & divisor: di-
videndus

Q 3

videndus respondet facto, divisor multiplicando, quotus multiplicanti, analogiaque respondet, sed ἀνπαλίσ, ut in multiplicando termini essent 1. 3. 4. 12: in dividendo contrā, 12. 4. 3. 1. divisionis autē verbum generale est Euclidis & Theonī pro quacunque sectione in partes æquales vel inæquales, ut compositio pro quacunque amplificatione additionis vel multiplicationis. Sic διαιρέσις ἢ οὐκ ὁρίσιν opponuntur lib. 5. Verba autem μέτρον, μετρεῖν, μετρεῖσθαι sunt Euclidis & Theonī idem quod divisor, dividere, divisus, sed metaphora geometrica, & in arithmetica obscuriore & vulgo non intellecta ab arithmetica quibusdā magistris, qui non intelligentes quo verbo hæc species numerationis appellaretur in elementis παραβελλὶν divisionem dixerunt, sed id rarius & obscurius est superiore. Nicomachus παραβελτίον dicit, & πλάττειν τὴν παραβελλὶν latitudinē collationis, quā quotum dicimus. Euclidis etiam quidam locus ē lib. 6. huc referri potest, sed geometricus tropus obscurior, ut dixi, est illo superiore. Boëtius, Iordanus, Campanus metaphoram geometricam vitantes, in tropum insolentiorē incidērūt, dum verbum generale numerare pro speciali dividere dixerunt. Synecdoche enim hæc generis pro specie est insolentior, & durior quā est illa metaphora geometrica similis p simili. μερίσκειν & μερίσαν divisionē & dividere Hypsicii in scholio 15. libri elementorum, & Ptolemæo 9. cap. 1. cōstructionum, & Eutocio & recentioribus mathematicis verba sunt propria & usitata, quæ ideo sequemur, metaphoram geometricam Euclidis & Theonī synecdochen, licet arithmetica, tamen duram & cōfusionis causā vitabimus, speciem propriā speciali & proprio nomine appellabimus. Iordanus appellat quotum dividētia, sed quoti nomen est aptius. Euclidis sunt μέρος ἢ μέρος pars & partes. Pars est numerus minor meritiens maiorem, ait 3 d 7. Partes est numerus minor non meritiens maiorem, ait 4 d 7. Pars quota vulgō dicitur. Partes autem dicit Euclides partem quantā, quæ dicitur, propterea quod pars quanta non sit illa quidem quota pars unica, sed multæ. Accidit autem sæpe ut numero plurali quotæ partes dicendæ sint, & tum quantæ dici viderentur, quæ essent quotæ. Vitandæ igitur ambiguitatis gratia, præstaret partes quotas & quantas dicere: si quid tamē utilitatis ea res haberet. At hæc differentia partis & partium, seu partium quotarum & quantarum, tantum videtur inventa, gratia inanum quarundā Euclidis propositionū in quinto & septimo libris, in quibus pars & partes ad hanc differentiam nominat. At pars seu pars quota, si quid prodesse potest, potest in divisione per numerū multitudinis, ubi quotus est pars quota divisi, quæ nempe divisum numerum & fecerit & propterea dividat. Atque illic pars ipsa quota ex doctrina divisionis intelligitur: quantæ verō partis usum præter inanes illas propositiones nullum didici, nec aliud esse potest, quā ut scias non esse factorem, non esse divisorem. Quare partis & partium differentiam susulimus ex Arithmetica, ut inutilem. Sed tamen hæc una tam bella differentia partium quotarum & quantarū, partitioque in Euclide & Theone mirabiliter demonstrata ad 4 p 7. de qua dicitur suo tempore. In divisione jubent doctores artis, cum consideraveris quoties divisor subduci possit, & quotum habueris, tum multiplices quotum cum diviso re, &

re, & factum numerum à dividendo subducas. Quod verum quidem est, sed jam res acta rursus agitur. Nam cum consideras quoties subduci possit, & quid relinquatur, tum multiplicas & subducis, nec omnino alter quotus haberi potest. In magnis tamen exemplis oblivionis aut erroris metu tutius fuerit subtractiones jam factas multiplicatione quoti per divisorem colligere, & summas collectas à dividendo tollere. Atque ut antea reservatum est aliquid in additione, subtractione, multiplicatione: ita in divisione majus illud multiplicationis opus reservatur. Atque ut in multiplicatione antea propositus est abacus, sic in divisione paulo secus proponitur. Scribantur ordine novem notæ, & ad lavam divisor primo unitati opponatur, secundo duplicatus opponatur binario, tertio addatur duplicato, totus opponatur ternario, tum divisor addatur huic toti, totusque opponatur quaternario, & deinceps similiter, donec ad novenarium ventum sit, ut hic vides divisorem 54.

| | 5 | 4 | 1 |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 8 | 2 |
| 1 | 6 | 2 | 3 |
| 2 | 1 | 6 | 4 |
| 2 | 7 | 0 | 5 |
| 3 | 2 | 4 | 6 |
| 3 | 7 | 8 | 7 |
| 4 | 3 | 2 | 8 |
| 4 | 8 | 6 | 9 |

Per hunc divisorem si voles 78418 dividere, notabis, ut antea, numeros, & quotos ex abaco repetes. Nam quotus erit 4 novem notis, is cui respondebit in abaco dividendus, aut proxime minor, ut hic. Erit quotus 1, cui respondet in abaco proxime minor unitas, & manent 24, sic.

$$\begin{array}{r} 24 \\ 78 \quad 418 \quad (1 \\ 54 \end{array}$$

Deinde pars cognominis erit 4, quia 216 proxime minor dividendo ei respondet in abaco. Res igitur sic erit.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 24 \quad 8 \\ 78 \quad 4 \quad 18 \quad (14 \\ 54 \end{array}$$

Tertio

Tertio quotus erit 5, cum 270 proxime minor dividendo respondet, & reliqua sunt 11, sic.

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \\ 2 \quad 4 \quad 8 \\ 7 \quad 8 \quad 4 \quad 1 \quad 8 \quad (145 \\ 5 \quad 4 \end{array}$$

Quarto quotus erit 2, cum 108 proxime minor dividendo respondet, & reliqua sunt 10, sic.

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \\ 2 \quad 4 \quad 8 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\ 7 \quad 8 \quad 4 \quad 1 \quad 8 \quad (1452 \\ 5 \quad 4 \end{array}$$

Verum quoties divisor mutabitur, toties abacus mutandus erit, & ante divisionem totam peregeris quam abacum talem construxeris. Postremo rudis ille cui paratur hic abacus, causam quoti hic constituti nesciet. Quapropter ut in multiplicatione, sic in divisione abacum talem valere jubeamus. Docent quidam velut compendium divisionis prolixa & magna idem esse dividere dividendum per datum divisorem & dividere primo per factorem divisoris alterum, deinde quotum inventum dividere per factorem ejusdem dati divisoris reliquum: ut dividere 288 per 12, idem fuerit ac dividere primo per 2, & quotum 144 dividere per 6 reliquum factorem, quotus enim erit 24, qui fuisset, si 288 divisa primo essent per 12. Id, ubi magna divisionis prolixitas metuitur, profuturum censent: ut si dividendus proponatur 97407406521 per 789 cujus divisoris factores sunt 3 & 263. Itaque divide illum magnum numerum, primo per 3, deinde quotum 32469135507 divide per reliquum factorem 263, habebis quotum 123456789. qui fuisset in prima divisione, si magnus ille numerus esset primo divisus per datum divisorem 789, quod adjuventum non omnino repudio, cum inductionis sit, sed tamen quantum sit, usus ipse declarat, abacum illum additionis, subtractionis, multiplicationis communem etiam in divisione teneamus: hoc in arithmetice nihil locupletius aut divitius esse potest, imo nihil promptius atque expeditius. Quin etiam tria illa principia totius elementis arithmetice à Theone in demonstrationibus usurpata teneantur. Qui dividit partes, dividit totum, ut 2 dividit 4. 6. 14 constituentes totum 24: Ergo 2 dividit & totum 24, quod ex additione est. Item, Qui dividit totum & subtractum, dividit reliquum: ut 3 dividit totum 36 & 9 subtractum: Ergo dividit 27 reliquum, quod est subtractione est. Qui dividit factorem, dividit factum: ut 4 dividit 8 factorem ipsi us 48: Ergo dividet ipsum factum 48, quod est multiplicatione.

tiplicatione. Quinetiā licet hic quæstiones multiplicatiōis & divisiōis cōmunes
 agitare: ut quis numerus dividendus est in 5, ut quotus sit 7: multiplica 5 per
 7. factus 35 erit numerus quæsitus. Per quem numerum dividenda sunt 36,
 ut quotus sit 9: 36 diviſus per 9, exhibet 4 numerum quæsitum. Per quem nu-
 merum multiplicanda sunt 9, ut fiant 36: divide 36 per 9, habebis in quoto 4
 numerum quæsitum. Atque hæc in singulis notis meditatio abacum divisiōi
 singularem comparabit. Habet verò & divisiō suarum quoq; demonstratio-
 num ineptias per 9. per 7. per multiplicationem, habet per regulas algorithmi
 demonstrati omnium primas. Sed demonstratio per multiplicatiōē, quæ pro-
 ponitur absoluta divisiōis, valde simpliciter à magistris arithmeticis proponi-
 tur, tanquam divisiō non sit ipsa primo multiplicatiōis cum subductiōe me-
 ditatio, deinde memoria custoditæ tum multiplicatiōis, tum subductiōis re-
 petitio. Multiplicas igitur in qualibet inductiōe, & subducis meditando & in
 memoriæ custodia deponendo, ejusq; depositi velut prædes & sponsores habes
 diviso-rem & quorum: deinde ab iis sponso-rib. repetis depositam multiplicatiō-
 nem, unde facti subductio ante meditata restituitur: denique fides modicæ divi-
 sionis multiplicatiōe confirmatur. Itaque qui multiplicatiōem tandem rur-
 sus adhibet ad fidem totius divisiōis, non cogitans à se toties factum, quo-
 ties inductio iterata est, fallitur, si dubitatio sit de errore. Conferatur exemplum
 cū lege divisiōis. Ea enim demonstratio sola legitima: Analogia enim multipli-
 cationis & divisiōis alternè quidem responderat contrarium contrarii causſa
 esse non potest. Quare teneatur, quod antea monui, exemplorū examen ab ar-
 tis regula, per quam facta sint, repetendum esse, & quidem in singulis partibus
 ipsius inductiōis. Quod si commodum est in ulla alia numeratione, commo-
 dissimum est in divisiōe, neq; certius aut accuratius hic est quicquam quam
 unamquamque inductiōem repetere singulis in locis, & ad legem examinare,
 id experientia probabit. Alii probant duplici divisiōe per factores diviso-
 ris: ut si 24 diviseris per 12, quotus erit 2: at si sumptis 3 & 4 factores 12, diviserisque
 24 primo per 3, tum quotū 8 diviseris per 4, redibit 2 quotus primo inventus.
 Atque compendium illud est magnæ & prolixæ divisiōis, ut duabus exiguis
 divisiōibus quotus facilius inveniatur. Solent verò quæstiones omnis nume-
 rationis communes proponi, quibus discipulum oblectare non alienum fuerit.
 Nummorum, quos erogare tribus amicis velis, dimidium dederis primo & 2
 nummos, secundo reliqui dimidium & tres nummos, tertio reliqui dimidium
 & quatuor nummos, & unus tandem superſit, quot initio nummos habebas:
 Recurre gradatim ab ultimo ad primum: adde 1 reliqui ad 4, habes 5, & his du-
 plicatis 10. his adde 3 datos secundo ultra dimidium, habebis 13, & his dupli-
 catis 26, his rursus duos nūmos supra dimidium dato, primo adde, facies 28,
 & his duplicatis 56, summam primam: hic additionis & multiplicatiōis nu-
 meratio est, & de pluribus eadem ratio fuerit. Incidis in 3 latrones, primo num-
 morum, quos habes, dimidium tradis, & is commotus, 2 tibi reddit: secundo
 offers dimidium reliqui, hic liberalior 4 reddit: tertio demum reliqui dimidi-

R um

um donas a omnium liberalissimus, & restituit, & elapsus 12 habuisti, quot initio nummos habebas, & quot singulis dedisti? Tolle 6 restitutos à 12 reliquis multiis, in quib. nempe continentur, manet 6, quib. duplicatis fiunt 12: Ab his tolle 4 redditos, manent 8, quibus duplicatis fiunt 16, à quibus tolle 2 redditos à primo, manent 14, quibus duplicatis fiunt 28, summa nummorū, quos habebas initio. Porro de 28 da dimidium primo latroni, & reddat 2, retinet 12, de 16 reliquis da dimidiū secūdo & reddat 4, retinet 4 de 12, da dimidiū tertio & reddat 6, nihil retinet. Hic divisionis deductionis multiplicationis numeratio est, quæ de pluribus eadem fuerit. Quod si plus restitutum dicas quā datum sit, id ipsum etiā falsum, solutio declarabit: ut si dicas datum primo dimidiū, & restitutos 4, secūdo datū dimidiū & redditos 6, tertio datum dimidiū & redditos 8. Denique si dicam restare minus vel æquale reddito, aut omnino plus restitui quā datum sit, falsa quæstio erit. In sacculo tres communem aureorū summam habebant, sed suæ quicq. summæ ignari. At primus scit socios habere 150, secundus scit socios habere 240, tertius itē socios habere 326, tum congerantur aurei omnes in alienæ pecuniæ grandem acervum, quot aureos & universū & singuli repetent? Adde omnes numeros à singulis cognitos, totus erit 716, numerus hic pecuniā habebit à singulis cognitā, quæ summā universorum duplam continet. Quare dimidium 358, summa est quam universi repetent tum à 358 tolle 150, manent 208 summa primi: deinde iterum ē 358 tolle 240, manet 118 summa secūdi: deniq. à 356 tolle 326, manet 32, summa tertii. Hic divisio & subductio. Quod si de quatuor, quinque, aut pluribus quæstio sit, summa singulorū addita ter, quater, deniq. uno minus, universorū summā contineat, ideoq. per 3 aut 4 aut deinceps majore numerū dividenda esset. Sunt tibi tres conviæ, & ē 24 calculis da primo in manum 1, secundo 2, tertio 3, tum colloca propalā a, b, c, id est anulum, bullā, cyathū, & cū tu averfus fueris, singuli ex illis trib. reb. unā abscedant: deinde qui abscederit a, capiat ē reliquis calculis quot jā cepit: qui vero b, duplum capiat: qui c, quadruplū, tū reversus vide reliquos calculos, qui sunt vel 1 vel 2, vel 3 vel 5, vel 6 vel 7. Si reliquus fuerit 1, primus abscondit a, secundus b, tertius c. Si 2, primus abscondit b, secundus a, tertius c, reliquos modo ex tabella connexa intelliges.

| Residuum | Persona | Res | Residuum | Persona | Res |
|----------|---------|-----|----------|---------|-----|
| 1 | 1 | a | 5 | 1 | b |
| | 2 | b | | 2 | c |
| | 3 | c | | 3 | a |
| 2 | 1 | b | 6 | 1 | c |
| | 2 | a | | 2 | a |
| | 3 | c | | 3 | b |
| 3 | 1 | a | 7 | 1 | c |
| | 2 | c | | 2 | b |
| | 3 | b | | 3 | a |

Tres

Tres verò res occultæ sex tantum modis disiungi possunt, quorum nullo cōtingit ut 4 calculi relinquuntur. Convivarum unus repertum annulum gestat certi digiti, certo articulo, quaritur quis sit hic conviva, quoq; & digito & articulo annulum habeat. Primo rogo te (qui scis) ut notes personā aliquam, unde ceteræ numerentur: deinde sinistrorum pollex dextræ primus sit digitus, & pollex sinistræ ultimus, articulus vero unguis proximus, sit primus. Tum vero à prima persona incipiens tacitus, numera usque ad annulatam personam, eumque numerum deculpa, decuplo adde numerum digiti, totum rursus deculpa, & tandē adde numerū articuli, cumq; id tecū egeris, tātum sum mā mihi dicito, tū respondebo. Totius numeri prima nota significari personā, secundā digitū, tertiā articulū, ut à persona prima annulatus, sit quintus, digitus se primus, articulus tertius, 5 numerū annulati decuplatis & facies 50, adde 7 numerū digiti, tot⁹ erit 570, decuplatus erit 5700, adde 3 numerū digiti, tot⁹ erit 573, & prima nota personā significabit, secundā digitum, tertiā articulum. Si perultima figura sit 0, sūme 10 à prima pro secundā, ut in eodē exemplo. Si digitus sit decimus & articulus secundus, primo 5 decimus decuplatus facit 50, & 10 additis totus est 60, decuplus est 600, & addito 2 pro numero articuli, totus est tandē 602. Itaq; prima nota erit 5 cum detraxeris 10 pro secunda. Talis est ludus de Christianis & Sarracenis in eandem navim inclusis: qui versibus istis cōtinetur

Post quatuor, quinque da,
Post duos, unum colloca,
Tres numerabis,
Postea unum colloca.
Unum dic pariter
Et duo consequenter,
Duos post opponas
Et tres simul hic apponas,
Semel dic ante bis
Post duos, unum collocabis
Primi Christiani sunt, Sarraceni que secundi.

IN CAPITA RELIQUA PRIMI LIBRI.

Numeratio minus in elementis tractata est, quæ tamen & natura prior & ad usum potior erat, specialis magis est demonstrata & quidem curiositate valde sophistica: de numero impari & pari sunt elementa 19 in definitionibus septimi lib. 5: in propositionibus noni sunt 14. è quibus retinemus definitiones 4, propositionem unicam: de primis & compositis elementa 28: in definitionibus septimi libri 4, in propositionibus item septimi 24, quarum propositionum 7 tantum retinemus: de numero perfecto sunt elementa 2: in definitionibus septimi 1: in propositionibus noni 1: hinc nihil retinemus. Itaque ex elementis apud Euclidem 49 retinemus tantum 16: reliqua 33 omisimus, quia nullum earum usum ad bene numerandum necessarium perspeximus: id est nihil hic ad finem artis *ut ait* cognovimus: neque tamen pluribus hic persequimur, quia scholæ in Euclidem id sigillatim disceptabunt:

R 2

Impa-

Imparis & paris doctrinam eam tantum retinemus: cuius utilitas nobis apparuit: pariter par in Euclidis demonstrationibus adhibetur ad 28 p 10: ad 16 p 12. sic aliquando ab Archimede usurpatur. Sed in re militari egregium illud Aeliani fuit 8. cap. de numero pari, & cuius gratia theorema illud fuit retinendum. Primorum & compositorum arithmetica plenior est emolumenti, & iccirco tractata plenius à nobis: locus verò Platonis è quinto legum, siquis requiratur ita est, dum philosophus civitatem querelis & inimicitis vacuam meditatur. Quis igitur (ait) legitimæ distributionis modus? primum quidem æstimanda est quantitas numeri, quantum esse conveniat, deinde statuenda divisio civium in quot partes multitudine & quantitate sit facienda. Postremo agri & fundi quam maxima æqualitate partiendi. Quæ amplitudo verò idonea non aliter recte definietur, quam pro agrorum & vicinarum civitatum ratione: Ager verò tantus sit, ut temperatos & frugum habitatores alat, majore etenim opus nihil est: Populus autem tantus ut possit & vicinorum injurias propulsare, & vicinis ipsis injuria affectis opem non leviter afferre. His provisis atque exploratis, tum agrum, tum vicinos re ipsa pariter & oratione definieamus. Nunc igitur informationis descriptionisque gratia ut res concludatur, ad legislationem oratio descendat. Quinquies quidem milleni & quadraginta ad congruentis numeri speciem agricolæ ac defensores lege definiuntur, definitosque ager & possessiones iisdem partibus æquabiliter describuntur, ut viritum sortes & partes quotque congruant. Atque imprimis duas quidem in partes universus numerus dividendus est, deinde in tres, tum verò licet in quatuor & in quinque & ad decem usque continentur. Numeri verò peritum atque intelligentem hæcenus legumlatorem esse necesse est, ut judicet quis & qualis numerus civitatibus maxime sit accommodatus. Ajo verò esse qui plurimas & continuas divisiones suapte natura maximè complectitur. Nec enim omnis numerus omnes omnium partium sectiones capit: at quinquies millenorum & quadraginta numeris tum bello pacique, tum commerciis omnibus, tum communibus tributorum, largitionumque rationibus in divisiones, unde sexaginta dividi potest ab una quidem ad decem usque continuas. Ergo hæc Platonis oratio est de numero 5040. Additur huc tertia simplicis numeri differentia in numero imperfecto & perfecto à nobis præterita: imperfectus est cuius divisores sunt inæquales toti: estque redundans aut diminutus. Redundans cuius divisores sunt majores toto: in 12 divisores sunt 1. 2. 3. 4. 6. qui additi sunt 16. Hic numerus dicitur Nicomacho Briareus, Geryon, qui etiam impar esse potest, ut Jordanus docet 7 & 50 p 7, qualis nempe est 48045. Diminutus est cuius divisores sunt minores toto, ut 2 dividitur ab 1 sola præter ipsum sic 3. 5. Perfectus est numerus æqualis suis divisoribus, ut 6 æqualis 1. 2. 3 suis divisoribus. Adde enim 1. 2. 3 totus erit 6. Si è numeris continuè duplicatis ab unitate totus sit primus factus ab eo per ultimum erit perfectus 36 p 9, ut hic vides 1. 2. 3. 6, adde enim 1 & 2 totus 3 erit primus, & multiplicatus per 2 ultimum facit 6 perfectum solum intra decem. Sic 28 perfectus est intra centum, ut hic vides.

1. 2. 4.

1. 2. 4 | 7. 28.

Adde enim 1 & 2 & 4 totus erit 7, primus & multiplicatus per 4 ultimū ex additis facit 28 perfectum, cuius divisores habebis per generalem regulam. 1. 2. 4. 7. 14. Sic 496 perfectus est intra mille, ut hic vides.

1. 2. 4. 8. 16. | 31. 496.

Adde 1. 2. 4. 8. totus est 15 compositus, prateretur igitur: additis autē 1. 2. 4. 8. 16. totus est 31 primus: qui multiplicatus per 16 faciet 496. Cujus partes invenies, 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. Quas potes etiam invenire, si post totum primum continuē duplicentur, quot ante duplicati fuerant: quatuor enim duplicati sunt in hoc exemplo ante inventum primum, & totidem postea duplicantur: sic deinceps à 1000 ad 10000 perfectus 8128, nec singulis gradibus plures uno perfectos invenias: imò gradibus nonnullis nullos invenies: de quo liber est à Carolo Bovillo populari meo conscriptus. Sed hæc tertia est imperfecti & perfecti numeri differentia, quam unica & definitione & propositione perfecti numeri Euclides complexus est, nos prorsus omisimus: reliqui infinite amplificarunt: at hæc libenter in arithmetica recipiam, cum talis subtilitatis usum aliquem extra artem ipsam cognovero. Caterum subtilitas in arte non satis est nisi sit utilitati conjuncta. Si quis uspiam in rebus vel mathematicis vel physicis vel politicis & popularib. ullum usum extra scholam & artē animadvertat, adnotato. Atq; hæc de numeris integris arithmetica tum generalis, tum specialis fuit, cui de partibus arithmetica subjecimus, in qua si quis putet hyperologiam aliquam esse, quia comparationum in ratione & proportionē aliquid mentio fiat, præsertim in reductionib. cogitabit totam comparationis illius doctrinam esse logicam, & logico sensu contentam: neq; postea generalem illam & logicam doctrinam repetimus in sequentib. & inferioribus artib. In reductione autem & multiplicatione partium proportio duplex est, altera in numeris, altera in nominibus. Tota proportio in $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$ sic esset $1\frac{1}{4} : \frac{2}{3}$: ut enim 1 ad 3, sic 2 ad 6: Item ut 1 ad 4, sic 3 ad 12: quod est definitione multiplicationis est, ut enim 1 ad multiplicante, sic multiplicandum ad factum.

P> R A M I S C H O L A R V M A R I -
THMETICARUM LIBER QUINTUS IN
secundum librum Arithmetice.

IN CAPVT I.



Vperiore libro adnotavimus ea paucula, quæ arithmetice simplicium numerorum attingere videretur: major brevitās in posterū nobis erit, propterea quod ea quæ dici possint, dicentur in mathematicis elementis. Spreta autē hæc est comparationū doctrina à practicis arithmeticis, unica triū (ut appellatur) regula contentis: at rationū & proportionū doctrina etiā receditior illa quæ docetur in elementis, praxim istorū magistrorū totā continet. Itaq; subtiliter interpretati sumus. Comparationis

R 3

logica

logica totidem generibus in numeris reperitur, sicut in lineamentis & omni ente & non ente: nec aliter logica esset. Itaque logica illa communia non iteramus. de axiomatis autem æqualitatis & inæqualitatis differetur plenius ad primum librum elementorū. De numeratione rationum sumpta est arithmetica ē 5 d 6 elementorum Euclidis. Hic Proclus, Nicomachus, Eutocius multiplicant indices rationū seu nominatores pro terminis: ut pro $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$, id est pro dupla & tripla multiplicant 2 per 3, & accidit 6 nomen sextuplæ rationis, sed id prolixius est, & molestius, quærenda essent prius illa nomina divisione terminorum, & postea ē ratione nominis rursus quærendi termini: Eutocius ad 4. theo. 2. de sphaera reprehendit Arcadium, Pappum, Theonem, interpretes elementorum, quod definitionem Euclidæ compositionis nō demonstrarint, sed habuerint in principio: ipse verō demonstrat, ut demonstrat scholiastes græcus, sed tali demonstratione, quali demonstravit Apollonius, Quæ eidem æqualia: Verum multo maior hic quæstio est, utrum sit aliqua rationum additio & simplex & subductio. Plerique enim putant compositione rationū additionem ab Euclide definiti, & quidem duplici de causa. Prima est, quod compositionis verbum in elementis sit additionis: sic numerus definitur libro septimo *ἐκ μονάδων συνκείμενον πλῆθος* ex unitatibus composita multitudo, id est addita: sic libro quinto *σύνθεσις* compositio, id est additio dicitur: at idem verbum aliquando ab Euclide dicitur pro multiplicatione: sic septimo libro *σύνθεσις* compositus numerus factus multiplicatione, & sic quinta propositione octavi *συνκείμενον λόγος* composita ratio dicitur, quæ sit multiplicatione alternorum laterum, & sic in 5 d 6 quantitates in se ipsas multiplicatæ rationē componere dicuntur. Itaque prima hæc causa nulla est, cur potius hæc additio quàm multiplicatio intelligatur. Secunda causa est, quod Euclides aliā multiplicandarū rationū doctrinā tradidit 10 d 5 & postea, cum duplicare triplicare rationē dicit. Itaque si illa multiplicandarū rationū doctrina ab hac diversa sit, necesse videatur hanc nō esse multiplicandarū, sed addendarū rationū doctrinā. Sanē huic argumēto verē responderi posset 5 d 6 ab Euclide generalem multiplicandarū rationū doctrinā doceri, alias specialē, nēpe quadratā cubicam. Nā duplicare rationē est terminos rationis bis ponere, & ita multiplicare, triplicare ter ponere, & ita multiplicare. Sic ratio $\frac{1}{2}$ duplicata facit rationē $\frac{1}{4}$: sic eadem ratio $\frac{1}{2}$ triplicata facit rationē $\frac{1}{8}$. Sic enim sunt multiplicandi termini $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ ut satis patet 10 d 5. Quare si docuerit Euclides generalē multiplicandarū rationū doctrinā nō est alienū ab eo specialē ejus usum tradi: multiplicandi enim species sunt duplicare triplicare. Ad secundū autē argumētū addi potest ex autoritate scholii græci ad hanc definitionem appositā. At hinc scholiastes si tamē unus est, in prima parte facit multiplicationē quantitātū, per nominatores rationū. In fine autē secundæ partis ait: Si a composita ratione altera subducatur, alterā reliquū iri, nec dicit quomodo. Nā si simpliciter a 6 nominatore sextuplæ rationis subducatur 2 nominator duplæ, relinquetur 4 nominator quadruplæ, qui reliquus nō erat: cum esset 3 nominator triplæ rationis. Itaque ut sibi cōstaret, debuit dicere subductionē fieri divisione, quia additio fieret multiplicatione, sic divisio 6 per 2 quotus 3

tus ostenderet 3 nominatorē reliquæ rationis, attamē nominib. abuteretur. Quare hic interpres *αὐτὸς ὁ αὐτὸς* quidē appellat, at multiplicationē terminorū & divisionē re ipsa dicit. Quare hic incertus author nihilo certiores nos efficiet. Deniq; in totū cōcludā, talibus argumētis nō cōcluditur simplicē additionē rationū ab Euclide multiplicatiōe diversā definiti. Verūtamē potius animadvertēdū, quod cōtra disēntitur. Alexāder enim Achillinus & Volumnius, qui additionē rationū à multiplicatiōe separāt, magnū sentētiæ suæ argumētū videtur afferre ab experiētia & exēplo rerū naturalium, id est rerū numeratarum, ut equus (ajunt) vehat pōdus aliquod, cujus triplū vehere possit, alter vehat idē pōdus & quadruplū vehere possit, jam duo ad unū idē pondus cōjungantur equi, eorumnam virium ad pondus ratio erit sextupla, respondent authores hī, cujus sentētiæ fidē exēpla antiquorū cōfirmāt. Aristoteles enim Theone & Euclide antiquior pro Volumnio & Achillino facit, cū isto additionis genere tertio rhetorico videatur uti, dum Paanis quartū ē trib. brevibus & quatuor longa, rationē cōpositā esse docet ex rationibus tū dactyli longa una, & brevibus duab. cōstantis: tū lambi brevi & longa cōpositi, in quib. omnibus syllaba brevis unū tēpus, longa syllaba duo: Statuatur igitur termini horū pedū, dactyli & lambi per sua tēpora, dactylus rationē habebit æqualitatis 2 ad 2, vel ut Aristoteles loquitur 1 ad 1. lambi 2 ad 1. & sic erunt termini $\frac{1}{2}$ & additi erūt $\frac{1}{2}$, quæ sesquialtera ratio est, Paanis triū tēporū ē tribus brevib. ad 2 ex una longa. Atqui si multiplices vel quantitates harū rationū, vel indices rationū, habebis rationē 2 ad 1. Quāobrem certissimo argumēto jam cōcludi videatur, hic ab Euclide multiplicationē rationū doceri, à qua additio diversa est. Cardanus vir cū plerisq; aliis artib. tū mathematicis insignis istā controversiā cōponere voluit, & utrāq; opinionē verā putavit. Cum rationū duarū termini (ait) ad eundē terminū cōparātur, sit additio, sic $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$ faciunt 1, secus (ait) rationū cōpositio nō est nisi multiplicatio, ut hīc $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$ faciūt $\frac{1}{4}$, id est ut ipsemet ait rationē quadruplā. Attamē id etiā attētius spectandū fuerit: possunt enim hæ rationes duæ $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$ ad eundē comitē redigi: sic $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$ tū additæ facient rationē $\frac{1}{2}$ diversā ab illa ratione quadrupla per multiplicatiōē cōposita. Addit præterea Cardanus causā erroris esse, quod Euclides in proposito nō assūmit duas rationes, sed tantū unā, duas cōtinētē in virtute duorū terminorū. Et Cardanus Alcindū hujus interpretationis authorē adhibet. Alexāder verō & Volumnius, ut idē Cardanus ait, assūmūt tres terminos, & ita duas rationes. Verūtamē Euclidis verba diligētius hīc spectāda sunt, cū Euclides sic loquitur § 6. Ratio ex rationib. cōponi dicitur, cū rationū quātitates in seipsas multiplicatæ faciūt aliquā rationē. Hic enim Euclides apertē & manifestē nō rationē unā, sed plures statuit, unde multiplicatis in seipsas quātitatibus quātitates aliquæ proindeq; ratio aliqua cōponatur. Quāobrem vellē Cardano libuisset alioqui diligētissimo, tamē paulo diligētius hāc controversiā disceptare. Nec enim dubito quin pro singulari doctrina qua præditus est, verū explicaturus fuerit. Quid igitur tādē in re tā incerta & cōfusa sequamur? Certū (inquā) disciplinarū usum, quæ quod animadvertere potuerim, aliā cōpositionē rationū non ha-

non habent, quàm quæ sit terminorum multiplicatione, nec aliam subductionem, quàm quæ sit terminorum divisione. Quin à Ptolemæo divisio ipsa interdum appellatur subductio, & exempla Alexandri & Volumni sunt rerum non rationum, nec Aristoteles satis accuratè illo in loco philosophari & loqui videatur. Quapropter intelligamus numerorum, qui omnes inter se rationales sunt, esse additionem, multiplicationem subductionem, divisionem distinctas & diversas: rationum solam additionem & subductionem, quæ etiam fiant terminorum rationalium multiplicatione & divisione: longius autem si progrediare ad proportionem nullam prorsus neque additionis, neque multiplicationis, neque subductionis, neque divisionis numerationem invenies.

IN CAPVT II.

Genera verò rationis generumque species subtilius exequuti sumus ex Nicomacho de nostro ordine: Tametsi de iis nullum esset in Euclidis elementis verbum, præter definitiões tres multiplicis, partis, partiũ. Ratio prima & cõfuncta nobis est idẽ quod simplex & multiplex: sed simplex, prius & multiplex dicitur. In qua etiam nulla sit rerum repugnantia: tamen verborum quandam velut *ἀντίπασι* vitare maluimus. Exercuit verò Nicomachus Pythagoream quãdam & Platonicam philosophiam in tota rationum doctrina iucundam magis quàm necessariam, dum singulorum inventiones studiosè persequitur. Totus est in generis numerorum ad bene numerandum inutili & supervacua. *Superbiparticularis*. Primũ genus simplicis rationis *ἐπιμέριον* est græcis, à Boëtio cõversum est superparticulare, species eius magis latine sunt ulitata sesquialterũ, sesquiterciũ, sesquiquartum, & ita deinceps, ipsumque sesqui totum & dimidiũ, vel majus dimidio, plerisque in rebus usurpatur. Ita fit dactylus æqualis, duplus jambus, sesquipæan ait in oratore Cicero: sed in cõpositione sapius, ut sesqui hora, sesqui mēsis, sesqui modius, sesqui opera: habet verò & hæc species, & deinceps reliquæ manifestam illam à partiũ doctrina differentiã, quod partes in quoto non sunt unitatis, quales in dividendo fuerunt, sed consequētis sunt partes. Nicomachus autem hic ortum *ἐπιμέριον* instituit, sesquialteri habent antecessores omnes triplices à ternario, consequentes à binario pares, ut hic.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10
3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27. 30
2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20

Sesquitercium habent duces à quaternario quadruples, comites à ternario triples, ut hic.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8
4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32
3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24

Sed Nicomachus hic omnibus elegans illud, & eximium imprimis adjunctum admiratur, quod primæ radices & minimæ superparticularium vicinæ sint & contiguæ: secundæ differunt uno numero, tertiæ duobus, quæ tribus, & sic deinceps:

deinceps: Atque hæc elegantia illi singularis est, deinde ut doceat in tabula Pythagorea rationem multiplicem antiquiorem esse superparticulari, & cæteris generibus, quod tamen falsum est, rationū longum sermonē conficit, ubi tantum de multiplici agit & superparticulari, deniq; digreditur in admirationem quadratorum & alterolongorum in tabula reperorum. Itaque quæstionem obliviscitur, & res alias agit, has doctrinæ delicias ad bene numerandum inutiles non sequimur. *Superpartiens*. Hoc genus est græcis *ἐπιμερὴς λόγος*, species *ἐπιδιμερὴς*, *ἐπιτριμερὴς*, & c. Est verò in hac altera specie simplici infinitas non tantum generum, ut antea, sed generis cuiusque alia infinitas alia sumpta ē nomine partium ut superbipartiens tertias, quintas, supertripartiens quintas, superquadrupartiens quintas, septimas, in quo tamē non est continuatio nominum, secundum naturalem numerorum seriem, neque enim est ulla ratio superpartiens, ubi non men partium possit à numero dividi, ut si diceretur ratio $1\frac{1}{4} : 1\frac{1}{2}$ id est superbipartiens quartas, superbipartiens sextas. Hæ namque rationes reductis terminis sunt $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3}$, sic $1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4}$, & similes sunt superparticulares, quod Boetius ē Nicomacho docet postea ad caput 26. Inventionem autem terminorum, generis cuiusque superpartientium Nicomachus docet multiplicatione per 2 in primo genere, per 3 in secundo, & sic deinceps: ut si dederis 5 ad 3 rationem superbipartientem tertias, facies hunc modum $\frac{5}{3}$. In secundo sic $\frac{7}{4} : 1\frac{1}{2}$, & ita deinceps. at idem fieret multiplicatione cuiusque numeri per 17 & 18 p. 7. De duplici autem appellatione Nicomachus ita præcipit. Considerandum verò cum due partes in maiore supra totum minorem fuerint, tertium subaudiri, cum tres, quartum, cum quatuor, quintum, cum quinque, sextum, & sic deinceps similiter progressus secundum nomen. Talis est superbiterius, superbiquartus, superquadrinquintus, tum superquintisextus, & similiter in reliquis. Verba græca Nicomachi in fine mendosa sunt, sed sensus ita est. Boetius autem locum hunc interpretatus est hoc modo: In hoc quoque videndum est, quoniam cum duæ partes minore plus in maioribus sunt, tertii semper vocabulum subauditur: ut superbipartiens qui dicitur: quoniam duas minoris numeri tertias partes habet, dicatur superbipartiens tertias. Et cum dico supertripartiens, subaudiri necesse sit supertripartiens quartas, quoniam tribus super quartis exuperat. Et superquadrupartienti subauditur superquadrupartiens quintas, & ad eundem modum in cæteris: uno semper adjecto super habitas partes subauditio facienda est, ut eorum germana convenientiaque his nomina hæc sint, ut qui dicitur superbipartiens, idem dicatur superbiterius: qui dicitur supertripartiens, is sit supertriartus: & qui dicitur superquadrupartiens, idem dicatur superquadrinquintus, eademque similitudine usq; in infinitum nomina producantur. Hæc Boetius, ubi de exemplis Nicomachi verba sunt, quæ dicit de omnibus in universum vera non sunt. Nā superbipartiens potest dici non solum tertias, sed quintas, septimas, nonas, ut 7 ad 5, 11 ad 9, item supertripartiens non solum quartas dici potest, sed quintas, septimas, decimas, ut 8 ad 5, 10 ad 7, 13 ad 10, & sic in generibus aliis. *Multiplex*. Hæc primi generis species posterior est utraque superio-

S re. Po

re. Posterius enim est multiplicitum esse, quam superparticulare aut superpartiens: Nicomachus autem multiplicum ortum reperit in hac naturali serie 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. Primo enim partes continui sunt dupli, deinceps ab unitate parium & imparium: ut 2 est duplus ad 1: 4 ad 2: 8 ad 4: & sic deinceps infiniti, dupli: 3 est triplus ad 1: 6 ad 2: 9 ad 3: sic deinceps duobus intermissis: 4 est quadruplus ad 1: 8 ad 2: & sic deinceps tribus intermissis omnes: 5 est quintuplus ad 1: 10 ad 2: & sic deinceps intermissis quatuor reliqui. Dupli autem quadrupli, octupli sunt tantum pares. Tripli, quintupli alterni. *Coniuncta*. Duo genera rationum reliqua sunt composita ex primis multiplici & superparticulari: multiplici & superpartiente, in cuius utriusque inventionibus diligentiam eandem adhibet Nicomachus. Primo in naturali serie a 2 comites in serie imparium, a 5 duces reperit cuiusque generis multiplicium superparticularium hoc modo.

5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23.
2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11.

Deinde separatim singulorum generum, ut quoti deinceps indicant.

| | | | | | | |
|-----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $2\frac{1}{2}$ duces diffe. | 5. | 10. | 15. | 20. | 25. | 30. |
| Comites pares | 2. | 4. | 6. | 8. | 10. | 12. |
| $2\frac{1}{3}$ duces diffe. | 7. | 14. | 21. | 28. | 35. | 42. |
| Comites diffe. | 3. | 6. | 9. | 12. | 15. | 18. |
| $2\frac{1}{4}$ duces diffe. | 9. | 18. | 27. | 36. | 45. | 54. |
| Comites diffe. | 4. | 8. | 12. | 16. | 20. | 24. |
| $3\frac{1}{2}$ duces diffe. | 7. | 7. | 14. | 21. | 28. | |
| Comites pares. | 2. | 4. | 6. | 8. | | |
| $3\frac{1}{3}$ duces diffe. | 10. | 10. | 20. | 30. | 40. | |
| Comites diffe. | 3. | 3. | 6. | 9. | 12. | |

Atque hæc inventio est multiplicis superparticularis. Multiplicis autem superpartientis inventio nulla speciatim à Nicomacho facta est, hæc verò tam variæ tamque multiplices terminorum rationalium inventiones usum arithmeticum proorsus nullum habent. Duæ viæ illæ generales inveniendi rationem ex datis terminis, inveniendi terminos ex data ratione, totam de rationibus utilitatem continent. Tota hæc subtilitas *per se* qualis fuit in paribus, imparibus, perfectis, imperfectis arithmetice artis impedimenta tantum continet. Quare omnes istas inventiones ex arithmetica arte sustulimus. Nicomachus verò post expositam rationum doctrinam duo prolixa capita consumit in Pythagorea contemplatione, qua rationes omnes inæqualitatis ab æqualitatis ratione deducuntur, & ad eam reducuntur, summas comprehendamus, deductionis regula primum sicerit.

Si datis tribus terminis tres alios æquaris primum primo, secundum primo & secundo, tertium primo & tertio, & duplici secundo, facies ex æqualibus duos,

plos, eademque via de duplis triplos, de triplis quadriplos, & sic deinceps in-
finite hoc modo.

| | | |
|---|---|----|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 4 |
| 1 | 3 | 9 |
| 1 | 4 | 16 |

Ac de his ordine conversis eadem via fient superparticulares sesquialteri de
duplis, sesquitercii de triplis, & sic deinceps, sic.

| | | |
|---|----|----|
| 4 | 2 | 1 |
| 4 | 6 | 9 |
| 9 | 3 | 1 |
| 9 | 12 | 16 |

Contrā ē conversis superparticularibus similiter fiunt superpartientes hoc
modo, ē sesquialteris superbipartientes, ē sesquiterciis supertripartientes sic.

| | | |
|----|----|----|
| 9 | 6 | 4 |
| 9 | 15 | 25 |
| 16 | 12 | 9 |
| 16 | 28 | 49 |

E' directis superparticularibus sesquialteris fit multiplex superparticularis
dupla sesquialtera.

| | | |
|---|----|----|
| 4 | 6 | 9 |
| 4 | 10 | 25 |

Sic ē directis sesquiterciis fiet dupla sesquitercia.

| | | |
|---|----|----|
| 9 | 12 | 16 |
| 9 | 21 | 49 |

Sic ē superpartientibus directis superbitertiis nascentur multiplices dupli
superbipartientes tertias.

| | | |
|---|----|----|
| 9 | 15 | 25 |
| 9 | 24 | 64 |

Sic ē superpartientibus supertriquartis fiet multiplices dupli supertriquarti.

| | | |
|----|----|-----|
| 16 | 28 | 49 |
| 16 | 44 | 121 |

Hæc deductio est ab æqualitate, sequitur brevior ad æqualitatem deductio.

S 2 Si datus

Si datis tribus continuis ejusdem rationis terminis, primus statuatur primo loco, differentia primi ad secundum, secundo differentia primi & secundi reliqui duplicis ad tertium, tertio termini rationis prioris, tandemque æqualitatis restituentur, ut.

| | | |
|---|----|-----|
| 8 | 32 | 128 |
| 8 | 24 | 72 |
| 8 | 16 | 32 |
| 8 | 8 | 8 |

Hæc contemplatio Nicomacho elegantissima videtur, & quidē thelogiam Pythagoream quandam continet dei primi rerum authoris, unde bona omnia sed inæqualiter imperfecta oriuntur, & quo eadem referuntur. Sed sine contemplationibus his otiosis & inertibus thelogia vel ē solidis artium mathematicarum & utilibus documentis sanctior habeatur, contemplanda divinorū operum sapientia in numero, mensura, pondere. Quare totum hoc mathematicum genus non inutile solum, sed plane nugatorium à seriis mathematicum præceptis amandetur.

IN CAPITA RELIQUA.

Logicas datæ proportionis differentias inversæ, alternæ, disjunctæ, continuæ in præceptis arithmetice non ponimus, quæ jam posita sunt in logicis. Genera autem proportionis duo tantum institimus, quia hæc solâ simplicia & mathematica sunt. Nicomachus fecit decem, Jordanus addidit undecimam: sed de his omnibus authores sui legantur. Proportionis arithmetice doctrina est in Nicomacho: in Euclidis autem elementis prorsus nulla, quamvis usus sit Euclides aliquando ut alternæ ad 79 p 10. Illic enim & Theon, & Campanus proportionem arithmetica utuntur: In proprietatibus autem arithmetice proportionis requirimus terminos quantitate medios, secus, ut mox apparebit, proprietates illæ improprie essent. Proportionis arithmetice disjunctæ proprietas duplex est. Primæ ratio quædam subductis differentiis æqualibus, posteaque additis posset ex illo theoremate deduci. Si æqualibus æqualia addantur, tota erunt æqualia. Sed malo proprietatem ex sese notam & manifestam sumere, & exemplis tantum inducere. Secundæ proprietatis inventionem sibi Nicomachus attribuit, eamque appellat elegantissimam, & est sane: Ejus usus est apud Archimædem ad 9 th. 2. de sphæ. Illic enim Eutocius adhibet hoc theorema, & demonstrat per 5 p 2. Si numerus fuerit sectus magis & minus inæqualiter oblongum, minus inæqualium est majus oblongo magis inæqualiū. At hoc theorema speciale est, & potest ex hoc nostro videri deductum. Quoties enim numerus idem bis dissimiliter secatur, semper fiunt termini quatuor arithmetice proportionales. Itaque non tantum constat factum mediis esse majorem, sed tanto majorem esse. Termini tamen hic quantitate medii sumendi sunt: nec enim conveniet exemplum 12. 8. 16. 12. quamvis differentie sint eadē: nec idem conveniet exemplum

plum 12. 8. 12. 16. Ergo theorema nostrum plenius & uberius est: ejus tamen causam nullam requiro, sicut neque illius antea requisivi, postulo tanquam proprietatem catholicam, & indemonstrabilem. Hinc proprietates duæ sequentes assumuntur in continuis & concluduntur. Tertia enim primam, quarta secundam sequitur. Hanc consecutionis logicam Nicomachus non intellexit, quia speciales regulas proposuit. Addit Nicomachus & quintam differentiam. Quod differentia sint ad differentias, ut singuli termini ad se ipsos, id est ut æquale ad æquale: quod novi nihil est. Id enim definitione proportionis arithmetice continetur. Progressionis arithmetice proprietates quinque vulgò traduntur. Tres primas omisimus, quia nullam earum utilitatem videremus, prima est. Si tollatur primus terminus ab ultimo, reliquique dividatur per numerum terminorum unitate minutum, quotus erit differentia: ut dato numero terminorum 5: datisque progressionis extremis 2 & 10, tollo 2 à 10, reliquusque 8 dividatur per 4 minorem unitate, quam 5 est numerus terminorum, quotus erit 2 differentia. Secunda est. Si tollatur primus ab ultimo, & reliquus dividatur per differentiam, quotus unitate divisus erit numerus terminorum: ut in eodem exemplo tollo 2 à 10, reliquus 8 divisus per 2 differentiam dabit quotum 4, qui auctus unitate erit 5 numerus terminorum. Tertia est. Si tollatur unitas à numero terminorum, & à reliquo factus per differentiam tollatur ab ultimo, reliquus erit primus terminus: ut esto differentia 2 numerus terminorum. Nam tollatur unitas à 5, reliquusque 4 multiplicet 2 differentiam, factus 8 sublatu à 10 ultimo relinquet 2 primum. Has tres inventiones omisimus, quia, ut dixi, notam & illustrem utilitatem nullam habent, instruximus quartam & quintam propter utilitatem manifestam. Quatuor autem primæ per analysim sunt factæ. Nam qui genesis contrariam considerabit, intelliget analyseos causam. Itaque in prima proprietate primus tollitur ab ultimo, & reliquus factus à differentia per numerum terminorum unitate minutum habeatur. Itaque dato facto, & facto re altero, reliquus habetur divisione. Eademque ratio est in secunda proprietate. In tertia autem & quarta proprietate analysis apertior est. Dantur enim factores, unde factus habetur, ejus subtractione vel additione, habetur primus & ultimus. Quintæ proprietatis causa alia est, è secunda nempe proprietate proportionis disjunctæ: ut in quatuor terminis facilius est intueri. Nam cum medius uterque sit æqualis extremo simul utrique, ut summa habeatur, duplicetur summa extremorum additorum, id est multiplicetur per dimidium numeri terminorum, idem erit in quamlibet magna summa, propterea quod bini extremi & medii sunt æquales. Proportionis geometricæ tantus usus est in omnibus rebus, ut hæc sola proportio doceatur in elementis. Exempla proportionis innumerabilia sunt, quæ varium quoddam ingenii acumen perpetuo requirant. Ex infinitis igitur illustria selegimus & digestimus, quibus ad reliqua generis ejusdem discipulus arithmetice exerceatur. Quæstiones autem capitum sequentium sunt è variis authoribus collectæ: quædam etiam è grecis epigrammatis assumptæ: ut illud de statua Palladis, & armentis Herculis, quæ ad verbum, ut

deinceps reliqua convertimus. Sic autem sunt.

Πάλλας ἐγὼ τιλίσθω σφυρίλατος, αὐτὰρ ἰ χρυσὸς
 Αἰζηῶν πέλειται, δῶρορ ἀνιλοπολῶν,
 ἡμισυ μὲν χρυσοῖο χαρίσιος, ὀγδοατὴν δὲ
 Θέσπιος, καὶ δεικνύτηρ μοῖραρ ἐβηκε Σέλωρ,
 αὐτὰρ ἐκνέστηρ Θεμισωρ, τὰ δὲ λοιπὰ τάλαντα,
 ἔννεα, νῦν τέχνη δῶρορ ἀριστοδίνω.

Pallas ego sum malleata, sed aurum

Iuvenum est, donum poetarum,

Dimidium quidem auri Charisius, octavam autem

Thespis, & decimam partem posuit Solon,

Sed vigessimam Themison, reliqua verò talenta

Novem, & ars donum Aristodici.

αὐγέην ἐρέεινε μέγα δένος Αλκείδω
 πλεθὺν βοῦκολίων διζήμενος, ὅς δὲ ἀπὸ πᾶσιν
 ἄμφω μὲν Αλφειοῖο ποτὸς φίλος, ἡμισυ τῶν δὲ
 Μοῖραρ δ' ὀγδοατὴν ἔχθωρ χρῶν ἀμφινέμονται,
 Δωδεκάτην δ' ἀπένευθε ταραξίπποιο παρ' ἔρου,
 ἄμφω δ' ἄρ' ἥλιε θεὰ διὰρ ἐαινοσὴν νεμέθοντα
 αὐτὰρ ἐν Ἀρκαδίῃ τρηνοσὴν προλέλοιπα
 λοιπὰς δὲ ἀνδρὸσσις ἀγέλας, τὸ δὲ πεντήκοντα.

Augeam interrogavit magna virtus Alcida

Multitudinem armentorum quærens, ipse verò respondit,

Circa quidem Alpei fluvium, amice, dimidium quidem horum,

Pars autem octava collem Saturni circumpascuntur,

Duodecima autem secessit Taraxippi ad montem,

Circa verò Elidem divinam vigesima pascuntur,

Verum in Arcadia tricesimam reliqui,

Reliquos autem videbis greges hic quinquaginta.

Paulo dissimiliter solvitur græci item epigrammatis illa quaestio fratrum Zethi & Amphionis, matrisque Antiopes.

ἄμφω μὲν ἡμεῖς εἴκοσι μνᾶς ἔλκεμεν
 Ζῆθος τὲ χ' ὁ ξυνοικίος, ἡν δὲ μὲν λάβω
 Τρίτον, τὸ τέταρτον τε τὴν δ' ἄμφιόνος
 ὅξ' παύτ' ἀνευρῶν μητρὸς εὐρήσεις σταθμῶν.

Ambo quidem nos viginti minas trahimus

Zethusque & germanus. At si de meo sumpseris,

Tertiam & quartam Amphionis,

Sex omnia inveniens, matris invenies pondus.

Primum simul utriusque quaesiti numeri id est 20, cape $\frac{1}{4}$, quæ nēpe sit unius
 & alterius quaesiti $\frac{1}{4}$ communis, ea erit 5:6 autem matris numerus continet hanc
 communem $\frac{1}{4}$ & præterea unū id est $\frac{1}{12}$ primi quaesiti numeri, ut perspicies tol-
 lendo

fendo $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$, unde proportio de primo quaesito numero concludetur, $\frac{1}{12}$ valet 1, ergo 1 id est totus valet 12. Hic numerus est Zethi, quo de 20 sublato, manet 8 numerus Amphionis. Nam $\frac{1}{3}$ de 12, item $\frac{1}{4}$ de 8 sunt 4 & 2, & simuliterque 6 numerus Antiope. Idem vero concludi potest, fumendo primum ejusdem totius 20 $\frac{1}{3}$ id est 6 & $\frac{2}{3}$: 6 enim superatur ab eo $\frac{2}{3}$ id est $\frac{1}{12}$ secundi quaesiti: cujus $\frac{1}{4}$ quaeritur: unde concludetur, $\frac{1}{12}$ valet $\frac{2}{3}$, ergo 1 valet $\frac{2}{3}$ id est 8. Hic numerus est Amphionis, quo de 20 sublato restat 12 numerus Zethi: sed tamen quaestio per Algebram melius explicaretur. Est in epigrammatis graecis de tubis fontis simile.

Χαλκίος εἰμι λέων, ηρώων δὲ μοι ὄμματα δοῖα
καὶ σόμα σὺν δὲ θέναρ' ἀξίτεροιο ποσὶδος,
πλήθει δὲ κρατῆρα δὴ ἥμασι δέξιον ὄμμα
καὶ λαῖον τρισσὶς, καὶ πούριον θέναρ'
ἄριον ἐξ ὥρας πλῆται σόμα, ἐν δὲ ἄμα πάντα
καὶ σόμα καὶ γλῶσσαι, καὶ θέναρ, εἰπὲ πόσον?

Aeneus sum leo, tubuli autem mihi oculi duo
Et os cum palma dextri pedis,
Implet autem craterem duobus diebus dexter oculus
Et sinister tribus, & quatuor palma
Sufficiens sex horis implere os, in simul autem omnia
Et os & oculi, & dic quantum?

Cape hic ut antea, antecedentes proportionibus; invenies impleri 1 hora $\frac{1}{12}$ laeus, unde concludes totum impleri $\frac{1}{12}$ vel $\frac{2}{3}$ id est 48 minutis unius horae. Labet porro addere & epigramma graecum aliud, quod tamen facilius per algebram expediri possit poterit etiam per numeros absolutos. Est autem sic.

ἡμίονος καὶ ὄνος φερόνται ὄνον ἰβάνον,
αὐτὰρ ὄνος στενάζειν ἐπ' ἄχθει φέρτερον εὖος,
τὴν δὲ βαρυστενάζουσαν ἰδὼς ἐξέειπεν ἐνείνῃ,
Μῆτερ, τίη πλάσας' ὀλοφύρειαι ὅτε πούρη,
εἰ μέτρον ἐν μοι δοῖς, διπλασίον σέθεν, ἦρα,
εἰ δὲ ἐν ἀντιπλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξας,

Εἰπὲ τὸ μέτρον, ἄριστος γεμετρίως ἐνπλήσας,
Ἀσῖνα & ἀσέλλα φερέντες vinum ibant,
Sed asina ingemiscebat praefata sarcina oneris sui,
Hanc vero graviter ingemiscentem conspiciens interrogavit illa,
Mater: quid moerens lamentaris seu puella?
Si mensuram unam mihi dederis, duplum tui tulero.
At si unam vicissim ceperis, omnino aequalitatem servabis.
Dic mensuram optime geometriae doctor.

Esto numerus asinae, 1 numerus, addaturque 1 ab asella erit 1 numerus 12. Itaque $\frac{1}{12}$ est numero asinae, & $\frac{1}{12}$ unitatis relinquitur asella: reddatur autem asella sua unitas, habebit illa $\frac{1}{12}$ est numero asinae, & $\frac{1}{12}$ suae unitatis. Iam id est asina detrahente 1, & idem asella addere, & 2 addere asella, & nihil detrahente asina: addigitur 2.

afellæ. jam $\frac{1}{2}$ é numero asinæ & $3\frac{1}{2}$ é numero asellæ, æquantur asinæ numero: dimidius autem $3\frac{1}{2}$: ergo totus $\frac{1}{2}$ & $3\frac{1}{2}$ est numerus asinæ: huic adde 1, totus erit 8 duplus ad 4 reliquum numerum asellæ, cui redde 1 ablatum, totus erit 5 numerus asellæ initio propositus. Idem invenies si ab asella incipias. Esto igitur pro numero asellæ 1 numerus: addatur ei 1 é numero asinæ habebit 1 numerum & 1, tantumque restat asinæ, nempe 1 numerus & 1: redde asinæ suam 1, habebit 1 numerum & 2. jam idem sit detrahere asellæ 1, & addere idem asinæ: ac nihil detrahere asellæ & 3 addere asinæ, ut constet in 6 & 9, ut alter alterius duplus sit: additur igitur 3 asinæ, habebit 1 é numero asellæ & 5, qui totus est duplus ad asellæ numerum: dimidius autem est 5, qui numerus asellæ initio fuit.

DE REGULA FALSI.

Ad ejusmodi quæstiones quidam afferunt regulam falsi, quæ divinationis cujusdam similis est, ut tres habuere singuli nummos, sed casu unâ confusos, bini tamen summas suas norunt primus & secundus 50, secundus & tertius 70, tertius & primus 60. Quæritur summa singulorum quæ fuerit. Conjecto primi aureos fuisse 20. Relinquantur secundo 30, & tertio 40, reliqui nempe é 70. Hæc conjectura fors apte ceciderit: neque falsi hypothelisis est in eo, & quæstio ista, jam ante à nobis non conjectando, & divinando, sed arithmetice ratiocinando explicata est. At si falsa conjectura sit, notetur excessus cum signo plus sic +, vel defectus cum signo minus —: factique à falsis per alternas differentias adscribantur. Hic signa similia sunt, aut dissimilia. Si similia tollantur, minor factus à majore, & reliquus dividatur per reliquum differentie majoris supra minorem, quotus erit quæsitus, ut aspiciens quidam alterius loculos (inquit) videris mihi habere aureos 100. Minime (inquit alter) sed si addideris $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ & 1 habeo 100. Quæritur igitur quot aureos habuerit. Conjectatur primum fuisse 12, ad quæ propositis additis id est 6. 4. 3. 1. totus 26 à 100 deficiet 74. Hic defectus notetur cum signo —. Tum verò duplicato falsam hypothelisin & 24 conjecto, ad quæ propositis additis id est 12. 6. 8. 1. totus 51 à 100 deficiet 49. Hic item defectus notetur cum signo —, jam sequere arithmeticam falsi, exemplū totum sit

$$12 - 74$$

$$24 - 49$$

$$1774$$

$$588$$

$$\frac{1774}{588} = 47\frac{1}{3} \text{ quæsitus: } \frac{1}{2} \text{ est } 23\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \text{ est } 15\frac{1}{3}, 1 \text{ est } 11\frac{1}{3}$$

Quibus omnibus additis & 1, totus est 100. At si dissimilia signa sint, totus é differentitis & factis dividatur per totum é differentitis, quotus erit quæsitus: ut in exemplo asinæ & asellæ. Conjecto pro numero asellæ esse 3, addito 1, totus erit 4: pondus igitur asinæ matris erit 5: at si é 3 numero asellæ 1 addideris ad 5, totus

totus 6 esset, non duplus reliqui 2, sed triplus. Conjectura itaque prima superat 2. Adnotetur igitur cum signo †. Tum verò divinato asellæ numerum fuisse 6, duplum antea falso conjecti 3: 1 assumpto totus erit 7. Itaque numerus matris erat 8: at si 1 ad 8 addatur, totus 9 non est duplus reliqui 5, sed 1 deficit: adnotetur igitur & hæc falsa hypothesis altera. Denique artem falsi exequere, totum exemplum sic erit,

$$\begin{array}{r}
 3 \quad \dagger \quad 2 \\
 6 \text{ --- } 1 \\
 \hline
 3 \\
 12 \\
 \hline
 15 \quad (5. \\
 3
 \end{array}$$

Et 5 erit numerus asellæ, cui si unitas addatur detracta numero matris, totus erit 6: numerus itaque matris erit 7. Atque hæc ars est falsi conficta ab arithmetico aliquo, logicorum Aristotelis dogmatum videlicet æmulo: ut enim Aristoteles in logica docuit ex falsis verum syllogismo posse concludi, sic in arithmetica Arithmetica hujus inventor invenit quomodo ex falsis verum colligeretur. Sed generis hujus exempla quæ per falsas hypotheses explicantur, per arithmeticam veram possunt explicari: & quicquid hic est, præterea ex algebra est: de qua dicitur suo tempore.

P> RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIB. 6. IN DEFINITIONES primi libri Euclidei.



Libri quartus & quintus mathematicarum scholarum in nostram arithmetica adhuc fuerunt, reliqui libri erunt in elementorum Euclidis & Hypsicles libros, sed pro subiecto argumento dissimiliter amplificati vel contracti: sextus itaque erit in definitiones primi libri. Geometria igitur definita nobis est ars bene metiendi, qua generali significatione à Platone definitur 7 de rep. *μετρήναι μήκος ὡς ἐν τῇ ἐκείνῃ, ὡς ἐν τῇ βάσει*, tanquam diceret mensurativa longitudinis & planicie, & altitudinis. Sed veritas ista commodissime dijudicari potest inductione *συναγωγῇ* & institutionis geometricæ, si à primo geometricorum librorum elemento ad ultimum subducas. Comperies enim omnia ad unum bene metiendi finem referri. Congruentia prima mensura erit applicata metiendis magnitudinibus, tum similitudo triangulorum ad lineas metiendum: deinde quadrangulum rectangulum mensura erit & sui & trianguli, & reliquorum rectilineorum: imo verò etiam circumlorum & circularium sectionum: in solidis bases & altitudines, in prismatis & cylindris & eorum ratione, in pyramidibus, polyedris ordinatis, conis. Hæc (inquam)

T quam)

quam) universa omnium elementorum inductio planum faciet geometriam esse
 artem bene metiendi. Proclus lib 2 cap 2 huc respicit. Geometria (ait) est cog-
 nitiva magnitudinū & figurarum & in his terminorum & rationū & affectionum,
 variorumq; situum & motuum. Hæc Procli per partes definitio idē compren-
 dit, quod illa subtilior inductio. Verum iste bene metiendi finis in Euclidis geo-
 metria obscurior est, quia nominatim nullum unquam de fine geometriæ, nul-
 lum de usu verbum in elementis factū est, & zelotypia illa Platonis videlicet oc-
 cultum est de industria, tanquā a pontificibus hoc totā geometrici usus myste-
 rium: imo vero verbū ipsum metiendi in elementis nusquā appellatum est, quin
 geometrica metaphora ad numeros translaturum sæpe in arithmetice elementis
 usurpatur, & occasione numeri ad symmetriam magnitudinū decimo libro re-
 fertur. At nos Archimedem cum Euclide & artis utilitatem cū veritate conjun-
 gere institimus. Itaque definitio geometriæ ex illo vero geometricæ *μετρίωσις*
 fine teneatur. Geometria est ars bene metiendi. Sed mensura mensuræq; species
 ex arbitrio assumuntur sic Persæ parafrangas: Aegyptii schoenos, alique populi
 mensuras alias habent, & plerumque in eadem civitate varias pro variis fun-
 dum dominiis mensuras offendes. Sed geometricæ mensuræ genera nō tantum
 ex variis hominū ingeniis, sed ex variis rebus varia sunt, alia magnitudinibus
 spatorum, alia liquidorum, alia frumentorum, atq; omnino locum & situm oc-
 cupantium. Neq; mensuræ solæ sunt, quæ vulgo nominantur, sed mensuræ sunt,
 aut mensuras ipsas in sese continent, radius & dioptra Hipparchi, regula, armil-
 lar, astrolabium Ptolemæi, torquetum Regiomontani, sed umbræ etiam mensu-
 ræ sunt, quibus per ellipses mathematici dimensi sunt magnitudinē solis, lunæ,
 terræ elementaris à terra regionis ad ipsa sydera: & intervalla ipsorum inter se.
 Mensuræ itē sumuntur è jactu teli & bombardæ: è volatu avium, ut caponis: è so-
 nis etiam & vocibus intervalla judicantur, quæ ipsa etiam vel longissima con-
 tinuantur vocibus: Sic Xerxes biduo per interpositos certis intervallis homines
 denuntiavit è Græcia in Persidem Susas usq; quæ Athenis agerentur, ut Cleo-
 medes ait initio secūdi libri, & quale Cæsar 7 belli gallici de Gallis commemo-
 rat, ita vox humana hic tanquam decempeda sapius iterata mensura tam longi
 itineris accipi queat. Subtilissima omnium mensura est per tabulas subensarum.
 Denique nullum est in geometria elementū, quod mensuram aliquam aut men-
 suræ subsidium non suppeditet. Mensuræ tamen nomen in totis geometricis ele-
 mentis nusquam appellatur, appellatur tamen in arithmetice, ut de verbo *με-
 τρή* jam dictum est, & inde transfertur ad symmetriam magnitudinum lib. 10.
 Sed in vestibulo nimium diu moramur, ad Euclidem venio. Geometriæ primus
 liber habet principia decem librorum communia: & ut Proclus ait, principia re-
 ctilineorum in triangulis & parallelogrammis. Itaq; præter illa communia prin-
 cipia, tres partes Proclus primi libri facit. Prima cōtinet triangulorum ortus &
 proprietates, ipsorumque inter se comparationes. Secunda parallelogrammo-
 rum ortus & qualitates, parallelarumque in iis proprietates. Tertia triangulo-
 rum inter se, & parallelogrammorum comparationes: At partitio ista valde ru-
 dis est.

dis est. Nam ē 48 propositionibus primi libri de lineis, earumq; angulis, id est de prima magnitudinis specie considerata & per se & cum superficie, propositiones sunt sedecim, de triangulis sunt una & viginti, de quadrilateris undecim, nepe de parallelogramo separatim sunt quatuor, & tres de ipsius æqualitate cum triangulo & una cum rectangulo, de quadratis sunt tres. Itaque si facienda partitio talis fuit, fuit utique linearum mentio facienda: quæ multo maiorem libri partem auferunt, quam parallelogramma. Sed tota ista partitio in Geometria methodicè descripta nullum haberet locum, in qua singula magnitudinum genera, differentia, species, proprietates separatim explicarentur. Jam ad primam primi libri partem de principiis accedamus, & primum definitiones perpendamus: quæ sunt numero triginta quinque, quæque primas magnitudinis & figuræ differentias plurimas interpretantur.

1. *Punctum est cuius pars nulla.* 1. d. 1. Definitur *σημείον*, quod verbum verbo signum est, sed latinis punctum hic usitatum est, cuius pars nulla, nec in longum, nec in latum, nec in altum. & sic in academicis definitur à Cicerone. Punctum est quod nullam magnitudinem habet. Reprehensa tamen est ista definitio, quod negatione fieret, & certe negatio nihilum & non ens quodlibet ista definitione punctum fuerit. à Proclo autem defenditur tanquam necesse sit negatione principia definiti. At pleraque vel è principiis Euclidis nequaquam definitione tali definiuntur. Signum definitur ab Herone terminus lineæ, in libro definitionum auctore Valla, quomodo lineæ definiretur terminus superficiei, superficies corporis. quod vix probari possit. Sed maiorem habet questionem utrum punctum ipsum magnitudo sit, cum Platoni punctum sit individua lineæ, ut in physicis & metaphysicis scholis disputatum est: & magnitudinis individua defensores cum Platone sint Pythagoras, Anaxagoras, Leucippus, Democritus, Xenocrates, id est mathematicæ disciplinæ facile principes. At hæc questio ad 10 p. 1. discipulatur. Adfert huc Valla differentiam signi & puncti. Quod nullam divisionem patiatur, punctum vocatur, cum medium tenet figuræ. Si autem principium lineæ est, vel lineæ, aut etiam finis, vel cum omnino aliquid notat, quod sine partibus intelligendum sit, nec tamen obtineat figuræ mediū, signum dicitur. At inquam punctum latinis non aliud omnino est, quam *σημείον* nunc Euclidis, nec in medio figuræ consideratur propriè & solum, sed centrum.

2. *Lineæ autem longitudo latitudinis expers.* Aristoteles cap. 3. topici 6. reprehendit hanc definitionem, quia negatione fiat: Potest enim definiti lineæ, magnitudo longitudinis tantum particeps, ut mox superficies definitur. Potest etiam definiti (ut Heron definit) fluxus puncti, ut postea Euclides efficit circulum fluxu seu motu lineæ, & sphaeram fluxu semicirculi, & conū, cylindrumq; motu trianguli, & parallelogrammi.

3. *Lineæ autem extrema signa.* Proprium est lineæ punctis terminari, cum scilicet ex puncti fluxu in punctum concipiatur: ideoque lineæ omnis actu finita est, & quod interdum infinita lineæ ab Euclide nominatur, ut 12 p. 1., infinitas intelligatur quanta satis sit.

4 Recta linea est, quæ ex equo intra sua signa interjacet. Eadem autem definitio à variis authoribus varie facta est (ait Proclus) nam præter Euclidis, Archimedis, Platonis definitiones quarto recta definitur, quæ inter extrema est ordinata. Quinto quod ipsius pars quidem non est in subiecto plano, pars autem in sublimi: ex qua tamen definitione non animadvertit Proclus primæ libri undecimi propositionem factam esse: Melius tamen in principiis id habebitur quàm in duobus propositionibus, quod etiam tum dicitur. Sexto quod omnes ipsius partes omnibus similiter conveniant, quæ definitio ex homiomeria est. Septimo quod extremis manentibus & ipsa manet. Sed hæc duæ postrema minus perspicuæ & accuratæ sunt. Octavo quod cum sui simili sola figuram non facit. Sed hæc etiam postrema obscurior est & circularis aliqua cum sui simili figuram non facit, nec ideo tamen recta. Atqui decimum est hoc axioma. Duæ rectæ spatium non comprehendunt. Quare definitiones hæc non satis attente & considerate pro eadem proponuntur. Sed tamē Euclides, quem Proclus sæpe Geometram, nonnunquam *στοιχείωτην* vocat, definivit rectam lineam: *κυνδινήν* non definit, necq; mistam: ut *ἐλικοειδή*, *πυρροειδή*, *πυρροειδή* spiralem, similem flexibus conchæ, hæderæ: de circulari tamē defendit Euclidem, quod peripheriam in circulo describat. In mista non defendit, quin ait ipsum tamen uti misto illo genere, ut in semicirculis, & reliquis sectionibus, itē in solidis, ut in cono & cylindro. Mistæ verò lineæ species variæ sunt, aliæ enim sunt in planis, ut *πυρροειδής* quæ refertur flexus hæderæ, ut helices variæ quæ in infinitum producuntur: alia circa solida, ut helices circa sphaeram & cylindrum & conum, aut in solidorum sectionibus, ut conicæ & spiricæ. Caterum multitudo multonum est infinita. De omnibus autem lineis solæ sunt *ὁμοιομερές* recta, circularis, helix cylindrica, duæ illæ in plano simplices, tertia mista circa solidum. Quod Geminus demonstravit, cum præterea id demonstrasset. Si ad similem lineam ab uno signo duæ rectæ productæ fuerint, æquos in ipsa angulos facientes, æquales sunt. Hæc ex Proclo: ex quo item & aliis lubet colligere quæ de homiomeria cōperi. Magnitudo similis est magnitudo, cuius quælibet pars cuilibet parti congruit: *ὁμοιομερές* & *ὁμοιομερές* similis & simile latine certe usitate in scholis dicitur. Sic igitur linea recta est similis, quia pars quælibet & cuiuslibet rectæ cuilibet parti congruit, sic & superficies recta seu plana similis est: Sic apud Proclum ad 4 d 1 Apollonio in libro de cochlea definitur helix cylindracea quæ habet similiter omnes partes omnibus partibus congruentes, quibus in locis tres linearum similiarum species efficiuntur, recta, peripheria, & helix cylindracea: superficies autem plana tātum & sphaerica sunt eidem Proclo similes ad 7 d 1. Ptolemæo primo magnæ constructionis, non omnis plana superficies similis est, sed circularis tantum, ita superficies plana circularis & superficies sphaerica solæ Ptolemæo similes sunt, quia ut Theon ait, circularis ab una linea *ὁμοιοχέμων* similis figuræ comprehenditur. Quibus in locis *ὁμοιοχέμων* videtur idem esse, quod *ὁμοιομερές*, quod Proclus in Timæum Platonis assumpsit. Verum Procli definitio accuratior videtur, & plani pars quælibet plani parti cuilibet congruit, non tamen pars.

men pars cylindracea superficiei parti cuilibet ejusdem cylindraceæ superficiei
convenit, quomodolibet accepta. Ideoque vere negat Proclus superficiem cy-
lindraceam esse similem. Hinc *ὁμοιομέρεια* physicorum corporum quæ partes,
& inter se & toti similes habent: ut partes terræ, aquæ, aeris, ætheris, sanguinis,
ossis, carnis sunt inter se ut sua tota terra, aqua, aer, æther, sanguis, os, caro: &
ὁμοιομέρεια Anaxagoræ ideo fortasse infinita fingitur, & *ὁμοιομέρεια* & infinitas ē
geometria ad physicam derivantur. Atq; argumētum Ptolemæo physicum est,
quia æther sit corpus *λεπτομερής* *εἰς τὴν καὶ ὁμοιομέρεια* partiū magis subtilium
& similarium, quam ullum corpus aliud: idcirco simili quoque figura figu-
randum fuisse: similis figura in planis sit circularis, in solidis sphaerica, æthe-
rem non planum esse sed solidū, ideoque ætherem esse sphaericum. Quamquam
ὁμοιομέρεια physica secundum metaphoram quandam potius dicitur, quam se-
cundum geometricam veritatem: *ἐφαρμοσία* enim nulla physica est. Utrum vero
rectum obliquo prius esset natura, magna inter excellentes mathematicos con-
troverſia fuit, quæ negligentius judicata magnam geometriæ confusionem at-
tulit. Itaque disceptanda est accuratius. Aristoteles (quod in ejus scriptis aliun-
de collectis neque attentius consideratis frequentissimum animadverti) utram
que partem contradictionis hujus prodidit. Nā 4 c 2 de celo disputat periphe-
riam rectā, & circulum rectilīneo priorem esse natura, primo quia perfectior, cū
nihil ei possit addi: possit autem rectā: secundo quia circulus est simplicior, cum
sit unius termini rectilīneum multorum terminorum. At ut peripheriā nihil ad-
di potest, ut peripheriā sit: sic neque rectā potest quicquam addi, ut rectā sit, ne-
que perfectior est hoc argumento peripheriā quam rectā: neque tamen perfe-
ctius protinus etiam natura prius est. Nam perfectius est animal semine, neque
tamen natura prius. Quare primum argumentum neque verum est, neq; si ve-
rum sit, quidquam concluderet. Neque secundū argumentum quidquam con-
stantius est, neque simplicitas arguitur numero terminorum, sed potius nume-
ro terminatarum rerum: unico siquidem termino comprehenditur mundus,
neque tamen simplicior est arbore, leone, homine, aut qualibet alia mundi par-
te, quin rotundum ipsum Ptolemæo polygonia, imo vero Aristoteli ipsi hujus
erroris authori *ὅλη γωνία* totus angulus 8 cap 3 lib. de celo dicitur, tanquā figura
rotunda sit, non solum multangula, sed totangula. Itaque eodem Aristotele ju-
dice rotundum licet unico termino comprehensum magis multangulum est
magisque multilaterum, quam ullum omnino rectilīneum. Quare nihil duo-
bus illis argumentis moveamur. Aristotelis hunc errorem Plutarchus in quæ-
ſtionibus platonis uno præcipue argumēto dissolvere videtur. Recta (inquit)
est mater peripheriæ, motuque extremi in recta puncti circa fixum reliquū pun-
ctum describit peripheriā, deinde totius sui motu describit tum recto rectilī-
neum, tum rotundo circulum. Sic plana superficies describit corpus motu sui
secundum rectam, si rectilīnea sit prisma, circa rectā, si triangula, parallelogram-
ma, semicircularis conum, cylindrum, sphaeram. Itaque recta magnitudo vide-
tur parens & genitrix obliquæ, ideoque natura prior: Quin Aristoteles in me-
chanicis

chanicis adnotat in rotundo ἐγκυττωσιον esse convexi & concavi. Quod Proclus ad 4 d 1 repetit, & dissimilitudinem nullam ait esse in recta, quæ tamē sit in peripheria ut convexi & concavi. Item si peripheria sit, esse rectam licet non juxta generationem, attamen juxta respectum ad centrum unde concludit rectam peripheria simpliciore esse. Atque ex hac recti priore & antiquiore natura merito natum proverbium ab Aristotele ipso celebratum 5 cap 1 de anima, τῷ ἐνθεῖ ὡς τὸ ἐνθὺ ὡς τὸ καμπύλον γινώσκουμεν: κριτὴς γὰρ ἀμφοῖν τὸ πάνω, τὸ δὲ καμπύλον οὐτὲ ἐαυτοῦ, στὲ ἐνθεῖ. Recto & ipsum & obliquum cognoscimus: Regula enim est iudex utriusque, obliquum vero neque sui neque recti iudex est: Sic postea recta magnitudo erit iudex rectæ & obliquæ: sic angulus rectus iudex recti & obliqui: sic triangulum rectangulū iudex obliquangulorum, & parallelogrammum rectangulū reliquorum. Hinc rectum pro vero & justo, obliquum contra pro falso & injusto accipitur. Quare rectum in partienda linea præponatur obliquo, & deinceps in unoquoque genere, rectum obliquo prius habeatur. Et quæstio illa 7 c 2 post. quod recta esset pulcherrima linearum, videatur generis huius fuisse, ut pulchritudo pro præstantia capiatur.

5 Superficies autem est, quod longitudinem & latitudinem tantum habet. Hæc definitio nō sit negatione ut duæ præcedentes, & tali affirmatione linea definiri poterat. At Proclus putat illud tantum negationi crassitudinis par & idem esse: quod superiori ejus rationi, qua principia definienda negatione statuebat, par & idem est. Definitur etiam aliter. Superficies est magnitudo duorum intervallorum: Item superficies est terminus corporū, at duo intervalla tam vidētur esse latitudo & altitudo quam longitudo & latitudo, neq; dum corpus est definitum. ἐπιφάνεια græcum nomē est tanquam diceretur apparentia, quia magnitudinis nihil visibile sit nisi superficies: sic ἐπιφάνεια ὡς ἡγύφης emersus & occasus syderum opponuntur: superficies autem latinis nō est ipsa ἐπιφάνεια & extrema facies, sed quod super faciem ipsam, ut superficies ædium quæ super arcem est: scholis tamē geometricis usitatum verbum teneatur.

6 Superficie autem extrema linea. Hæc item definitio demonstrat omnem superficiem actu finitam esse.

7 Plana superficies est, quæ ex æquo intra suas lineas interfacet. Græca litera Euclidis habet & apud Proclum & apud Theonem ἐν τῷ τῷ ἐνθεῖ, intra rectas, non ἐν τῷ τῷ γράμματος intra lineas: at veritas definitionis exigit extrema superficie generaliter esse lineas: & sic proxime dictū est superficie extrema esse lineas, non autē rectas. Et planæ superficie extrema ut circuli, ut spiralis spatii sunt lineæ nō rectæ.

8 Planus angulus est in plano duarum linearum sese tangentium, & non in directum sitarum mutua linearum inclinatio. Hic angulus efficitur κλίσι inclinatio, neque tamen angulus omnis, sed tantum planus definitur, neq; per inclinationem apte, quia proprie inclinatio est anguli acuti, ut constat 5. 6. 7 d 11, & genitivus linearum frustra bis iteratur: 11 d 11 definitur angulus solidus à pluribus quam duabus lineis tangentibus sese, & non in eadē superficie positus ad omnes lineas inclinatio. Hæc definitio item facit angulum solidum inclinationem terminorum non lineatum

lineatum in terminorum cōmuni sectione, nec tamen satis apte solidi terminos lineas facit, neque omnis angulus solidus à planis comprehenditur: est enim sphaericus, est item mistus. Sed tanquam Euclidi dubia esset ista definitio, aliter ibidem definitur, qui comprehenditur à pluribus angulis planis quam duobus non positis in eodem plano ad unum signum collectis: quæ definitio paulo videtur accuratior superiore, neque videtur facere angulū inclinationem vel comprehensionem terminorū, sed quod comprehenditur à terminis, & addit in uno puncto, quæ Carpi, quæ Apollonii, quæ Plutarchi, quæ nostra quoque definitio est angulum esse lineatum in cōmuni sectione terminorum. Atqui de duabus Euclidis definitionibus 8 d 1 & 11 d 11 utraque *γεωμετρικὴ* esset, geometria ipsa iudicare debuit. Nam tota geometria locis omnibus angulū superficiem aut corpus id est lineatum facit, nusquam facit inclinationem, neque inclinatio secatur. Itaque Proclus merito inclinationē in Euclidea definitione reprehendit, quamvis inepto argumento tanquā Euclides faciat angulum ad aliquid, & ideo ex unica inclinatione fiat unicus angulus, quia relata inter se duo tantum sunt, & tamen (ait) ex unica inclinatione plures anguli fieri possunt, ut sectio cono per verticē ad basim. Verum Proclus logicam nescio quam huc adhibuit: inclinatio enim duplex tum erit, si fiat angulus duplex, altera recta ad rectā, unde fiet trianguli angulus rectilineus, & recta ad obliquam lineam in superficie. Quare argumentum reprehensionis ineptum est, reprehensio tamen vera, sed veritas toto geometria ipsius usu vera probatur, & reprehensio tamen Euclidis ab Euclide erit non à Proclo, qui definitionis accuratioris causam præbuerit. Anguli verò separatam geometriam facere ut Eudemus peripateticus dicitur fecisse, logicum non est, nō magis sane, quam rectitudinem, obliquitatem, sectionem, tactum & affectiones geometria reliquas separata geometria tractare, sed anguli generalem doctrinā in subiecto generali, specialem per species lineati deducere, ut planum angulum in plana superficie, circularis sectoris & sectionis in circulari sectoris & sectione, solidum in solido corpore, sphaericum in sphaera. Talis in physica Peripateticorū error fuit de facultatibus animæ separatim ab animalis physica præcipere. Non est verò geometricum, quod Proclus ait in unica linea cyatoides, quæ est similis hædera flexibus & involucris, aut hipopeda, quæ equinæ pedicæ similis est, angulum fieri, secus in circulo & sphaera statues innumerabiles angulos. At ille unicus est terminus, nec ideo est communis sectio terminorum, & partes cyatoidis & hipopedæ si faciant angulum, pro duabus considerari necesse erit terminantibus suo concursu inclusam superficiem, quam nempe duæ rectæ pari intervallo includerent.

9 Quando autem comprehendentes angulum rectæ lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur. Euclides hic morem suū retinet, & multis generibus primū duntaxat interpretatur ista fortasse & ejusmodi sunt, quæ Proclus putat ab Euclide de industria prætermissa esse, quia tantum elementa mathematica non totā mathematicam tractaret. At ista tamen sunt catholica, & iis ipsemet doctor utitur. Ergo rectilinei anguli tres species deinceps aperiuntur, rectus, obtusus, acutus.

10 Quando autem recta insists in rectam, deinceps angulos inter se æquales fecerit, rectus est
uterque

uterque æqualium angulorum. Et insistsens recta perpendicularum appellatur ejus in quam insisterit. 10 d 1. Rectus porro angulus quid sit non videtur hic definiri, neque definitio hic esse, sed postulatum vel axioma quoddam de proprietate vel fabrica angulorum rectorum, qui omnes inter se sunt æquales: ut decimo axioma continetur, & recti anguli natura est ex ipsa perpendiculari efficientia & proprietate. Itaque angulus rectus perpendicularo declaratur: verissime igitur definitur angulus rectus, cujus latera sunt inter se recta & perpendicularia. si lineæ rectæ & perpendiculares inter se definitæ generaliter essent, uti de cuit, facilis modo esset anguli definitio. Sed καὶ ὅλον πρῶτον neglectum hunc elenchum genuit.

11 Obtusus angulus est, qui major recto est.

12 Acutus angulus est, qui minor est recto. Quia rectus æqualitatis est, necesse est reliquas non recti differentias ex æqualitate deduci. Itaque alter est major, alter est minor: In his verò inæqualibus rectilineorum angulorum differentiis, genus ipsum intelligendum esse Proclus admonet. Nam rectilineus quidem rectus recto angulo circulari major est, nec tamen est obtusus: & circularis rectus minor est recto rectilineo, nec acutus. Atque hæc differentia è lateribus oritur, quibus perpendicularum aliter atque aliter accipitur. Sed de angulo plano, rectilineo, recto, obtuso, acuto satis, ad superficiem revertamur, ea potest infinita, & tãquam diceret infigurata cogitari, potest & figuræ aliquo genere figurari.

13 Terminus est, quod alicujus est extremum. ὅρος terminus est, verbum Aristoteli in logicis usitatissimum, ubi syllogismi termini tres, enuntiationis duo dicuntur, & ὅρος idem est quod ἄκρον extremum, quomodo etiam Proclus in signi definitione sæpius usurpat. Sic definitione Euclidis punctum est lineæ terminus, quia ejus est extremum, sic linea superficiæ. Hic tamē ὅρος idem Proclo videtur quod περιχῆ ambitus, comprehensio: ut ὅρος species sit τὸ ἄκρον: & addit ὅρος verbum esse veteris Geometriæ, quæ definiendis agris adhibebatur: quomodo & Aristoteles ὅρος pro definitione usurpat, quæ totam rei essentiam naturamque suo ambitu complectatur. At Euclidis doctrina hanc intelligentiam termini refellit, nam si terminus totum significaret ambitum, unicus esset figuræ terminus, at duo, tres, pluresve esse possunt, ut mox figuræ dividuntur. Terminus verò potentia, quo nempe continui partes continuantur, ab Aristotele dicitur νορὸς ὅρος, cōmunis terminus, qui Euclidi νορὴ τῆς κοινῆς communis sectio dicitur. Cōmunis aut terminus Aristotelis νορὴ τῆς κοινῆς cōmunis sectio nominatim ab Euclide appellatur de puncto ad 4.5 p 11, de linea ad 6 d 11: ad 3.16.19.39 p 11. Et si superficies secet corpus, cōmunis sectio erit superficies, ut intelligitur ad demonstrationē 17 p 12: & omnino ex Archimede Theodosioque intelligitur, si sphaera secetur plano, cōmunem sectionem esse circulum. Itaque si generaliter intelligas punctum, lineam, superficiem transire per lineam, superficiem, corpus, communis sectio erit punctum, linea, superficies. Itaque Aristotelis νορὸς ὅρος est Euclidis νορὴ τῆς κοινῆς. Linea vero etiam corpus secat, ut Aristoteles ait in categoriis: ubi etiam affirmat corporis terminum posse accipi lineam, qua partes corporis continentur: sed tamen quod

men quod ait lineam scitricem fieri corporis, accipio scitricem superficiem corporis terminantis: ut quando cogitas corpus secari lineam, tum secatur superficies corporis: & motu lineæ ad oppositam superficiem superficies intermedia creatur scitrix corporis, quomodo & puncto secaretur superficies, quia punctum secaret utrinque terminantem lineam, & suo motu intermediam lineam efficeret, à qua corpus secaretur. Linea vero corpus terminare propriè non potest, sed tamen quod Aristoteles ait lineam corporis terminum fieri posse, id nempe sit, quod Porphyrius interpretatur solida quædam esse, quæ habeant continuationem secundum lineam, ut si duo prismata communi latere continuentur. Secat verò linea lineam, sed puncto, quia punctum est communis terminus: sic linea secat lineam ad 10. 15. 27. 28. 29 p 1: ad 3. 4. 10. 35. 37 p 3, & plerisque alijs locis: secat linea superficiem, ut ad 17 p 11, quia est communis terminus: superficies secat superficiem ad 3. 16. 19. 35. 38. 39 p 11: secat superficies corpus ad 25. 28 p 11. Utrum vero corpus corpore secari possit? Id enim Vitellio ostendit ad 80 p 1, ut sphaera sphaeram secans relinquit triplicem communem sectionem, primo peripheriam in superficie summa, deinde superficiem qua sphaerarum intersectatum partes dividuntur: denique corpus medium inordinatum conflatum ex intersectis sphaeris, quod concipies animo si sphaeram alteram viridem, alteram rubram finxeris. At hæc intersectio videtur optica lucis & coloris nullum occupantis locum, non geometricæ magnitudinis situm & locum explentis. Neque corpus est communis terminus corporearum partium. Quare punctum terminat tantum & secat, non terminatur, non secatur: linea & superficies terminant & secant, terminantur item secanturque. Utrum corpus tantum terminatur & secatur, non terminatur, non secatur? Et cum serra ferrat lignum, non secat geometricè dividendo tantum commune vinculum, sed seobe medium corpus atterit. Neque verò propriè punctum superficiem, neque linea corpus secat, neque puncto superficies, neque corpus linea terminatur, *ἐξ ἀμφοῖν* tamen etiam est corporum. Porphyrii itaque Simplicii que defensio pro Aristotele consideranda est in categoriis, Porphyrii nempe corpora illa esse solida, quæ habeant continuationem secundum lineam, item Simplicii de angulo solido, in quo solida plana parallela per lineam angularem conjungantur. Ut verò communis sectio appellatur communis ille terminus sectæ magnitudinis, sic bisectio dici possit communis sectio magnitudinis in duas æquales partes sectæ: sic enim bifariam secare ad 17 d 1: ad 9. 10. 34 p 1: ad 6. 10 p 2: ad 30 p 3: ad 6. 7 d 7: ad 28. 38 p 12 dicitur, quod dici unico verbo possit bisequare: ut *διχοτομία* ipsa bisectio. Hinc continuum jam nobis apertius intelligitur, cuius partes communi termino continentur: sic enim partes lineæ continentur communi puncto, superficiem communi linea, corporis communi superficie, non quod in magnitudinis partibus intermediis sit actu terminus ullus, sed quod intelligatur vinculum quoddam commune, quo magnitudo continuatur, & partibus cohaeret & copulatur, qui est Aristoteli ut dictum est, *κοινὸς ὁρμῶν*, Euclidi *κοινὴ τομὴ*. Ita continuum est in Physicis 5 lib. cap. 3: quod secundum factum est unum, quia videlicet communis ille terminus, qui

V actu

actu nullus terminus est, quamvis potentia sit in qualibet continui parte, tactu percipi non potest, & sic 13 cap 4 phys. *συνεχὴς* cōtinuitas dicitur *ἑνότης* tanquam dicas, unitio, quod repetitur 1 cap 6 phys. Atq; partes continui (quæ dicuntur) potentia sunt intelligendæ, ut termini communes item potentia simul intelligendi sint.

14 *Figura est quod ab aliquo vel ab aliquibus terminis comprehenditur.* Hæc definitio non satis explicat quidnam sit quod termino aut terminis comprehenditur, posse enim aliquis lineam duobus punctis terminatam suspicari: cum tamē lineatum tantum possit figurari & undique terminari id est comprehendendi, quod verum esse ex totis elementis inductio potest probare de figuris omnibus, deque earum generibus, ubi figura est terminatū undique lineatum & *περίχουσα* comprehendendi euclidean verbum fere usurpatur pro terminari undique & definiti id est figurari, & similiter pro eodem usurpatur *περιλαμβανέουσα* ad 14. 18. 21 d 11 de sphaera, cono, cylindro, ut *περιχέει* & *περιλαμβάνει* sit idem quod *ἔστι* definitio, totaque terminatio, ut etiam peripheria faciat figurā, quomodo & Theoni prius dicta est *ὁμοῦ σχήματος*, & Geminus ait apud Proclum 4 d 1 a peripheria figuram fieri, quomodo & Euclides aliquando proprie loquitur, ut 12 ax. Duæ rectæ spatium & *περίχουσαι* non comprehendunt, id est non figurant. Euclides igitur figuram definit apte rebus geometricis, & accommodate, ut Proclus interpretatur, figuratumque & materiale, quantitativumque connexum figuram vocat Euclides. Posidonius verò Euclidem hic reprehēdebat, & in illum superiore elenchum incidebat, definiendo figuram *πέρας συνελκόν* terminum concludentem: figuram enim a quantitate separat (ait idem Proclus) statuitque ipsam esse causam definitionis, comprehensionis, terminationis, quia claudens a clauso & terminans a terminato differat. Denique videtur Posidonius respicere ad terminum extrinsecus circumpositum. Euclides ad totum subiectum, proindeque Euclides dicit circulum secundum totum planum, totamque exteriorem comprehensionem figuram esse. Posidonius juxta peripheriam tantum, cogitans figuræ rationem definire, quæ quantitatem terminat & concludit. Itaque in definitione anguli & figuræ Euclides & Posidonius contrarios elenchos fecerunt, & tamen angulus & figura aliud est, aliud angulatum & figuratum, sed geometricus usus sequendus est, qui angulum figuramque accepit pro magnitudine angulata figurataque. Itaque geometras hactenus sequemur, quatenus geometriæ commodis inserviant.

15 *Circulus est figura plana ab una linea comprehensa, quæ peripheria vocatur, ad quam ab uno signo in figura posito, omnes cadentes rectæ æquales inter se sunt.* Circulus primum est figura plana: quomodo inquires? nec enim ex æquo intra suas lineas sita: at si peripheriæ multas partes feceris, ab una ad aliam superficies æquabitur spatio intra eas comprehenso: est itaque plana. Hoc in definitione primum & generale est, & commune cum triangulo, quadrangulo, multangulo. Additur igitur differentia, quod circulus ab una linea comprehendatur & concludatur: quod dividitur.

dividitur circulus à rectilineis: at id etiam ovata figura commune. Linea verò quæ sola circulum terminat, peripheria vocatur: Hæc parenthesis non habetur in litera Procli, habetur in litera Theonis: ad quam ab uno signo in figura posito omnes cadentes rectæ æquales sunt inter se. Hic circulus dividitur ab ovato: hæc linea *ἀκτῶν* Platonis, Ciceroni radii sunt. Radios autem æquales efficit ductus & motus ejusdem lineæ duobus circini pedibus comprehensa: æqualitasque radiorum in rotundo inde est, quod omnes velut effigies sunt eidem efficitur lineæ æquales: Aristoteli in mechanicis perpetuo dicitur radius *ἡ ἀκτὴς τοῦ κύκλου*, at Euclidi dicitur quæ ex centro. Sphæra verò commune etiā est, quod paribus à medio radiis extremum attingitur, sed id fortasse accipit à circulo: circuli enim innumerabiles in sphæra, ut innumerabilia puncta in linea potentia sunt: vel potius dicamus circulum dividi à sphæra, superficie plana: ut circulus sit planum rotundum, sphæra solidum rotundum. Quod si peripheria antè definita esset, ut decuit, circulus etiam definiti potuisset planū peripheria comprehensum, ut triangulum à tribus, quadrangulum à quatuor rectis comprehensum, sic enim figuræ à terminis definiuntur.

16 Centrum verò circuli, signum vocatur. Centrum circuli definit hic Euclides: qui potius generaliter definire debuerat centrum figuræ, ut *κεντρίον* *ἢ κέντρον* servaret.

17 Dimetiens autem circuli est recta quædam per centrum acta & terminata in utramque partem à peripheria circuli, quæ etiam circulum bifariam secat. Diametros latinis usurpatum etiam vocabulum, quo Columella utitur. Plinio dimetiēs est. Significat autem Euclides dimetientem circuli propriam non esse, cum ait non simpliciter dimetiens, sed dimetiens circuli, sicuti paulo ante centrum circuli dixit, non absolute centrum. Est enim dimetiens parallelogrammi, ut patebit primo libro, sed proprie *διμετρίων*, ab angulo nempe ad angulum producta, ut Vitruvius ait, & sic Euclides propriè loquitur 28 p. 11. Itē dimetiens est sphæra, sed propriè in sphæra dicitur axis. Sed tamen ut circulus in superficie sphærica & varia, sic dimetiens esse potest sphærica & varia, & hic *κεντρίον* *ἢ κέντρον* exigetur. Genus igitur dimetientis circularis est recta: differentia, per centrum agi & utrinque peripheria terminari, unde sequitur circulum ab ea secari bifariam, id est in duas partes æquales. Sic enim *διχα* est Euclidi ut in sectione anguli, lineæ, numeri paris: *διχοτομία* autem hujus, id est sectionis in duas partes æquales causa est ipsa lineæ per centrum rectitudo. Thales (ait Proclus) demonstravit hanc dichotomiam: Nam si sectiones circuli per dimetientem sectæ, æquales non essent, altera major esset, altera minor, & cum utraque per centrum agatur, accideret à centro radios majoris sectionis majores, minoris minores, æquales tamen esse: hæc Thaletis fuit demonstratio, sed Euclidi ridicula, quæ definitionem id est principium conetur demonstrare, & per impossibile demonstrare: quales tamen demonstrationes in Theone multe sunt non multo meliores. Questionem

V 2 hic

hic etiam movet Proclus, ab Aristotelis interpretibus postea agitatam. Si dimetiens fecerit bifariam circulum, & dimetientes infinitæ sint, eveniet utique duplicia infinitorum infinita esse: at magnitudo infinite quidem secari potest, actum tamen infinitas partes non habet, nec ideo infinita erunt, multoque minus infinitorum duplicia.

18 Semicirculus est figura comprehensa à diametro, & per diametrum intercepta circuli peripheria. Circulus est figura monadica ex uno termino (ait Proclus) tum *duobus*, biformis sequitur, è duplici nempe termino recta dimetiente, & perimetro circuli per dimetientem abscissa: duæ siquidem rectæ, ut post erit, locum non concludunt. Sed ista proles biformis mixta est, non simplex. Itaque simplicium terminorum figuras præcedere non debuit. Sed tamen circulus secatur æqualiter vel inæqualiter: *diagonis* facit semicirculos duos, inæqualitas maiorem faciet & minorem sectionem.

19 Segmentum circuli est, quod comprehenditur à recta & circuli peripheria. Hæc definitio non est in litera Procli, nec omnino à Proclo explicatur. Iteratur autem prorsus eadem initio tertii libri. Neque vero ante tertium librum usus est ullus semicirculi vel sectionis cuiusquæ circularis, maioris aut minoris. Imo in bene & methodice constituta Geometria nullus esset usus circuli in tota rectilineorum doctrina: quia tota rectarum linearum, planarumque & rectilinearum superficierum doctrina prior est, & circuli propter radios tantum facta mentio est, non quod ipsa circuli natura quidquam momenti afferret ad doctrinam rectilinearorum, sed id postea. Proclus in proxima definitione videtur dicere sectiones circuli hic interpositas esse, ut gradatio quædam servaretur, ut dixi, quia circulus est unius termini, sectio duorum, trilatera figura trium. Atque ut in numeris binarius est medius inter unitatem & ternarium, quia unitas sui secum additione plus efficit, quam multiplicatione: ternarius contra plus efficit multiplicatione quam additione: binarius autem efficit idem additione & multiplicatione: sic semicirculus medius est inter circulum unius termini, & triangulū trium terminorum, cum ipse sit duorum, rectæ & peripheriæ. At tota hæc collatio ridicula est, nec reduditio convenit: dissimilitudoque potius est, quam similitudo. Sed Proclus ad hunc locum pro ista definitione aliam habet: hanc nempe: Centrum autem semicirculi idem est quod etiam circuli, quæ tamen definitio quem usum habita-
ra sit in tota geometria considerato.

20 Rectilineæ figurae sunt, quæ comprehenduntur à rectis lineis.

21 Trilateræ quidem, quæ à tribus.

22 Quadrilateræ autem quæ à quatuor.

23 Multilateræ verò quæ à pluribus quam quatuor. Atque hic in prima definitione taurologia est quædam ex 8 anguli plani rectilinei. Eadem enim utrobique definitio est à rectis comprehendi. figura dividitur è laterum & angulorum differentia: & prius è laterum differentia, & recte. Latera enim sunt efficientes causæ angulorum, de quibus consecutaria fieri possunt è lateribus, ut trilaterum est, quadrilaterum, multilaterum: Ergo triangulū, quadrangulum, multangulum. Sed
tamen:

tamen totum hoc genus differentiarum commune est omnium figurarum solidarum sphaerarum, variarum. Nam quod latius hic dicitur, postea erit in solidis facies, unde tetraedrum, pentaedrum, hexaedrum, polyedrum. Sphaerica autem varia triangula, quadrangula, multangula etiam tractantur à mathematicis, totaque hæc doctrina valde sit ad lancem *καθ' ἡλ. πρῶτον* & vehementer examinanda. Multilatera verò rectilineam sequi debuit, ut circulus qui sit ipse multilatera quædam figura, omnium quippe multilaterarum ultima. Itaque Platoni & Plutarcho *πολυγωνία* dicitur, Aristoteli *ὀλιγωνία*, ut antea patuit.

24 E' trilateris autem figuris æquilaterum triangulum est, quod tria latera habet æqualia:

25 Aquicrurum, quod duo tantum æqualia habet latera:

26 Varium, quod habet tria inæqualia.

Hæc trilatera figura divisio ex æqualitate & inæqualitate laterum est, ubi *σκαληνῶν* Euclides specialiter accipit, quod Apollonius nona definitione primi conicorum opposuit recto, conus enim est illi rectus vel *σκαληνὸς* id est obliquus. Hæc verò trianguli differentiam ratione laterum nullam in arte separatam fecimus: sensu communi verborum contenti fuimus: ut Euclides ipse contentus fuit in cæteris figuris: nec enim æquilaterum quadrilaterum aut multilaterum definit, & re ipsa nomine aquicruri etiam æquilaterum comprehendit, ut § 6 p 1: nec quæ Euclides triangulum æquiangulum, aut triangula æquiangula definit. Proxima differentia ex angulis usu potior est, & à nobis est retenta.

27 Tum verò ē trilateris figuris rectangulum triangulum est, quod unum rectum habet angulum.

28 Obtusangulum quod unum habet obtusum angulum.

29 Acutangulum quod tres habet acutos angulos. Unicus rectus angulus in triangulo esse potest: unicus item obtusus, quoniam etiam recto est maior: at ex uno acuto non appellatur acutangulum. Sic enim quodvis triangulum esset acutangulum. Sunt enim duo minimum acuti in omni triangulo, sed acutangulum est triangulum ex omnibus angulis acutis. sit autem ista duplex trilaterorum divisio, quia non omne triangulum est etiam trilaterum (ait Proclus) Sunt enim quædam triangula etiam quadrilatera quæ *ἀκνίδες* cuspidata dicuntur à mathematicis, à Zenodoro *νοτιογώνια* cavangula, ut si intra trilaterum, aliud trilaterum erigatur, ut in geometria 6 e 6: quin etiam unumquodque trianguli latus extrorsum inflecti potest, & triangulum erit sex laterum, quæ figura est trifolii. Itaque trilaterum non satis proprie triangulum appellatur, nec nomen rei nominatæ omnino convenit: tepeatur tamen, quoniam usitatum est, sed ista ratione definitum, ut triangulum sit idem, quod figura trilatera: Utrum dici potest triangulo tres angulos duntaxat effici & figuris autem cuspidatis & cavangulis plures tribus effici, proptereaque triangula non esse, nec interesse, utrum intus anguli an foris, modo fiat ab iisdem lateribus? an figura definitio interiores duntaxat & figura ipsa comprehensos admittet & utrumque enim disputari potest: Sed definitio figuræ tamen sequenda. Posidonius hinc septem species triangulorum faciebat, æquilaterum acutangulum, aquicrurum autem & varium tri-

V. 3. pliciter

pliciter partiebatur in rectangulum, obtusangulum, acutangulum. At totum hoc artificiolum ineptum est, cum ipsa e laterum aequalitate differentia arte indigna sit.

30 Quadrilaterarum autem figurarum quadratum quidem est, quod & equilaterum & rectangulum.

31 Oblongum autem quod est rectangulum quidem, non autem equilaterum.

32 Rhombus verò quod equilaterum quidem, non autem rectangulum.

33 Rhomboides autem quod oppositis lateribus & angulis aequale, neque equilaterum est, neque rectangulum.

34 Præter hæc autem quadrilatera trapezia vocentur. Τραπεζία quadrangulum est, commune quippe nomen omnibus quadrilateris: Græca vero hic synecdoche generalis nominis pro speciali, idque propter excellentiam figura & perfectionem, qua etiam proverbio quadratus vir bonus dicitur, & sic quadrati boves Columella thorosi & membræ apti. At latini distinctius eam speciem quadratum vocant. Potest enim quadrangulum esse quinquelaterum, uno quippe latere introrsum reiecto, & multo maior numerus laterum esse potest numero angulorum (ut de trilateris dictum est) Quare latinum verbum græco certius est. Veruntamen in ista partitione Posidonius Euclide logicus valentior videri voluit. duas enim præcedentes partitiones Euclides hic omisit, ut antea in anguli plani definitione omiserat. Nam quadrilaterum est parallelogrammum aut non parallelogrammum. Parallelogrammum aut rectangulum & æquilaterum, ut quadratum, aut horum neutrum, ut rhomboides, aut rectangulum quidem, sed non æquilaterum, ut oblongum, aut æquilaterum non rectangulum, ut rhombus. Non parallelogrammum autem, aut duobus lateribus est parallelogrammum, ut trapezium, aut nullis, ut trapezoides, tum denique trapezii parallela latera æqualibus lateribus conjunguntur, aut inæqualibus. Illud trapezium, æquicrumum, hoc trapezium variū, trapezoides. Ita videlicet Posidonius æquavit partitionem quadrilaterorum partitioni triangulorum. atque hanc in triangulis & quadrilateris divisionem Proclus perfectam putat. Defendit tamen hic Euclidem, quod nullam mentionem fecerit adhuc de parallelis & parallelogrammis, sic errorem Proclus excusat errore. At si methodum legitimam spectasset Euclides, omnes linearum proprietates ante declarasset, quam præcepisset de superficie ulla, & modo prius gerius ipsum parallelogrammi definisset quam species ejus, & magnus postea elenchus erit: prætermittam parallelogrammi definitionem facere 33 & 34 p. 1, ut tam differetur amplius. Atqui neque Posidonius perfecte divisit ut Proclus putat. Debuisset enim quadrilaterum parti in parallelogrammum & trapezium: illud in rectangulum & obliquangulum: rectangulum in quadratum & oblongum, obliquangulum in rhombum & rhomboides. Quare Posidonius quidem superat Euclidem partiendi diligentia, sed emendari ipse potest.

35 Parallele rectæ sunt, quæ in eodem plano sitæ, & in infinitum utrinque productæ, neutrum in se coincidunt. Duo vero hic necessaria sunt, primum ut tales rectæ sint in eodem plano.

plano. Nam si altera sit in subiecto plano, altera in sublimi, accidet ut non co-
 cidant, nec tamen erunt parallelae: secundum est, ut neutram in partem possint
 coincidere. Definitio ista apud veteres jam astate Aristotelis reprehensa fuit, recte
 tamē in elementis nō magno iudicio, & à tribus mathematicis oppugnata Ari-
 stotele, Posidonio, Gemino. Aristoteles primum reprehendit quod rem generalē
 specialiter definit. Non coincidere enim commune est linearum rectarum, & pe-
 ripheriarum. Deinde definit ex adjuncta qualitate, quae demonstrari possit. Hoc
 utrumque vitium notavit Aristoteles quinto capite primi posteriorum, quan-
 do de universali praecipit, quod sit partibus aequale & reciprocum. Itaque si ge-
 nerale specialiter, aut speciale generaliter doceatur, non docetur *καθολικῶς*, sed
σπεσιαλῶς, ut si quis (ait) demonstraverit quod rectae non concurrant: videatur
 huius esse demonstratio, quia in omnibus sit rectis, non est autem. Si quidem
 non quod sic aequales sint id sit, sed quatenus quomodolibet aequales. Hae Ari-
 stoteles, quibus ostendit nō concurrere commune esse omnium linearum quo-
 modolibet aequidistantium: deinde demonstrabilem esse hanc non concursus
 affectionem: aequidistantia enim causa est, non concursus. Itaque haec duo prima
 sunt in ista definitione: deinde rectas parallelas definire debuerat Euclides ex
 causa, nempe quod aequaliter ubique distarent: haec enim causa facit parallelas,
 & sic Posidonius in Euclidis definitionem inquirens definit, quae in eodem pla-
 no aequalia habet perpendiculara à punctis alterius ad reliquam. Sic igitur & Po-
 sidonius emendaverat Euclidem ex Aristotelis argumento: Geminus autem al-
 terum Aristotelis argumentum arripit, & obicit utramque definitionis Eucli-
 deae partem peripheriis concentricis convenire, quia sunt in eodem plano, &
 nunquam concurrunt. Huic argumento resistere Proclus videtur, quia infinita
 productio requiritur, ut parallelae sint quod peripheriis repugnat, quae perfecta
 sint, nec augeri queant. Sed haec jejuna solutio est, cum istud infinitum in mathe-
 maticis intelligatur non actu infinitum, sed quantumlibet longum. Neque enim
 mathematici (ut ait Aristoteles 3 phys. cap. 7) infinito indigent, neque utuntur,
 sed solum esse definitum, quantum volunt. Quare solutio Procli non efficit, ut
 parallelae etiam circuli ista definitione non sint, qui revera sunt & appellantur,
 in sphaera praesertim. Deinde obicit idem Geminus utrumque illud & in eodem
 plano esse, & nunquam concurrere, nō rectis solum & peripheriis, sed helicibus
 circa rectas positae convenire, denique hyperbolem ad rectam, & conchoidem
 ad rectam, licet intervallum semper minuatur, tamen nunquam concurrere,
 quod in Geometria *ὑπερβολῶν* theorema est, inclinationem linearum esse,
 quae coire nunquam possint, neque huic secundae responsioni à Proclo quid-
 quam responsum est. Quamobrem videmus unam definitionē à tribus autho-
 ribus Aristotele, Posidonio, Gemino variis nominibus accusari: definit specia-
 liter quod generale est, definit argumento non essentiali, definit denique argu-
 mento linearum rectarum, rotundarum, mistarum. Atque haec adhuc de primo
 principiorū genere in definitionibus, quae Proclo ac Procli logicae similibus sin-
 gulari methodo videntur esse collocata, quia propositiones per eas sunt postea:
 demon-

demonstranda. Equidem valde probo & laudo, ut principia omninoque natura priora precedant. At in isto definitionum cumulo ad sequentes propositiones comparato, quomodo natura priora precedunt linea recta, rotunda, mixta, earumque genera, species, proprietatesque natura precedunt superficiem. Itaque illa omnia ante definienda fuerunt, quam de superficie ageretur, similisque methodus deinceps in superficiem & corporis doctrina requirebatur, & sic ab Euclide ipso paululum quiddam est factum initio secundi & tertii libri. Ac cumulare vero hunc in modum definitiones omnes initio doctrina, perinde est ac si quis in Parisiensem tot ædificiis extruendis censeret omnium fundamenta simul esse initio urbis coacervanda, quia principia procedere debent. At (inquam) aliis alia locis regionibusque ponenda & distinguenda, urbemque ingressus domos alias perfectas ante vides, quam aliarum fundamenta tibi posuit occurrere: fundamenta linearum procedere debuerunt, earum extrudicatio ante tota perfici, quam de fundamentis superficialium cogitaretur. Itaque si Euclides tantus logicus fuisset, quantus erat mathematicus, interroganti Prolemaeo regi nunqua ad mathematicam philosophiam via brevior elementis esset, nequaquam (opinor) respondisset semitam ad has artes regiam non esse. Potest enim non tantum brevior sed planior & amplior, regia denique potest effici, sed logicis hic instrumentis opus est, instrumentis cognitu quidem facillimis, usu vero difficillimis. Itaque dirigi complanarique via ista potest, sed ad ejusmodi directionem & complanationem diligentia, labore, industria majore opus esse confitebor, quam cuiquam fortasse credibile videatur.

P R A M I S C H O L A R V M M A
THEMATICARUM LIB. 7. IN POSTU
lata & axiomata.



τὸ πρῶτον ἔστι ἀξίωμα postulatum & dignitas jam dicenda sunt: Postulatum est principium explicationis cujusdam levioris indigens, quo concedi postulatur aliquid *ἑυκρίτης, ὑπὸ κρίσει, ὑποκρίνεται, προκρίνεται* facile, parabile, obvium, promptum: addit etiam Proclus postulatum esse geometricæ materiæ proprium, denique problemati proximum. Utrumque enim geometricam materiam tractat, sed *ἀπὸ τοῦ* est principium, & per se manifestum, problema est propositio, quæ alienæ fidei & lucis indiget. Nominis hoc mathematici variè usi sunt, ut de problemate & theoremate dictum est prius. Archimedes initio æque ponderantium. Postulamus (inquit) æqua pondera, ab æquis longitudinibus æque ponderare, quod axioma potius est, quam postulatum, totaque ista axiomatis & postulati differentia scholastica est. Quid quid enim per se clarum est, sumitur in arte, non demonstratur. Appellare axioma vel *ἀπὸ τοῦ* ad artis institutionem & usum nihil attinent: sed hac de re antea satis. Quinque autem postulata posuerat Euclides, & Proclus totidem edisserit adhibita

adhibita ipsa Euclidis litera. Deducuntur autem postulata, & definitionibus: primum & secundum & definitione rectæ lineæ.

POSTULATA.

Postulatum esto,

- 1 Ab omni puncto in omne punctum rectam lineam ducere.
- 2 Et terminatam rectam in continuum & rectum producere. Hoc utrumque postulatum est ex ea lineæ definitione deductum, quæ lineam facit fluxum puncti, & quæ rectam facit fluxum æquabilem non inflexum minimum. Infinitum igitur mathematicum in lineis per hæc duo postulata declaratur, ut quamlibet longè describantur & producantur. Fabrica porro ducendæ & producendæ lineæ licet mentis, attamen cum in actum opusque ipsum venit, regulam ducem & iudicem habet. Hoc geometriæ primum instrumentum est. Atque ista regula rectas lineas & efficit & factas dijudicat. Ideoque hæc duo postulata post lineæ & plani definitionem statuenda fuerunt. Illic enim eorum est ordo & locus: imo ut dixi, origo, & institutio: & tamen utrumque etiam videtur ad alias lineæ species referri posse, quarum etiam & ducendarum & producendarum instrumenta sua sunt. Unum verò postulatum & duobus in geometria fecimus, quia producere est etiam ducere, fuit verò sicuti Marlianus ait ut arithmeticis, sic geometris abacus hyalini pulveris resperione coloratus, ne in multiplicationibus & partitionibus & potissimis fallerentur, de quo 5 e 5.
- 3 Et omni centro atque intervallo circulum describere. Tertium hoc postulatum ad secundam lineæ speciem attinet peripheriam, unde eadem opera circulus existit. Definita est utcumque peripheria 15 d 1. Atque illinc etiam hoc postulatum deducitur, ut duo prima & rectæ definitione. Instrumentum verò geometricum peripheriis & circulis faciendis est circinus: utque longitudines regula, recti anguli perpendiculari & norma, sic peripheriæ & circuli circino & fiunt & dijudicantur. Ergo ut post definitam lineam postulata illa statuenda sunt, quibus postulatur ut liceat à puncto ad punctum rectam ducere, & ductam longius producere: ita post peripheriam definitam postulatum hoc esto, quo liceat dato puncto & intervallo peripheriam describere, & peripheriam tamen non solum planam, sed sphericam, sed fortassis etiam variam ducere. Atque hæc tria postulata vera postulata sunt, principia nempe, quibus opus aliquod & cognitu & factu facile postulatur: duo reliqua, quartum & quintum postulata non esse Geminus contra Euclidem disputaverat, neque Proclus defendit. Quo argumento motus sive Theon sive alius elementorum interpretes in axiomata transtulit, fecitque numero decimum & undecimum, de his itaque tum dicitur. Quæret autem aliquis fortasse in his postulatatis, cum motus ductæ, productæ, circumductæ, lineæ audierit, quomodo mathematicæ res dicantur à motu separata & sejunctæ: cui respondendum est motus istos non physicos in materia quippe sensibili, sed mathematicos in magnitudine intelligibili. Habet enim mathesis suam materiam, suum motum, sed physicæ materiæ & physici motus dissimilem. Sed jam nugatoria illa differentia convicta est, & notabilius multo illud fuerit cum fabrica

X brica

brica linea recta procreanda primo & continuanda, tum rotunda describenda in principiis habeatur, ut habebitur postea fabrica sphaera, cylindri, coni, cur non etiam fabrica reliquorum schematum postuletur? Valde autem in postulatis & axiomatis occupatus est Proclus, ut differentiam doceat postulati & axiomatis. At si definiret accurate postulatum & axioma, definitionibus duabus non solum utriusque naturam, sed alterius ab altera differentiam compleretur. Dicamus igitur quid sit axioma. Axioma (ait Aristoteles) est principium per se manifestum & clarum. Itaque a Philopono *ἀντίτιμον* per se credibile dicitur, quodque *παρὰ τὴν ἐν τῷ ἰδίῳ διδασκόντι* non ab artifice & magistro non capiatur. Proclus ait esse & ineruditus per se clarum & manifestum, rei factae qualitate declarans: Idcirco appellat *ἀντίτιμον* *καταφανές*, *ἐν ἑαυτῷ*, *παρὰ τὴν ἐν τῷ ἰδίῳ διδασκόντι*, per se perspicuum, illustre, vel indoctis facile. Deinde axioma est contemplationis, denique theoremati proximum: sed axioma est principium, theorema propositio: Ergo postulatum fabricatur, axioma contemplatur. Postulatum factum, axioma cognitum facile est. Hae sunt à Proclo. Nomina tamē hae saepe confunduntur, & à Stoicis omnis enuntiatio axioma dicitur. Et de tota ista vanitate dictum est libro tertio. Axiomata porro decem Proclus enumerat, Theon duobus illis postulatis additis facit duodecim: quorum titulus est in Theone *αὐτῶν ἀποδείξεως* communes notitiae, quae definitio quadam est axiomatis. Proclus appellat axiomata verbo non periphrasi, satisque indicat eam tam longa postulati & axiomatis differentia titulum hic fuisse Axiomata, si tamē titulus fuit, & verbum axiomatis apud Aristotelem in logica & philosophia hac de re id ipsum satis indicat. Aristoteles igitur & Proclus hic sequemur: Porro e duodecim axiomatis à Theone hic enumeratis primum, secundum, tertium, quartum, quintum, sextum, septimum, nonum Logicae sunt, quatuor sola, octavum, decimum, undecimum, duodecimum Geometriae relinquuntur.

A X I O M A T A .

1. *Quae eidem sunt equalia, & inter se sunt equalia.*

Axioma est catholicum. Nam si duorum inter se equalium alterum sit alicui equalē, & reliquum eidem equalē erit. Hoc axioma omnium axiomatum, ut ordine sic usum primum est. Itaque Aristoteles 3 cap. 4 philos. axiomata ejusmodi *συνλογισμὸς ἀρχαί* principia syllogistica appellat, & quidem recte. Est enim principium logicum & argumenti à paribus & equalibus axioma proprium. Nec Euclides alligavit proprie aut numeris aut magnitudinibus, sed omnium rerum fecit commune, cum isto modo proposuit, ut etiam septem deinceps alia proposuit: Sed axioma hoc primum utilitatis est immensae. Algebra contemplationes arithmeticas singulares habet, at summa contemplationum earum axioma isto continetur: Hinc enim est aequatio, comparatio nepe in quantitate, qua figurati diversi & affirmati secundum hypothesis inter se ideo aequantur, quia eisdem tertio aequantur: hinc aequationis & genera & species: hinc frequentissimum geometrica mensuris iudicium deducitur, sic enim longitudinum, latitudinum, altitudinum aequalitas approbatur: non potest planus ager agro plano applicari, ut equales appareant, mensura adhibetur, cui, quia uterque est equalis, idcirco aequales esse judicantur. Ergo primum axioma ingentes

gentes prorsus commoditates habet, sed quia nostris iudiciis tam familiare est, quā oculis est naturale lumē, ideo imprudētes minimeq; animadvertētes eo utimur: & tamē hāc cōmoditates nō minores erunt cū in logica arte cognitū huc afferretur, quā si misceretur in geometria. Sed tamē quamvis logicū axioma tantū lucis plenū sit, Apollonius Pergeus vir sane in mathematicis excellēs aliquid eo clarius etiā tentavit, ut nō principiū indemonstrabile, sed propositio demonstrabilis esse videretur, cuius esset aliqua causa. Sit enim (ait) a æquale ipsi b, & b æquale ipsi c, dico quod etiā a ipsi c æquale est. Cū enim a ipsi b æquale sit, eundem occupat locū, quē b, & quoniā b ipsi c æquale est, eundē quē & ipsum occupat locū, & a igitur eundē occupat locū, quē c. æqualia igitur. Sic igitur Apollonius axioma primū demonstrasse sibi visus est. Veruntamen primū nō satis attendit, quo argumento quā quæstionē concluderet. Quæ (ait) eidem tertio sunt æqualia, inter se sunt æqualia, quia eundē locū occupant: Hæc Apollonii causa est. At (inquā) ista causa specialis est, & geometrica tantū: logica enim æqualitatis ratio, loci mēsurā nulla cōtinetur. Quare axioma, Quæ eīdē æqualia, inter se æqualia, multo altius est geometrico axioma, Quæ eundē locū occupant, sunt æqualia, nec ideo speciale principiū, generalis principii causa est, unde sequitur ab Apollonio postulari quod erat in principio, ut Aristoteles loquitur, nō autē demonstrari. Quod si Apollonius disseruisset in arte geometrica logicū principiū quodlibet esse *ἀγχιματρητον*, ideoq; pro illo communi, Quæ eīdē æqualia, Geometria propriū assumendū, Quæ eundē occupāt locū, inter se æqualia esse: Geometria libenter audiret de regēdis artis suæ finibus logicē & accuratē philosophantem: eundē enim locū occupare *ἡ ἐφαρμέγηται ἐπ' ἀλλήλα* & cōvenire inter se, quod Euclides in geometricis principiis statuit, idē aut vicinū admodū videatur esse: & sic Euclides de gravi levīq; ait æqualia esse magnitudine, quæ replent eundē locū, ut cōstat e 1. 2. 3 d libelli illius. Si (inquā) id Apollonius disseruisset, valde probare & laudare. At dubitātem & principiū logicum & generale principio geometrico & speciali concludentē neq; laudare neq; probare possum. Sed elenchus ille petiti principii elenchus est Euclidis quinto de rationibus, sex to de rectilineis similibus, ut tū dicitur, ne quis errorē Apollonii propriū hic exstimeret: ut aut axioma illud est certissimum, sic ei vicinū sophisma valde insidiosum est, Quæ eīdē inæqualia sunt, inter se inæqualia. Nā 2 & 2 sunt inæquales 3, & tamen non sunt inæquales inter se. Sed ad cætera axiomata venio: quorū prima quatuor misitū quippiam habent ē postulato & axioma, faciūt enim quippiam & machinantur addēdo subducēdoq; cum facti æqualitātē contēplantur.

2 Et si æqualia equalibus addantur, tota sunt æqualia.

3 Et si ab equalibus æqualia subducantur, & reliqua sunt æqualia.

4 Et si inæqualibus æqualia addantur, tota sunt inæqualia.

5 Et si ab inæqualibus æqualia subducantur, reliqua sunt inæqualia.

6 Et quæ ejusdem duplicia, æqualia inter se sunt.

7 Et quæ ejusdem dimidia, æqualia inter se sunt.

Hæc axiomata videntur esse propria arithmetica propter voces additionis &

X 2 subdu

subductionis. At non numerorū additio & subductio esse potest, ut æqualia addantur & subducantur, æqualia non numero, sed pondere, facultate, aut aliquo quodā genere. Duo autē prima in æquationū algebrearū reductionibus usum perpetuū habēt. Cū aliquis numerus figuratus negatus est, additur æqualibus partibus, & toti sunt æquales, cum figuratus idem bis ponitur, tollitur utrinque, & reliqui sunt æquales. Sextum autem & septimū non sunt axiomata generalia & catholica. Potes enim dicere, Quæ ejusdē æqualiter multiplicia, superparticularia, vel submultiplicia, subsuperparticularia vel omnino: Quæ sunt eidē æqualiter inæqualia, sunt inter se æqualia: imo sextum consecrariū est secū d, septimū tertii. Nā si dimidiū æqualibus æqualia dimidiū nempe huic & illi addatur, tota erūt æqualia: Itē si dupli æqualibus æqualia, dimidiū nempe & huic & illi, subducantur, reliqua dimidia erunt æqualia: & consecraria sunt ē 15 & 9 p 5. Nā partes æquemultiplicibus sunt proportionales, & ad idem proportionales sunt æquales. Talia axiomata non dico mathematica non esse, sed omnino cū sint axiomatum consecraria, axiomata esse nego, in quibus Euclides Apollonius se longe dissimilem præstitit. Apollonius enim ē principiis in demonstrabilibus propositiones demonstrabiles effecit. At Euclides contra ē demonstrabilibus propositionibus facit in demonstrabilia principia. Atque illis arithmetice axiomatis secundo tertioque Pappus adjungit alia, ut.

Si æqualibus inæqualia addantur, totorum excessus æqualis est excessui additorum: & contra. Si inæqualibus addantur æqualia, totorum excessus excessui à principio postitorū æqualis est. Hæc axiomata Procli tempore in elementis habebantur, à quibusdam tamen rejiciuntur, ideo quia possent ē secundo & tertio deduci.

8 *Et quæ conveniunt inter se, æqualia sunt inter se.* Jam tandem Euclides geometriæ perfonam suscipit. Hoc enim vere geometricum axioma est, & in geometria ideo diligentiū expositum.

9 *Et totum majus est sua parte.* Axioma est item logicū in distributionis loco proprium, nec ideo geometricum putandum est, quia geometres eo utatur: Utitur enim tota logica, nec ideo logicam subjeceris Geometria. Axioma tamen non videtur catholicum, nec enim quod parte alia majus est, id protinus est totum. Duo sequentia axiomata Proclus numerat in postulatis: Theon in axiomatis constituit. At si rectē definitum sit postulatum quod fabricatur, axioma quod contemplatur, axiomata utique potius quam postulata fuerint.

10 *Et omnes recti anguli æquales inter se sunt.* Euclides, ut dixi, postulatum fecerat, & quartum postulatum vocatur 24 p 1 datorum. Geminus pervicit ne postulatum crederetur, quia nihil faciendū machinandūve præciperet. Consecrariū igitur est ē perpendiculari vel potius ē recti anguli definitione deductum. Nam si recto angulo rectus aliquis inæqualis esset, latera non essent recta, sed alterum alterutro inclinaret, omninoque si rectus recto inæqualis esset, esset utique obtusus aut acutus. Pappus in isto axioma accuratiores est, docet axioma catholicum & reciprocum non esse, nec omnino converti, omnis rectus (ait) est æqualis recto, ergo omnis æqualis recto rectus est. Omnis enim ut putat rectus est.

rectus.

rectilineus, at rectilineo potest equari non rectilineus, nec ideo quamvis æqualis recto rectus, de quo in geometria 6 e 3. Hac Pappi demonstratio est, unde percipis non solum æqualitatem & rectitudinem anguli non idem esse, nec necessario reciprocari, sed etiam heterogeneas magnitudines rationales esse, ut hic rectilineum angulum cum curvilineo, quo refellantur ii qui τὴν ἀγώνιστον imposibilem ideo censent esse, quia homogeneorum tantum sit ratio. Sed præterea notabile est angulum rectum non quemlibet recto cuilibet æqualem esse. Nam rectus rectilineus maior est recto rotundilineo, neque axioma hoc verum fuerit, nisi de homogeneis intelligatur.

11. Si in duas rectas recta incidens interiores eadem parte angulos duobus rectis minores faciat, productæ in infinitum duæ ipse rectæ coincident inter se, quæ parte sunt duobus rectis minores anguli. Euclides in hoc elemento graviter urgetur à Ptolemeo & Gemino: Ptolemeus asebatur hic principium indemonstrabile nullum esse, sed theorema valde demonstrabile, quodque multa dubitatione refertum sit. Nec enim anguli ad eandem partem interiores duobus rectis minores non parallelas concurrentes efficiunt, sed contra non parallelæ & concurrentes tales angulos faciunt: imo verò illi minores anguli possunt esse, ubi concursus necessario non fuerit. Nam lineas quasdam infinitè quidem semper inclinatas, neque tamen unquam concurrentes, etsi incredibile & admirabile videatur, est tamen verum & necessarium, ut ante patuit. Itaque Euclidis theorema multorum antecedentium subsidio indigeat, de quibus Ptolemeus in quodam libro differuit, quem postea Proclus citat ad 29 p. 1. Geminus eodem tendit, aitque ridiculum esse eas sententias velut indemonstrabiles facere, quarum conversæ sunt demonstrabiles. Hujus autem sententiæ. Si duæ rectæ recta connexæ faciant angulos interiores duobus rectis minores, concurrent, conversam. Si duæ rectæ concurrent, connexæ recta faciant angulos interiores minores duobus rectis, esse demonstrabilem, imo ab Euclide ipso 17 p. 1 demonstratam. Quamobrem Proclus pro Ptolemeo & Gemino aduersus Euclidem pronuntiat hic axioma nullum esse, sed theorema valde demonstrabile. Argumentatio tamen Ptolemei sustineri possit, si intelligamus rectas in eodem plano: quia productæ concurrent: Gemini logica pressior est: ut vel axioma istud ex axiomatis sit tollendum, vel 17 p. 1 è numero propositionum eximenda: at antecedentem & conversam propositionem malim constituere in principiis, quia veritas protinus è perpendiculo, regula quippe parallelismi possit intelligi. Et Euclidis elenchus hinc natus est, quod Posidonii Geometria illa in parallelis omissa est. Nam si docuisset Euclides parallelas communibus perpendicularibus dividi, è contrario contrarium utique jam perciperetur, quia duæ rectæ recta connexæ communibus perpendicularibus non dividerentur, parallelas non esse. Itaque axioma istud undecimum est: consecratum è definitione parallelarum, ut nos in geometria fecimus.

12. Et duæ rectæ aream non comprehendunt. Consecratum est rectilinearum figurarum prima specie trilatera: ut patet 6 e 6: utitur autem Euclides hoc theorema ad 4 p. 1.

X. 3. P. RAMI

P R A M I M A T H E M A T I C A =

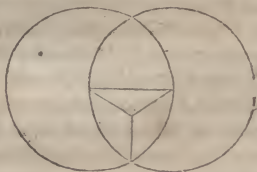
RUM SCHOLARUM LIB. 8. IN PRIMAM

*primi elementorum partem de lineis & triangulo-
rum ratione.*

Eruntamen de principiis haftenus, quae plerique labefactare conati sunt, Epicurei praesertim, qui totam mathematicam vel ignorabant vel aspernabantur. Epicurus ipse Polyænum (cum voluptatis illecebris pellexisset) quamvis magnum mathematicum, attamen Geometriam dedocuit, eiq; falsam esse persuasit (ait Cicero.) Deinde ex Epicureis Zeno Sidonius disputavit etiam de principiis propositiones nequaquam demonstrari. Zeno (inquam) Epicureorum acutissimus, ideoque & eorum princeps & coryphaeus appellatus: hic ceteros philosophos sigebat maledictis, Socratem scurram Atticum, Chrysippum nunquam nisi Cyrippam vocabat, ab hoc Cicero Epicuream philosophiam didicit, ut est 3 Tuscul. & primo de natura deorum. Hic igitur philosophus, Geometras praecipue exercuit, sed ejus argumentis a Posidonio responsum est, ut suis locis intelligatur. De principiis igitur haftenus, propositiones sequuntur. Propositio est Euclidis dubia & incerta sententia, quae aliunde fidem suae veritatis & approbationem requirit. In omni autem propositione Proclus quinque ait esse, praeter ipsam propositionem *ἐνδεχόμενον, διὰ τὸ ὅτι οὐκ ἔστιν ἀποδείκναι, ἀλλὰ δεῖ εἰς τὸν ἀποδείκναι, ἐκ τῆς ἀποδείξεως*, expositionem, definitionem, constructionem, demonstrationem, complexionem, de quibus tertio libro ante dictum est. Propositiones autem ad verbum hic frustra non repetam, nisi quod erit necessarium, licebit eas in Euclidis vel in nostra geometria legere, uti propositae sunt.

I Super datam rectam finitam triangulum aequilaterum constituere. Proclus hic putat ex causis demonstrationem: quomodo inquam? Dux enim recta datam aequantes & cōnēssentes ipsae sibi cōterminae quærebantur, & inventae sunt peripheriarum auxilio, in quibus radii cōprehensi illae ipsae rectae sunt quæ querebantur, & peripheriarum cōcursus est cōcursus ipsorum. Itaq; causa est hic quaedam, sed generalis & minime propria, neq; questio est quamobrē neq; proprietates de subiecto: ut *ἀπόδειξις* Aristotelea dici possit, qualem Proclus videretur hic demonstrationem facere. Duo autem reliqua latera aequalia multo promptius invenirentur applicatione datæ rectae, vel regulæ comparatione, per illa scilicet principia. Quae inter se cōveniunt. Et quae eidem aequalia, sed cōcursus in abaco nō pateret. Tum uerō quamobrem Euclides praecipuam figuram hujus fabricam dedit? Duarum enim figurarum planarum totis elementis fabricae demonstratur, trianguli aequilateri, & quadrati: Reliquorum generum tam multorum fabrica specialis ab Euclide nulla demonstratur: oblongum, rhombus, rhomboides, trapezium, multilatera, circulus ipse problema suae fabricae nullū habent. Quid igitur utrum aequilateri trianguli proprietates quaedam est praecipua, ut ei quoque

quoque problemate præcipuo esset opus: Postea dicit Proclus ad quadragesimam sextam, ex æquilateris fieri mundanas figuras, sed tum respondebitur Proclo. Causa verò videtur Euclidi fuisse, quod in plerisque postea propositionibus ut 9.10.11. sit opus triangulo æquilatero: ut 16 p 4. Verum quacumque trianguli æquilateri est utilitas, eam ipsam & multo ampliorem 22 p 1 præstabit. Est enim ad istam generalis: imo 9.10.11 p 1 absque ulla trianguli ope expectari possunt, ut à nobis in geometria. Itaque in prima propositione protinus *καὶ ὁ αὐτὸς πρῶτον* videmus ab Euclide nihil curari, tantum abest ut ullum demonstrationis Aristotelex exemplum possit hinc assumi. Et tamen id tanto mirabilius quod 22 p 1 demonstretur iisdem plane principiis quibus hæc ostenditur. Hæc igitur in Euclidis propositionibus protinus hystorologia deprehenditur. Quinetiam fabrica hæc *διαγραμματικὴ* scholasticorum tantum causa videtur inventa, non ad usum quenquam geometricum extra scholasticum pulverem. Nam arbores in variis sylvis dissipata: mihi querenda sunt unde triangula moles aliqua machinanda sit, nihil proderit hoc problema. Et diagrammata ipsa in abaco per æquicrurum commodius fiunt, quam per æquilaterum, & sic 12 p 1 Theon æquicrurum potius utitur. Acquicrurum autem super datam constituitur semel aucto vel minuto circini intervallo, ut varium utrinque variato. Atque hæc de prima propositione dicta sint: Zeno Sidonius etiam positus antecedentibus principiis, conclusionem tamen cavillatur. Nam (ait) nisi positum sit duarum rectarum partem nullam communem, rectæ à contactu peripheriarum partem aliquam communem habento, tum triangulum æquilaterum non constituetur, cum duo singula latera reliquo maiora sint, ut hic vides.



Huic Posidonius respondet, Zenonis principium definitione rectæ lineæ comprehensum esse, quod etiam per impossibile docet Proclus. Nam sequeretur semicirculum semicirculi partem esse, toti denique partem, æuari: Idem hoc impossibile Zeno aliter concludebat, sed unde rursus efficeret aliud principium, peripherias nullam communem partem habere, quod in principiis euclideis adhibitum non esset. Cui paulo secus Posidonius respondet, quia par impossibile sine Zenonis principio concludatur. Addit etiam hic Proclus fabricam æquicruri & vari, triaque problemata pro uno vigesima secundæ propositionis problemate facit. Atque illa est nimirum sophistica tautologia doctrina ab Aristotele in analyticis repressa, cum specialia generalibus præponantur, idem sæpius inutiliter iterari, quod præposito genere semel explicari satis erat. Quam obrem propositio ista consecrarium speciale nobis est è generali.

2. Ad datum punctum date rectæ æqualem ponere. Hæc propositio multiplicem explanationem habet, cujus unicam speciem tantum exposuit Theon, unde reliquæ tamen concipi queant. Quatuor verò modis & exemplis variari potest fabrica & constructio: aut enim datum punctum est in data, aut extra datam in ipsa aut extremum

extremum ejus alterum, aut inter extrema: at si extra aut à latere, ita ut ab ipso ad datæ extremum protracta angulum faciat, aut è directio datæ, ut ipsa producatur extra oppositum signum coincidat, omnes tamen illi modi communi & eadem fabrica continentur. Tertium modum sequutus est Euclides (ait Proclus) Theon sequutus est secundum, ut apparet è demonstrationibus. verumtamen qualis est ista demonstratio: Principia posuit Euclides. Quæ inter se conveniunt. Quæ eidem æqualia: an igitur his principiis uti non licet: an omnino non licet applicare datæ punctum dato puncto, & æqualem altero puncto faceret. An non licet regula datæ æquali æqualem à dato puncto metiris: an geometricorum instrumentorum regulæ & circini imbecillitati nihil confidendum. At Euclides in fabrica circulorum quibus hic utitur ad demonstrationē sumit per hæc instrumenta: per hæc principia, radios æquales datæ rectæ, radios (inquam) regula ductos & radios sectos peripheriis opè circini descriptis: è lateribus enim infinitis amputat æquales radios. Itaq; utitur Euclides illis ipsis principiis, quibus videtur uti noluisse. Et quidem quæ causâ quæque veritas facit radios peripheriæ æquales, eadem faciet ad datum punctum rectam æqualem datæ rectæ. Nam radii ideo sunt æquales, quia rectæ duobus circini pedibus comprehensæ sunt æquales. Itaque radiorum æqualitas non erit antiquior æqualitate rectarum hic propositarum. Quare ut postulatur à puncto ad punctum rectam ducere, sic postulatur ad datum punctum describere rectam æqualem datæ rectæ. Regula enim eadem utriusque perinde iudex & effectrix erit, vel principium. Quæ eidem æqualia, etiam hic valebit, an quia facilis demonstratio est, & è principiis proxime deducta demonstratio non est. Enimvero ut in proxima demonstratione, sic in ista praposterum est de rectæ æqualitate per peripherias aut circulos, ut facit Euclides, vel pro Euclide Theon. Sed hic multo est alienius, quia duo circuli facti sunt, ut duæ rectæ æquarent datam, sicut rectæ rectæ æqualis à dato puncto inveniretur, primum peripheriæ duæ, tum rectæ duæ, & duæ productiones laterum, & peripheriæ rursus duæ adhibentur, id est octo lineæ pro una. Quamobrem hæc propositio in rectæ lineæ postulatis esto. Regula aut circinus melius ejus opus efficiet. Neque dixerit nobis isto loco Proclus exercitationis gratia ista proponi: Neque enim artes sui studiosos in sophisticis documentis exercere debent, satis enim materiæ superest & laboris in geometria, ubi cōmodius & utilius discantis animus exerceri possit, hoc sophismate multæ artes ingenuæ nimium diu impeditæ sunt.

3 Duabus datis rectis inæqualibus, à majore æqualem minori auferre. Hic Proclus casuum & modorum suorum multitudinem comminiscitur. Sex enim modos facit, quod datæ inæquales vel conjunguntur extremo, vel distant, vel secant sese, & quidem partibus æqualibus vel inæqualibus, vel mistis, vel altero uno extremo secat alteram, & quidem major minorem, vel minor majorem, quæ subtilitas puerilis est, & Aristotelis iudicio sophistica, quia tot doctrinæ pro una faciunt: præsertim cum Proclus ipse dicat admirabilem Euclidis demonstrationem, quia omnibus illis constructionibus sufficiat, Attamen Euclides ut Proclo non
fin

fit in eo comparandus qui ad aequalitatem duarum rectarum accumularet huc ē secunda propositio lineas novem, & duas hic addat, cum una (ut in duabus ante propositionibus) geometrica regula linea aequalitatem postulatam geometrico principio metiatur. Quamobrem propositio illa tertia aggregetur ad secundam & postuletur, uti postulata est a nobis utraque. *Datis duabus rectis inaequalibus a maiore aequalem minori secare.*

4 Si duo triangula duo latera duobus lateribus aequalia habeant alterum alteri, & angulum angulo aequalem habeant ab aequalibus rectis comprehensum, etiam basim basi aequalem habebunt, & triangulum triangulo aequale erit, reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt, alter alteri, sub quos aequalia latera subtenduntur. Quarta propositio verbosè proponit quod perspicue breviterque comprehendi possit. Triangula aequa angulo aequicrura aequilatera esse: ideoque aequiangula, ut 1 & 2 & 7 comprehendimus: aequalitas autem triangulorum est e triangulis aequalitatis, ut patet 6 & 7. Hoc igitur theorema comparationem duorum triangulorum continet, in qua datur aequalitas binorum utriusque laterum, sicut tamen ut non utraque utriusque, sicuti ambiguitas grecorum verborum significare possit. Nam *ἐναντία* & uterque & alter dicitur, sed alterum alteri aequale sit. Sic enim cuiusvis trianguli generi comparatio conveniet. Sic (inquam) aequalitas laterum singulorum cum singulis accipienda, alioqui si utriusque cum utroque aequalitas intelligatur, sic ut alterius trianguli unum duobus lateribus sigillatim reliqui sit aequale, & reliqua similiter iisdem. Id tantum triangulo aequilatero & aequicruro conveniet, non vario: nec theorema erit generale: vel si unius trianguli utrumque latus simul, cum alterius trianguli utroque latere simul intelligatur, falsum etiam eveniet. Perimeter enim aequalium laterum aequalis esse potest perimetro, ut area area sit inaequalis: contraque area aequalis area, ut perimetri aequalium laterum inter se sint inaequales. Quare intellige latera unius trianguli duobus lateribus alterius duobus alterum alteri aequari. Haec prima aequalitas datur in binis lateribus. Secundo dantur anguli ab aequalibus illis lateribus comprehensi aequales inter se, quia cum latera aequalia sint superposita convenient. Ex qua duplici aequalitate data demonstratur triplex aequalitas, prima basis cum basi. Secus duae rectae aream concluderent contra 12 axio. vel sine Euclidis impossibili duae bases aequabuntur, quia duae rectae ab eodem puncto ad idem punctum congruunt, ideoque sunt aequales. Secunda aequalitas est angulorum reliquorum binorum unius trianguli, cum reliquis binis angulis alterius trianguli, separatim tamen singulorum inter se, & quidem ab aequalibus lateribus comprehensorum. Tertia aequalitas est totius trianguli cum toto triangulo, quam tamen Euclides *ὅμοιων περὶ τὸν ὅλον* secundam fecit, cum tamen coepisset ab aequalitate laterum. Hanc duplicem reliquam aequalitatem & angulorum, & triangulorum, ut demonstrat Euclides *ἐφαρμοσίη* & convenientiam assumit, superpositis & applicatis triangulorum lateribus inter se. Itaque (ait Proclus) demonstrationis euclidicae causa est *ἐφαρμοσία* convenientia, demonstrationisq; tota ab ipso statim principio conclusa, ut Euclidis iudicio *ἐφαρμοσία*

Y funda

Fundamentum statuatur infinitorum, quæ deinceps per 4 p 1 demonstrantur. Itaque Euclidis ista demonstratio per convenientiam consideranda imprimis ideo est, quod inde cognoscimus tres antecedentes propositiones eadem convenientia multo verius & perfectius demonstrari potuisse, solamque regulæ convenientiam in illis problematis demonstrandis fuisse necessariam. Hoc (inquam) demonstrationis euclidæ genus tam expeditum tamque facile vehementer amplector. Atque utinam plerisque locis aliis facilitatis hujus tam studiosus Euclides fuisset, minus hodie nobis laborandum esset. Exemplis pluribus *ἐκ τούτων* illustravimus 9 c 1. Verum si quis accuratius theorema ipsum penitusque intueatur, duo posita antecedentia causam demonstrationemque continent duorum consequentium: primo basium æqualitas ex æqualitate anguli cum angulo deducitur. Nam si statuisset Euclides æquales angulos qui cruribus congruerent, sicuti ad hanc propositionem & imprimis ad octavam postea Proclus statuit, & postea Vitellio usurpavit, & Euclides ipse ad 23 p 1 problematice proposuit: si inquam statuisset Euclides æquales angulos esse, qui cruribus congruerent, ad illud principium propositio quarta assumptionem syllogismi suppeditaret. Hic æquales esse angulos æqualium laterum qui cruribus essent congrui. Itaque bases æquales esse, quia bases etiam congruerent & unæ essent. Ex qua conclusione assumitur pro reliquis angulis: at hic æqualium laterum bases sunt æquales, ergo sunt æquales anguli. Enimvero diligentius & accuratius considerandum est, quod hic admoneo. Est enim principium obscuritatis permagnæ ex uno axioma æqualium angulorum præterito. Atque inde elenchus admirabilis est ortus (de quo tertio scholarum mathematicarum libro admonuimus.) Etenim posito axioma illo tanquam propositione syllogismi theorema Euclidis assumptionem & complexionem suppeditaret, ac jam positis & concessis antecedentibus, de consequente dubitate hominis fuerit logicam syllogismi doctrinam plane ignorantis, singulæque humani iudicii fundamenta subvertentis. Ante verò mathemata omnia falsa sint quam positis in syllogismo propositione & assumptione complexio non vera ponatur & concedatur. Theorema igitur in duabus primis partibus sine convenientiæ principio sua ipsius luce clarum & evidens erit, quod multo clarius esset & evidentiùs, si esset ipsum suo loco & ordine positum. Trianguli enim simplicis doctrina prior est quam comparati. De trianguli simplicis ratione in suis lateribus & angulis propositiones sunt primæ 5. 6. 18. 19: & in exterioribus angulis 32 & 16. tum de trianguli æqualitate cum triangulo erit propositio 8. 7. 4. 26. Reliqua deinceps doctrina de comparatione triangulorum primo & sexto libro habetur. Quamobrem Euclidis demonstratio per convenientiam probanda quidem & laudanda est ob eam præcipue causam, quod inde intelligamus per talem convenientiam tria præcedentia problemata demonstrari multo facilius & verius potuisse, quam hystorologia circulorum utcumque conclusa est, sed multo tamen viciniore demonstratio est consequentis propositionis & concessione antecedentis. In utroque enim argumento ratio quidem certa

certa est, sed in convenientia est communis, hic est affiniore, & reciproca, ut apparet in 8 & 26 p. 1. Quamobrem licet hinc jam serio *comprobat*, deque geometria commodiore statu melius sperare, cum propositionum quatuor primarum obscuritatem nullam videamus. Veruntamen in ista de triangulis planis geometria id etiam monendum est, plerumque esse sphericis communia. Hæc enim propositio primum tota communis est, ut constat apud Regiomontanum de triangulis 36 p. 3, & probatio per æqualium triangulorum axioma etiam cōueniet.

§ *Æquicrurorum triangulorum anguli ad basim inter se sunt æquales, & productis æqualibus rectis sub basim anguli æquales inter se sunt.* Contra & propositionem & propositionis demonstrationem quæri multa possunt. Propositionis primus author Thales Milesius fuisse perhibetur, & ei gratia propterea sunt habenda. Verum proponit ista propositio de triangulis æquicruris, ut videri possit comparatio de pluribus esse cum de unico agatur, deinde specialiter proponit, quod commune est omnis trianguli duo latera æqualia habentis, sive æquilaterum sive æquicrurum fuerit. Imo (ait Geminus) trianguli permixti cōmune id est: Demonstravit enim. Si duæ lineæ rectæ æquales, in lineam similem, seu rectam, seu rotundam, seu helicem cylindraceam incidit, angulos ad basim æquales esse, & si anguli ad basim sint æquales, latera quoque esse æqualia. Hoc primum est in propositione. Secundo quærit hic Proclus, quorsum laterum productio cum exterioribus angulis nusquam postea Euclides utatur? Deinde responderi eodem more Rhetorum Euclidem præponere tanquam præsidium quo esset usus, rus adversus calumnias. Proclus talis est ad septimam propositionem. Verum dici potest additionem propositionis quintæ in thesim quartæ incidere, cujus conversa quædam sit vigesima sexta propositio. Atq; hæc nimirum cōversiones sunt, quibus Proclus dicebat ab Euclide totum cum parte cōverti. At prima pars reciprocatur, & secunda cōsecrariū est primæ. Atq; hæc de propositione, demonstrationis inquisitio non minor est, quæstio est de æqualitate interiorum angulorum unius trianguli. Euclides probat per exteriores angulos adhibitis & tertia propositione lineis decem & quarta propositione triangulis quatuor, quæ hysterologia manifesta est, cum de unius trianguli proprietate agatur, comparationem triangulorum pro argumento demonstrationis usurpare. Pappus id vitium in Euclide de interioribus per exteriores demonstratis quodammodo animadvertit, simpliciusq; uno triangulo, tanquam sibi ipsi lateribus oppositis superposito interiorum angulorum æqualitatē sine exterioribus angulis demonstravit. Verum & Pappus ipse in hysterologia licet minorem, attamen incidit, quia de simplici triangulo per cōparationem triangulorum agit. Atq; hæc de interiorum angulorum demonstratione. Exteriores iterum demonstrat Euclides per collationem triangulorum ad thesim quartæ propositionis: Deniq; Euclides in hac propositione demonstratio ad unius simplicis trianguli proprietatem declarandū, adhibet comparationem sex triangulorum, quæ hysterologia præcedentibus etiam major est. Verum axioma angulorum æqualium cum thesi propositionis rem perspicue demonstrabit, quia anguli duo habebunt æqualium laterum bases æquales.

Y 2 les.

les. Itaque trianguli æquicruri proprietas ista protinus ex axioma assumetur: idemque de triangulo æquilatere & vario assumetur, quod omnes anguli sunt æquales, quod nulli anguli sunt æquales.

6 Si trianguli duo anguli æquales inter se sint, & sub æquales angulos subtensa latera æqualia inter se erunt. *Arriſtoph.* est quinta propositio, sed multo disertius expositum quam fuit hypothesis antecedens. Hic enim de triangulo generaliter agitur, nō de æquicruro, restat tamē & hic Gemini ratio, quod id cōmune sit etiam curvilineorū. Quomodo tamē possit ista ppositio intelligi ut sit omnino catholica & ex illa antecedēte hypothesis, istaq; cōversa possit & debeat una ppositio fieri sic. Si trianguli duo latera sint æqualia, duo anguli erunt æquales: & si duo anguli sint æquales, duo cōtiam latera erunt æqualia. Demonstratio Euclidis habet hic impossibile ex quarta theſi, quia sequeretur triangulū totū suæ parti æquale esse: imo (inquam) sequeretur impossibile triplex ut bases inæquales essent æquales, ut anguli inæquales essent æquales. Sed hystorologia est eadē superiori de proprietate unius triāguli per collationē multorū triāgulorū philosophari. At impossibile multo brevius cogi potuit, ut in nostra geometria. Atq; utraq; ppositio & quinta & sexta sunt cōmunes sphericorū, ut constat ē 40 & 41 p 3 apud Regiomontanū. Sed quærit præterea Proclus, cur Euclides secundā partē quintæ propositionis nō cōvertit & ipsemet *ἐν τῇ ἑκστῇ* ejus convertit. Si productis lateribus anguli sub basim sint æquales, duo latera quoque esse æqualia, quod per quartā & sextā demonstrat, respondet id postea perspicuum fore per 13 p 1. at verō ad 13 p 1. additio illa melius esset facta, ut tum diceretur a nobis.

7 Super eandem rectam duabus eisdem rectis aliæ duæ rectæ æquales altera alteri non cōstituentur ad aliud atq; ad aliud punctum, ad eandem partem terminos eosdem habentes cum primis. Propositio ista mirificè per negationē proposita est. Propositio scientiæ propria (ait Aristoteles) nō solū affirmata debet esse, sed affirmata veritatis necessariā, essentialis, reciproca, deniq; nullā debet habere doctrina ppositionē nisi catholicā. Nam ex negatione neq; demonstratio, neq; syllogismus est. Quid ergo tollendane est ē Geometriæ finibus ista ppositio? Proclus negat, quia sit utilis ad demonstrationē octavæ, & ad astronomiā plurimū prosit. Verū octava per solā *ἐφαρµογήν* magis geometricè demonstratur, et si qua utilitas sit negatæ ppositiōis, eadē erit affirmatæ. at si affirmetur, incidet in octavam propositionem. Sic enim erit. Si super eandem rectam duabus rectis duæ rectæ conterminæ & æquales inter se eodem versus ducantur, in idem punctum convenient. Quod idem est ac si diceretur. Si bina duorū ejusdem basis triangulorum contermina latera separatim æqualia eodē versus ducantur, convenient in idem punctū, ideoq; æquabuntur anguli angulis & triangulum triangulo. Ponit igitur hæc propositio quatuor, primo eandē basim, secundo rectas binas sigillatim æquales, tertio ad eandem partē, quarto eodē terminos equaliū. Sed hoc quartū secundum potius esse debuerat, unde concludit nō ad aliud atq; ad aliud punctū conventuras. Quare si res proponatur (ut dixi) nō tollo quidē ppositionis hujus usum, si quis est, sed ppositionē *λογιστικῆς* & *ἀστρονομικῆς* instituo, ut usus inde facilius & præptior habeat. Proclus valere putat ad astronomiā

astronomiā ad instantias, qualē etiā ipse cōminiscitur 48 p 1, at valebit ad ea omnia & ad plura, si melius instituatur. Hoc verō solū fuit si tam perspicue dicere tur impossibile nullū esset, quo propositio octava demonstraretur. Quid tum inquam? an non aliter poterat demonstrari? Poterat enim per quartam. Sunt enim duo triangula ad illam thesim comparata, laterum etiā omnium æqualitate posita, quæ applicata cum basim æqualem habeant, angulum quoque æqualem habebunt angulo, sub æqualium laterum basi. Denique optima illa ex æqualium angulorum axioma demonstratio aderit.

8 Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant alterum alteri, habeant etiā & basim basi æqualem, angulum quoque angulo æqualem habebunt ab æqualibus rectis comprehensum. Dic, Triangula inter se æquilatera sunt æquiangula, totam istam grammaticam tot verborum comprehenderis. Euclides *ἐξ ἑκαστοῦ* hic adhibet, ut in quarta propositione, quod etiā studiose & attente considerandum est, sed impossibile adhabet ē septima propositione, ut illic adhibuerat, verum sine impossibili potest convenientia probari, si septima propositio affirmaverit id cuius contrarium negat. At requireretur hic quid septima & octava propositio differant, cum utriusque data sit hypothesis una: utraque enim ponit æqualitatem & basim & laterum: differre tantum videntur qualitate & consequente, quod septima convenientiam totius trianguli cū toto ex antecedente suo deducit, octava ex eodem antecedente deducit præterea æqualitatem angulorum. At ista differentia nihil habet ipsa diversum. Nam posito illo antecedente, ubi convenientiam concluderis totius cum toto, angulorum etiā æqualitatem ē convenientia illa concludes: itemque ubi ex eodem convenientiæ antecedente angulorum æqualitatem concluderis, indidem potes & convenientiam concludere. Quare si res spectetur propositio una est, nec duas factas ob aliam causam video, quam ut Euclidi syllogisticæ demonstrationes suppeterent ad octavam demonstrandum. Verum octava ista ex æqualium angulorum axioma (ut dixi) & propositionis ipsius hypothesis multo verius accuratiusque demonstraretur, & hic rursus locus est, ubi axiomatis unius omisi geometricum dispendium percipitur. Proclus istud axioma ad 4 p 1 veluti per cæcellos obscurius animadvertit, cum ait: angulorum æqualitatem sumemus juxta convenientiam laterum in rectilineis, in cæterisque omnibus ejusdem speciei. At hic paulo clarius idem percipit, cum ait. Videtur autem verticalium angulorum æqualitatem laterum illos angulos comprehendentium basimque æqualitas facere: tandemque post expositionem paulo hac de re pleniorē. Certum igitur est (ait) dicere quod & basis eadem & latera æqualia ipsius anguli æqualitatem determinant. Sed hac de re etiā plenius ad 23 p 1. Sit igitur illud axioma. Anguli cruribus congrui sunt æquales: propositio hæc ex æqualitate laterum assumptionem dabit. At hic sunt cruribus congrui, quia laterum æqualium æquales sunt bases, unde si logicus es, concludito. Ergo anguli sunt æquales. Sic igitur quarta, quinta, sexta, octava propositiones tam faciles essent adhibito illo axioma. Geometria autem octavæ propositionis hujus non solum communis est sphericorum

triangulorum, sed conversio etiam in sphaericis vera est, ut constat 54 p; Regio mon: quæ tamē in planis triangulis est falsa. Proclus putat octavam esse conversionem quandam quartæ: Repetit autem à Menechmo & Amphinomo mathematicis de geometricis conversionibus quædā, quod ἀντιστροφῆς conversio duas habeat partes, πρῶτης μὲν καὶ ἀντιστροφῆς antecedēs & conversum, & proprie conversionem esse, cum tota propositio in totum convertitur, ut si duo latera æqualia, duo etiam anguli, & si duo anguli, duo etiam latera: quandam esse conversionem impropiam & ἐναλλαγῆς potius quam ἀντιστροφῆς, qualis est conversio quartæ & octavæ. fallitur hic Proclus, conversio hic nulla est, sed prima & antecedens propositio de æqualitate omnium laterum, cuius ἀντιστροφῆς nusquam est in Euclide. Nec omnino verum est: Si duorum triangulorum terni anguli separatim sint æquales, ut latera sint etiam æqualia, quamvis in sphaericis triangulis sit verum, ut dixi. Laborat Proclus, ut hic methodum Euclidis tueatur, octava propositio est conversa quartæ, cur igitur statim nō postponitur quartæ, ut sexta quintæ quia (inquit) octava per septimam, & septima per quintam demonstratur: hoc item alienum. Nec enim est conversa (ut dixi) deinde non vult per septimam, nec septima per quintam demonstrari. Philo mathematicus hic etiam Euclidem in isto ordine reprehēdebat, quod octava posset sine septima demonstrari. Philonis demonstratio est per impossibile triplex apud Proclum. Sed impossibile Philonis nihil hic opus est (ut dixi) angulorum æqualium axioma totum demonstrationis huius pondus sustinet: ut sustinebit in 9. 10. 11. 12.

9 Datum angulum rectilineum bifariam secare. Theon demonstrat per 8 p 1. facilius demonstrabitur per axioma æqualium angulorum. Propositio Euclidis dupliciter specialis est, primum namque est de angulo rectilineo secando duas in partes æquales, id est in partes pares pariter partes 2. 4. 8. 16. 32. 64. & sic deinceps. Nam pars una quæque rursus bifariam secatur, & hanc duplicæ rationis progressionem in pariter paribus dichotomia ista continet, non autē generalis de quocumque angulo superficiario seu solido bifariam secando: imo dubium est, an res ipsa sit possibilis, ut de corniculari angulo. Secundo doctrina hæc Euclidis specialis est ad ἀγνῶσκειν. Nec enim angulus rectilineus data ratione & in quotlibet & qualescunque partes ista via secari potest, ut in partes impares, vel partes pariter, vel pariter simul & impariter. Rectus autem secatur trifariam. Si angulus æquilateri trianguli qui valet $\frac{2}{3}$ recti sectus bifariam statuatur ad angulum ipsum rectum. Nam reliquum erit $\frac{1}{3}$. Quod Vitellio docuit 28 p 1: sed è 22 & 9 p 1 elementi. Nicomedes omnē angulum rectilineum trifariam secuit, ait Proclus. Alii Archimedis helicibus excitati angulum rectilineum data ratione secuerūt, quorum doctrinam ut obscuriorem Proclus in tertium librum rejecit: ubi nos dicemus ea de re. Euclides circulum bifariam, angulum rectilineum bifariam, lineam rectam bifariam, peripheriam bifariam tantum secuit. Neq; vero sectio ista anguli rectilinei videtur in hystorologiam triangulorū incurtere, cum axioma æqualium angulorum latera & bases totidem cōsideret: sed angulus rotundilineus similiter secatur, sed bisecta basi in sphaericis.

10 Datam rectam finitam bifariam secare. Theon demonstrat per 4 p 1. Ergo per axiomata equalium angulorum. Atque hic sectio est in partes pariter pares ut antea, utrum verò asymmetria magnitudinum impediet, ne possit demonstratio sectionis hujus sine triangulis inveniri? Certe est propositio 9 lib 6 generalis ad istius non argumentum quidem, sed effectum, quæ docet rectam secare data ratione. Itaque ista propositio dissimilis nec specialis argumenti à nobis reuertitur. At sectio rectæ quæ utroque loco instituitur, in recta tantum valet, non valet in peripheria: 30 p 3 paululum diversa erit ad sectionem peripheriæ. At enim decima ista propositio quæstionem aliam attulit de magnitudine semper dividua. Magnitudo est continua quantitas, habet igitur partes communi termino contentas. Quæstio hæc Aristoteli inter gravissimas physicae *in quodammodo* quæstiones fuit, à quo plerique physici arguuntur individuum magnitudinem induxisse, ut 3 & 4 c item 5 c 3: item 1 c 6 physici. Anaxagoras (ut ex Philopono patet) librum de individuis lineis scripserat: item Democritus & Leucippus atomorum authores appellantur 4 cap 3 de calo: item Pythagoras & Plato 8 cap 3 de calo, & 7 cap 1 phil. Plato de individua linea appellatur: sed hi physici physico sensu vere id affirmare potuerunt, geometricum hic dogma est magnitudinem continuam, ideoque infinite dividuam esse, quod multis in geometria locis confirmari potest. Primo 9 p 1: ubi datus angulus rectilincus bisecatur quicumque sit. Secundo 10 p 1: ubi data recta bisecatur, neque omnino linea Platonis individua hic audiretur. Nam si linea sit, continua est, ideoque partes habet communi termino contentas. Tertio 2 p 3 recta duobus in peripheria punctis terminata cadit intra: unde concluditur, intra duo qualibet puncta lineam esse continuam, id est partes habentem communi termino contentas, ideoque dividuam. Quarto 30 p 3. Quinto & sexto 9 & 10 p 6: ubi *disproportionis* item, imo qualibet sectio postulatur, & modus ostenditur datam lineam rectam secandi data parte & data ratione, datam peripheriam bisecandi: Septimo definitiones decimæ fere omnes, unde concluditur asymmetras esse quasdam magnitudines, quibus metiendis nulla minima magnitudo sit: Octavo 1 p 10: ubi proponitur à data magnitudine perpetuo tolli posse plusquam dimidium: unde concluditur magnitudinem infinite esse dividuam: Nono 2 p 12: ubi statuitur rectilineum inscribi posse circulo majus quavis superficie minore, quam fuerit datus circulus, unde etiam concluditur rectilineum nullum circuli tantum inscribi, quin majus etiam inscribatur: unde etiam Archimedes ad 5 theorema 1 de sphaera assumpsit spatium nullum tam parvum esse, quin multanguli circulo inscripti segmenta minora dari possint. Decimo 4 p 12: ubi nominatim perpetua pyramidum divisio proponitur: Undecimo ad 17 p 12: sumitur bisectio peripheriæ infinita, unde & concluditur magnitudinis infinita divisio. Hæc igitur elementa geometrica sunt, in quibus tanquam principium postulatur & sumitur, magnitudinem infinite dividuam esse. Proclus vero vel apud Proclum Geminus ad 10 p 1 quandam ex impossibili demonstrationem attulit, Si magnitudo daretur minima magnitudines omnes fore symme-

symmetras, ut omnes numeri symmetri sunt, quia unitas minimus numerus omnes numeros metitur. Verum asymmetria magnitudinum vera est, ut constat è toto decimo libro, & constabit postea. Quare minima & individua magnitudo nulla est. Hoc argumentum apodicticum quidem nequaquam est, verum tamen est post illam continui definitionem præcipuum. Definitiones enim decimi asymmetriam definiendo postulant: & Aristotelis theorema, quod diameter quadrati sit asymmetra lateri, asymmetriam esse in magnitudinibus convincit. Itaque merito multis locis Proclus affirmat magnitudinem potentia infinite dividuam esse, principium esse geometricum, ut constat è tam multis antea citatis elementis geometrici principii loco assumptum esse. Quin Aristoteles ante Proclum hoc idem principium esse confirmaverat. Nam 2 cap 1 physicorum, cum geometriam negat tetragonismo Antiphonis postulantis multangulum in circulo tot angulorum, ut latera peripheriæ congruant, responsurum esse, quia tali postulato principium geometriæ tolleretur, principium hoc utique significavit, magnitudinem infinite dividuam esse, & 5 cap 1 de celo: cum maximum mathematicis rebus periculum creari, ait, si minima magnitudo inducatur, significat utique tot elementorum à nobis propositorum ruinam & cladem futuram. Quamobrem magnitudinem infinite dividuam esse, principium in geometricis esto: & principium de geometrica, non de physica magnitudine, & principium de potentia infinitæ divisionis, non de infinitatis actu. Itaque 1 cap 6 physici conatus Aristotelis valde levis est demonstrationem hujus principii tam solite comparantis: cum 2 cap 1 physici ut principium adversus Antiphontem postularit, cum revera nihil illic demonstret. 11 & 12 p 1. Hæ duæ propositiones respondent 11 & 12 p 11 de perpendicularis solidis. Atque in 11 propositione quamvis infinita recta non postuletur ut in 12 prop. attamen perinde statuenda est, id est tanta quanta sit opus, nam si punctum in fine detur, producenda linea est. Verumque verò problema est commune sphericis, ut patet 4 4 & 4 6 p 3. Regio montani. Utrum verò, ut rectarum æqualitas postulanda fuit 2 & 3 p 1, idque per regulam & congruentiam, sic modo postulandum gnomonis judicio perpendicularium. Neque enim præsens perpendiculari fabrica ulli extra pulverem geometricum usui videtur futura.

13 Si recta stans super rectam angulos faciat, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales faciet. Si angulos faciat (dixit) Nam si angulum tantum faceret, unus quantumlibet magnus duobus rectis esset minor, aut duos rectos, nempe si status rectæ tantus sit *ἀναπέμψαντος ὡς ἀπὸ πρὸς*, non inclinatus, non propensus, æquales anguli sunt. Possibile est, aut duobus rectis æquales, nempe si status sit inæqualis propensusque in hanc, quam in illam partem, anguli quidem inter se sunt inæquales, sed ambo tamē duobus rectis æquales. Proclus in hac propositione disjunctionem admonet non satis eleganter expositam, quia prima pars in secunda continetur. Recti enim duo sunt duobus rectis æquales, & id solum conversum est proxima propositione, non autem tota disjunctio. Sed propositio etiam alio elencho vitiosa orationis laborat: Sententia enim ejus est.

Si recta

Si recta insit in rectam, æquat deinceps angulos duobus rectis: Hæc enim sententia convertitur. Demonstratio Theonis hic usurpat. Quæ eidem æqualia: quoniam 3 particulares æquantur 2 rectis, & 2 obliqui æquantur 3. Ergo etiam duobus rectis. At convenientiæ axioma promptius erat, quoniam eundem locum occupant. Nos confectarium fecimus in geometria 8 c 5 l.

14 Si ad aliquam rectam & ejus punctum duæ rectæ non ad easdem partes angulos deinceps duobus rectis æquales faciant, inter se erunt rectæ. *Avrispov* est superioris, ut putat Proclus, sed non multo disertius expressum quam propositum est antecedens. Conversio enim cõnexi fuisset, si recta æquat duos deinceps angulos duobus rectis insit in rectam, neque jam contra faciet instantia qua differitur, æquales esse angulos duobus rectis, & à duobus rectis contineri non esse reciprocum, ut in hac figura videbis si rectas deleas: Nā quatuor peripheriarum figura duos angulos habet æquales duobus rectis, ut antea ex Pappo dictum est. In hoc enim exemplo recta nulla fuerit, angulos



verò deinceps appellat geometres, inter quos nullus est angulus. Quare non est in litera Euclidis simplex antecedentis conversio, sed confectarium quoddam in quo Proclus tria notavit. Primum quod ad punctum non ad puncta. Nec enim sic duæ continuarentur. Secundum quod rectæ sint deinceps. Infinitas enim licet ad unum punctum non continuas sumere. Tertium quod non eadem parte. Nam ad easdem partes nihil impossibile fieri namque potest ut duæ rectæ deinceps non continuæ ad datæ rectæ punctum eodem actæ, duos angulos duobus rectis æquales faciant, ut si obversus rectum & unam tertiā, & deinceps angulus reliquas duas tertias habeat, ut hic vides.



Id enim sic ostendit Proclus, & idem Porphyrius apud eum aliter ostendit. Atque ut videtur agere sophisticè cum angulosumat non deinceps, sed alterum faciat alterius partem. Demonstrat autem Euclides hanc propositionem ut antistropha solet per impossibile, quia totum parti æquaretur.

15 Si duæ rectæ se mutuo secant, angulos ad verticem æquales efficiunt. Cõvertit etiam Proclus hanc propositionem hoc modo.

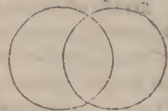
Si ad aliquam rectam duæ rectæ non ad eandem partem sumptæ, faciant ad verticem angulos æquales, inter se erunt rectæ. Tum demonstrat & recta demonstratione è proxima & ad impossibile. Verum (ut de superiore dixi) conversio hic nulla est. Nec enim id in consequente fuerat, quod in antecedente ponitur, sed est quædam è præcedente propositione assumptio. Conversio autem connexi fuerat.

Et si duæ rectæ angulos ad verticem æquales faciant, se mutuo secabunt. Non est autem reciprocum duos angulos ad verticem æquales esse, & duas rectas mutuo secari, cum in duobus circulis se mutuo secantibus anguli lunulares ad verticem sint æquales, non tamen à rectis lineis facti. Nec omnes ad verticem sunt æquales, ut

Z in hac

in hac sectione circulorum anguli convexus & concavus.
ille enim major est, hic minor.

COROLLARIUM.



Ex his sane manifestum est, quod si duæ rectæ secant sese, quatuor angulos quatuor rectis æquales efficiunt. Hoc primum est Euclidis corollarium à Theone prætermittum, positum tamen à Proclo nominatim & Euclidis attributum, à quo etiam libros corollariorum scriptos esse ait, sicut ex hoc corollario invetum admirabile à Pythagoreis theorema planis figuris tantum tribus compleri locum.

16 Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus utrobet interiore & opposito maior est.

Prima Euclidis doctrina de exterioribus angulis fuit propositione quinta, secunda nunc est, decima sexta. Demonstratio Euclidis per 10. 15. 4 p. 1 non difficilis est, facilior tamen erit per axioma angulorum æqualium, sed longè difficilima per 32 p. 1. quæ ipsa generalis est ad hanc, ideoque hysterologia post 1 p. 1 & secunda & quidem 32 p. 1. absque hac demonstrari potuit: Proclus autem hic paulo liberior est, refertq; theorematum causam ad inclinationem laterum majorem & minorem. Ex eoq; tibi considerandum est (ait) quomodo rerum ortus veras quæstionum causas in conspectum nobis afferunt: Hæc Proclus in quo laudandus ille quidem est, quod demonstrationem ex causis tam curiose repetat, sed multo magis esset laudandus si sequeretur: Hæc enim causa est ex axioma æqualium angulorum, quod tamē in demonstrando non adhibet, adjungit autem hic duo corollaria. Primum.

Tres rectæ æquales ab eodem puncto in eandem rectam non cadunt.

Quia exterior interiori opposito esset æqualis, & inæqualis. Secundum.

Si duas rectas recta tangens, faciat exteriorem angulum interiori opposito æqualem, triangulum non facient.

Quia exterior eidem esset æqualis & inæqualis: sed hoc consensu secundum est secundæ parallelarum proprietas.

17 Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt, ubi vis assumpti.

Demonstratio Euclidis ex præcedente & decima hic assumpta est: qua interiorum angulorum ratio per exteriorem probatur: minorq; est hysterologia, quam fuit antea, attamen Proclo non probatur: ita nescio quomodo seipomet liberior & præstantior effectus est, cum in præcedente, tum in hac imprimis propositione. Demonstrat (ait Euclides) rationem interiorum per exteriorem. At accidens non necessarium necessariæ affectionis causa esse non potest: productum trianguli latus est accidens non necessarium: duos interiores duobus rectis minores esse affectio trianguli necessaria est, non potest igitur productum latus causa hujus affectionis esse. Itaq; potest illud idem sine producto latere demonstrari, ut si à vertice trianguli recta ducatur in basim, ambo deinceps anguli duobus rectis sunt æquales, & tamen cum sit uterque exterior interiore & opposito maior, ambo etiam iisdem oppositis majores, idemque de reliquis angulis probari po-

bari potest. Hæc (ait Proclus) demonstratio simplicior & accuratior est Euclidis demonstratione, nullo quippe dati trianguli latere producto, & tamen (inquam) nequaquam legitima, quia causam non habet. Proclus autem idem multo verius causam inæqualitatis hujus repetit ex inæquali laterum inclinatione & distantia, id est ex nostro axioma: ut si erigantur ex angulis trianguli perpendicula, rectorum excessus manifestissimus sit. Atque ista nimirum per undecimi axiomatis conversam ratio prompta sit: Duo quilibet ad basim anguli minores sunt duobus rectis, quia latera concurrunt. Itaque si axioma illud Euclidis concedatur, & *ἀντίρροπον* pariter concedendum fuit, ut tum est disputatum. Hæc enim conversa est illius axiomatis.

Si rectæ recta connexæ faciunt angulos interiores duobus rectis minores, concurrent. Et.

Si rectæ concurrant, connexæ recta facient angulos interiores minores duobus rectis.

Illa enim tum fuit instantia Gemini de Euclide conquerentis, quod principiorum *ἀντίρροπα* non faceret principia. Quare propositio ista principium esse debuit, aut sane protinus ex principio illo deduci. Hinc verò corollarium deduxit Proclus. Duæ perpendiculares ab eodem puncto in eandem rectam duci non possunt. Anguli nempe duo ad basim, recti essent, & duobus rectis minores. Sed adversus utramque propositionis hujus utriusque demonstrationem, & si gravis est inquisitio Procli, quod causam veri non doceat, multo tamen est illa ratio trielima secunda propositione gravior, quæ generalis est ad illam superiorem, ut dixi, & ad istam, ideoque si præposita esset illa hæc utraque, ut speciale confectarium deduceretur. Hæc igitur primi libri hystorologia est tertia. Itaque mirum Procli in his commentariis ingenium est, qui hæc etiam sophismata defendat, ut appareat, si quid aliquando liberior & magnificentius loquatur, non ex suo ipsum, sed alieno sensu loqui. Geminus videlicet, Pappus, Apollonius alii quis istam libertatis & veritatis philosophiam expresserat: habenda tamen Proclo etiam gratia est, quod aliquando Geometriam pluris, quam Geometriam fecerit, ut in causis duarum propositionum proximarum.

18. *Omnis trianguli major latus majorem angulum subtendit.* Aequalitatem angulorum ex laterum aequalitate quinta propositio docuit, ut sexta laterum aequalitatem ex aequalitate angulorum. Inæqualitas contraria docetur duabus proximis propositionibus. In vario autem triangulo inæqualitas maxima, media, minima est, tum laterum, tum angulorum: In æquicruto major simpliciter & minor est: In æquilateris hæc theorematum locum non habent. Itaque ut aequalitas illa duobus generibus æquilateris & æquicruris, sic inæqualitas ista duobus æquicruris & variis convenit. Propositio igitur non satis accurata est, cum ait omnis trianguli, quia ista inæqualitas non sit omnis trianguli: demonstratio autem propositionis per 5 & 16 propositiones non est obscura valde. Causa verò consequentis in propositione est antecedentis, latus nempe subtendens est basis anguli, ut ante Proclus docuit, & hic diserte ait. Manifestum autem quod causa hujus affectionis est lateris ipsius angulum subtendentis *ὁ ἀγὼν ὑπὸ τῷ μέγιστῳ ἢ ἐλάττω* excessus secundum magnitudinem aut defectus. Quo iterum loco Proclum admiror tam legitime

philosophantem, sed constantiam requiro in cæteris similem. Axioma igitur æqualium angulorum hanc etiam demonstrationis causam præstabit, & quidem communem cum triangulis sphericis, ut Regiomontanus 43 p 3.

19 Omnis trianguli sub maiorem angulum majus latus subtenditur. Conversa est præcedentis, sed accuratioris similis, accurata autem propositio tota fuerat.

Trianguli majus latus subtenditur maiori angulo, & major angulus maiori lateri. Demonstratio Euclidis per latus positum non æquale, quia angulus major esset æqualis non minus, quia minorem angulum subtenderet, non difficilius est superius, sed nec accuratior. At causa eadem est superiori. Nam quia angulus angulo major est, æqualium laterum maiorem basim habebit. Et illa apodictica causa est, quam Euclides huc asserere debuit. Axioma itaque unum etiam hic sufficiet, & sufficiet etiam sphericis, ut Regiomontanus 42 p 3. Atque hic etiam angulum & triangulum conjuncte consideramus.

20 Omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt utlibet assumpta. Euclidis demonstratio per 5 & 19 non est valde difficilis, sed est tamen præpostera, & ex sola rectæ lineæ definitione, si demonstrabilis esset, demonstrari poterat. Nam intra duo puncta recta cæteris lineis brevior est. Respondet 20 p 11 & commune est sphericis, Reg. 37 p 3.

21 Si trianguli super unum latus ab extremis duæ rectæ intus constituentur, constitutæ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem sunt, maiorem verò angulum comprehendunt. Propositio exquisitè jubet, ut exteriorum & interiorum laterum sit una & eadem basis. Secus fieri posset, ut & interiores essent majores exterioribus, & angulum minorem comprehenderent, ut hic vides. Quod unum è Geometriæ mirabilibus Proclus esse ait, ut comprehensæ lineæ sint majores comprehendentibus, & comprehendens angulus sit minor comprehenso: at dictum hic aliud est, aliud res & exemplum: Verba enim non intellecta mirabilia sunt, res minime. Et si quid mirabile sit, tam mirabile est angulum contentum maiorem esse continente, quam contentas rectas continentibus. Pappus idem mirabile miratur tertii libri theorematis tredecim: tantum nugæ otiosis hominibus placuere. Demonstratio demonstrat primam partem per 20, & secundam per 16 p 1. At prima pars si res non ambigue proponatur, per se manifesta est, ambitum nempe contenti trianguli ambitu continentis minorem esse. Id enim principium est Archimedi in libro de sphaera: & secunda pars axiomate angulorum æqualium manifesta est. Nam si trianguli continentis latera contenti lateribus æqualia sentur, basis continentis erit minor, ideoque angulus minor. Pars autem theorematis huius de lateribus cõvenit sphericis, ut patet 38 p 3. Reg. Pars de angulis repugnat, ut patet 47 p 3.



Itaque
Angulus

Angulus maior æquatur tribus angulis cuspidatæ figuræ. ut in figura. Nam pars ejus utraq; exterior æquatur utrique interiori opposito. Vitell. 33 t. 1.

22. Ex tribus rectis, quæ sunt æquales tribus datis rectis triangulum constituere, oportet autem duas reliqua majores esse, utlibet assumptas, quia etiam omnis trianguli duo latera reliquo majora sunt utlibet assumpta. Problema hoc causam proponit præter Euclidis morem, nec constituit triangulum è datis, quæ jam certam positionem habeant, sed ex æqualibus, imo ex æqualibus æqualium: Tres autem datæ quantitatem laterum definiunt quibus velis triangulum constituere.



Nam datis tribus æqualibus, æquilaterum, duabus tantum æquicrurum, datis autem tribus inæqualibus varium constituere licebit. Itaque propositio ista generalis est ad primam, & præposita, ut potuit & debuit, primam inanem & otiosam aut recte confectarium faceret. Demonstratio enim causam, si quid opus fuisset, addidisset. Proclus in hac demonstratione citat Euclidem ad verbum. At verba illa nequaquam cum Theonis verbis conveniunt, ut ex hoc loco, & plerisque aliis notissimum sit, Theonis orationem Euclidis orationem non esse, argumenta tamen plerumque eadem sunt. Demonstratio hic tertia propositione utitur, quæ (ut dixi) non propositio sed postulatum esse debuit, quod idcirco doceo, ut pateat istam propositionem statim post definitum triangulum statuendam esse, nulloque prorsus Geometriæ dispendio: imo verò compendio magno. Speciales enim de triangulorum specialibus fabricis doctrinæ hac una generali contentæ erunt. Atque ista est nimirum aristoteleæ methodi singularis utilitas: quod tautologia evitetur, & res una semel doceatur: & tamen fabrica ista tam postulanda sit quam, æquatio linearum ad 2 & 3 p. 1: quam postulatur ab Euclide fabrica circuli 3 post: quam postulatur spheræ, conici, cylindri 14. 18. 21 d. 11: Hic enim postulare triangulum æquale dato est postulare latera æqualia.

23. Ad datam rectam, & in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere. Atqui (inquam) axioma nostrum hoc est in problematis speciem conversum. Interrogetur enim jam Euclides quomodo angulum angulo æqualem facias. Respondebit, si laterum æqualium bases æquales facias: Idemque prorsus de angulo solido respondebit ad 26 p. 11. tum enim anguli cruribus congruent. Bene igitur res habet, non jam nobis antiquorum geometrarum geometria è commentariis Procli tam solícite eruenda erit. En nobis in ipsa elementorum officina à geometra elementorum mercatore merces istæ propalam collocantur. Anguli sunt æquales (ait hic Euclides, & Euclidis successor Theon) qui cruribus sunt congrui. Quare magna gratia Euclidi pro tanto beneficio habetur: unde liceat bonam magnamque de triangulorum doctrina partem tam perspicue demonstrare. Neque vereamur ne nobis obsiciatur axioma istud ab Euclide demonstrari, proptereaque non aliunde quam ex hoc problemate & è

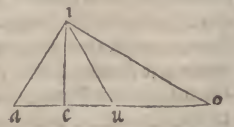
propositionibus antecedentibus sumi posse, quia propositio hæc utatur 22.

Z 3. 20.8.33

20. 8. 3 p 1. Tot enim propositiones, si retexatur series ad initiū, hic reperiuntur. At (inquam) tela ista jam nobis retexta est. Primo jam patuit 18 & 19 p 1 angulum & triangulum conjuncte considerari, ē ternis quippe lateribus: Deinde patuit 3 p 1 postulari debuisse: 20 p 1 cōsecrarium ē trianguli vel etiam ē recta definitione protinus fuisse: 2 p 1 fuisse contentam sola cōvenientia: item 22 p 1 sola 3 p 1 usam esse. Itaque 23 p 1 potest protinus ex ipsa principiorum luce accipi: Vendis enim aquam ē Sequana haustam: abs te emere nihil cogor: haurienti ex eodem flumine par & idem jus habeo. Quamobrem magnam spem ad illustrandum & conformandum statu meliorem geometriam hoc unum axioma nobis attulit, nec adhuc subsidij majus ullum offendimus. Sed problema istud Qenopides invenit, ut antea invenit secundū perpendicularum: problema verō speciale est. Nec enim de æqualitate cujuslibet anguli cum quolibet angulo, quod fieri non potest: duo enim tantum genera curvilinearum angulorum rectilineo æquantur lunularis, ut prius est dictum: & *ωελνεσιδης*, securi similis, qui ipse etiam lunularis est, & fit ē duobus circulis per altera centra descriptis. Ac quatuor enim talis angulus *Διμοίω τῆς ὀρθῆς* duobus tertiis recti, quod probari potest ē propositionibus tertiis, de quo propterea tum dicitur. angulum dato brevius per æquales peripherias quā in æqualibus circulis æquales angulos auferunt, sed hysterologiam in Apollonio Proclus arguit, quam tamen tot in Euclidis locis animadvertere nullam potuit.

24 & 25 p. Hæ duæ propositiones sermonē habent quartæ & octavæ. Correximus in geometria & propositionem & propositionis demonstrationem ex axioma angulorum: utraque uerō propositio est communis sphaericis 50 & 51 p 3 Regiomontani.

26 Si duorum triangulorum duo anguli duobus angulis alter alteri sint æquales, unumque latus uni lateri æquale, aut ad æquales angulos, aut uni æqualium angulorum subtensum, reliqua quoque latera reliquis lateribus æqualia erunt, alterum alteri & reliquus angulus reliquo angulo. Propositio de lateris æqualitate cum latere disjunctionē videtur habere specie super vacaneam, at revera, ac veritate necessariam. Secus enim disjunctione omissa accidet triangulum multo majus, minori tamen æquale esse, quod apud Proclū Porphyrius diserte & accurate exposuit. Sit enim triangulum (ait) *a e i* recto angulo *a e i*, jam erigatur ad *i*, angulus æqualis angulo *a*, rectaq; *a e* producat in *o*, latusque æquati anguli ad *i* similiter producat, concurrent tandem quia duobus rectis minores faciunt, & concurrant ad punctum *o*. jam triangulum *e i o* æquaretur triangulo *a e i*, quia duos angulos duobus æquales habet & latus commune: quod falsum est: falsi autem causa est, quod latus æquale nec est ad angulos æquales, nec basis est æqualium. Quod autem primum triangulum minus sit secundo judicetur ex eo, quod ejus parti sit æquale. Detur enim angulus *e i u* equalis angulo *a e i*, & cōnectatur recta *i u*, thelis erit presentis propositionis, proindeq; triangulum triangulo erit æquale: ut hic vides.



Atque

Atque hæc Porphyriana propositionis hujus est expositio. Caterum 4 & 26 p
1 ē triplici thesi eandem laterum æqualitatem colligunt. Itaque ē duabus feci-
mus 2 & 7, & eodem æqualium angulorum axioma conclusimus. Pars prima
convenit sphericis 42 p 3 Regio. secunda non item. *Itaque*
Perpendicularis à vertice æquicruri in basin, bisecat triangulum in duo æquilatera. ut patet per
tertiam partem.

P R A M I M A T H E M A T I C A
R U M S C H O L A R U M L I B. 9. I N
secundam partem primi elementorum.

27, 28, 29. p.



Aeneas ut putat Proclus, executus est Euclides doctrinam triangu-
lorum, deinceps secunda libri parte de parallelogrammis agit, ad
eorumque ortum parallelas rectas interpretatur, unde parallelo-
gramma fiunt. Quod verum quidem est, tametsi de triangulis possi-
ca erit, & in hoc & in sexto libro. Neque omnino Euclides ullam sibi
generum distinctionem & methodum, sed ē logicis legibus unicum illud *κατα-
σκευασ* sibi proposuit ad necessarias conclusiones, quas demonstrationes puta-
bat, Aristoteles autem apodicticam logicam nullam sibi Euclides proposuit. In
rectis autem parallelis recta sectis est symptoma triplex *λεγοντες τρις οὗτοι οὗτοι
σποδοι* (ait Proclus) quod anguli interiores alternis sint æquales, quod eadem
parte exterior interiori & opposito, quod interiores eadem parte duobus re-
ctis & ex his singulis parallelæ dijudicantur: alii geometræ tres similes proprie-
tates addidere, quod parallelæ habeant primo duos exteriores alternos aqua-
les, secundo exteriorem & interiorem alternos æquales duobus rectis, tertio ex-
teriores eadem parte duobus rectis æquales, quæ tres proprietates similiter cum
parallelis recipiuntur. Prima autem est omnium proprietas interiores duo-
bus rectis æuari ē perpendiculo nempe cōmuni, quo parallelismus dijudica-
tur, atq; ex illa primi & exterior interiorq; concluduntur. Itaque confu-
sus hic ab Euclide proponuntur. Sed Aeneas Hieropolita hic aliud in Euclide
reprehendit, quod trium proprietatum unicam 27 p, reliquas duas 28, o-
mnium autem conversionem 29 p comprehendisset. Verum enimvero Ptole-
maeus demonstrat tertiam proprietatem & eius conversam sine undecimo a-
xioma, ut deinde tertia proprietate utatur ad demonstrandum undeci-
mum idem axioma. Antecedens autem proprietatis illius ita demonstrat. Si
duo interiores duobus rectis sint æquales, nec tamen sectæ parallelæ sint, con-
current utrinque pari argumento, & sic duæ rectæ superficiem concluderent.
Conversam autem ita probat. Si recta in parallelas cadens faciat interiores
inaequales duobus rectis, faciet majores aut minores, neutrum autem po-
test: Nam si faciat majores prima parte, secunda faciet minores, quia quatuor
interiores

interiores sunt æquales quatuor rectis per 13 p 1: & contra secunda parte dices similiter etiam fieri duobus rectis majores, quia sint inter easdem parallelas, ita fieret, ut iidem duobus rectis majores essent & minores. Quare si recta rectas parallelas secuerit, faciet interiores eadem parte duobus rectis æquales. Hac itaq; proprietate ita demonstrata, demonstrat undecimum axioma. Nam si secta non concurrant qua parte sunt anguli minores, multo minus concurrent aduersa parte ubi majores. Ita fient parallelæ, nec ideo per cõversam tertie proprietatis, interiores erunt minores duobus rectis. Quare concurrent. Disputat etiam Ptolemæus concursuras eadem parte, qua minores sunt duobus rectis. Sed istud nobis satis esto ad demonstrationem undecimi axiomatis. Contra tamen Proclus nescio quid argutatur Ptolemæum in demonstratione cõversæ abuti & argumentatione, quia divisio illa sit imperfecta: neque quæstionē concludat, sed Proclus captiose videtur agere. Nam & divisio plena est in æqua le majus aut minus esse, & impossibile deinde logico syllogismo concluditur. Tandem verò Proclus sic elusa Ptolemæi demonstratione, demonstrationem ejusdem axiomatis aliam accuratiorem affert: prius assumpto ex Aristotelis principio ad 1 lib de celo.

Si recta primam parallelarum secuerit, secundam secabit.

Quod Vitellio ex eo demonstrat 2 p 1, quia si nunquam secaret, esset eadem parallela secunda: ideoque etiam prima, quam tamen secuisse diceretur. Quare sit hoc ex Aristotelis principio principium.

Si recta parallelarum primam secuerit, secabit secundam.

Itaque Proclus non excusat Euclidem, sed emendati Euclidis laudem Ptolemæo eripit, & assumit sibi. Atque hic alter locus est deserti à Proclo Euclidis. Nam antea in anguli definitione Euclidem non probavit, neque jam probat in parallelarum affectione. Verum neque Euclides neque Ptolemæus neque Proclus satis logice videantur attendere quid hic agatur, Euclides sibi principium negationis assumpsit. Quæ rectæ non essent parallelæ, in quo fallitur: negationis enim non est scientia: neque hinc affirmatio demonstratur. Debuit igitur contrariæ affirmationis principium sumere hoc modo.

Si recta rectas parallelas secuerit, faciet angulos interiores eadē parte duobus rectis æquales: & si hoc, illud.

Id (inquam) Euclides affirmationis principium sumere debuit, tanquam de prima rectorum ē perpendicularis angulorum proprietate proxime derivatum. Nam perpendicularum inflexum quanto una parte obtusorem angulum facit, tanto altera parte facit acutorem, ita quod hic imminuitur ē rectio, illic augeatur: Ergo affirmationis principium illud Euclides assumere debuit: unde contraria negatio deduceretur. Qua in re Ptolemæus hactenus Euclide accuratior fuit, quod affirmationis propositionem præponit, unde negationis propositio deducatur. Sed tamen in hoc non satis logicus, quod ē causa quidem facit *αὐτὴν* propositionis: ex effectu autem antecedens: Nam parallelæ sectæ, tales angulos faciunt: Illic igitur est causa, hic effectus: deinde demonstratio Ptolemæi.

mai, & si vera, causam tamen nullam ostendit, sed tantum per impossibile, id est (ut Proclus ait) per accidens demonstrat. Itaque si Ptolemaeus causam e rebus perpendiculorum angulis spectasset, principium fecisset, neque demonstrationem quaesisset ejusmodi. Proclus denique ipse per Aristotelis propositionem paulo succinctius concludit, quam Ptolemaeus: Sed tamen ne illa ipsa Aristotelis propositio causa est quaestionis, sed consecrari ex eodem principio. Quare principii delectu iudicioque constituto tota ista controversia tollitur.

30 Theon sumptis utrinque ad mediam parallelis demonstrat per secundam legem parallelarum, & primum axioma. Proclus etiam brevius. Nam si extremae ad mediam parallelam inter se parallelam non essent, concurrerent cum media, neque essent ad mediam parallelam, imo vero melius etiam per secundum axioma demonstratur distantia aequalis additione. Sed hoc theorema tam principium videtur esse quam illud (Quae eidem aequalia) nam *ἰσότης* est aequalitas distantiae, & perinde est dicere (Quae ab eodem aequaliter distant, inter se aequaliter distant) Quare Zenoni isto loco adversus Euclidem legitima querimonia fuisset e principii indemonstrabilibus propositiones demonstrabiles efficientem. Haec igitur propositio nobis propositio non erit, sed principium, neque principium rectarum, sed quarumcunque linearum parallelarum.

31 Fieri vero potest parallela e peripheriis duabus invariato circino. quod secuti sumus.

32 Haec propositio generalis est ad 16 & 17 p. 1. & ea praeposita, ut debuit & potuit, vel ad Euclidis demonstrationem, superiores illae duae tantum specialia consecraria huius essent, & quidem duae separatim esse debuerunt. Laudat hic etiam Proclus Euclidem, nec excusat tamen quod illa specialia praeposuerit. Ecquid igitur Euclides accusabitur & vituperabitur quod infinitis aliis locis generalia specialibus praeposuerit aut quamnam logica tam contraria sibi fuerit, ut perspicuitatis & evidentioris doctrinae causa generalia & praeponi, & postponi jubere? Aut autologia & sophistica esse & apodictica poterit? Quare neque Euclidem neque Proclum in vitiis laudemus, dignitatem & praestantiam Geometriae tueamur, quae tum sine dubio verissima fuerit, cum generalia, quae natura priora sunt praeposuerit. Euclides demonstrat primam partem propositionis huius per 1 & 2 legem parallelarum, quae absque triangulo demonstrari possunt, & ideo sine 16 p. 1. Secundam demonstrat e prima parte & e 23 p. 1. Sic Aristoteles in philosophia 9 lib. querit cur duo recti in triangulo? Et responderet quia circa punctum anguli aequales duobus rectis: Quod Euclides hic secutus est. Sed tamen de secunda parte antea Proclus monuit causam interiorum angulorum ab exteriori angulo peti non posse, quia non necessarium necessarii causa esse nullo modo possit, & nunc cum eadem quaestio revolvatur, quomodo exterior angulus causa fuerit, ut tres interiores sint aequales duobus rectis? Itaque hic etiam Proclus idem quod antea sentit: imo (ait) secundum communes notitias veritatem propositionis huius apparere, ut in geometria propofuimus. Proclus hic etiam conversas utriusque partis adhibet ad primam partem sic.

Aa Si

Si exterior angulus oppositis interioribus sit æqualis, latus unum continuè productum est. Ut patet per 14.

Secundam mutat paululum, ut convertat hoc modo.

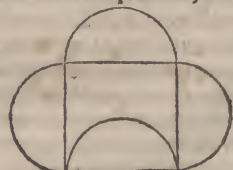
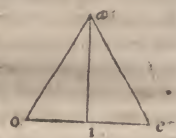
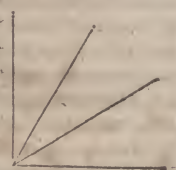
Si triangulum sit, est figura rectilinea trium interiorum angulorum duobus rectis æquali. Et si figura rectilinea sit trium angulorum interiorum duobus rectis æqualium, est triangulum. Ut patet per 14. In quo ineptus est logicus, qui pro simplici subiecti proprietate convertit quandam subiecti definitionem. Hinc vero etiam Proclus deducit.

Tres ab eodem puncto rectæ in datam rectam sunt inæquales. Ut in æquicuro $a e i$ cum latera $a e$ & $a i$ sint æqualia, si recta sit $a o$ erit inæqualis utrique: secus angulus $a o e$ esset æqualis angulo ad e , & propterea angulo ad i , quo tamen per 16 p. 1 est maior. Hinc etiam deducuntur.

Angulus æquilateri defectus è recto & bisectus trifecat rectum. Et si perpendicularis in æquilatero est à vertice, desecat triangulum v. a. riu uno angulo recto, altero bese, reliquo triente recti. Reg. 24 p. 1. Itē

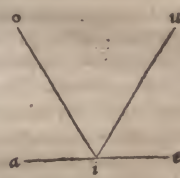
Si basis recti est dupla cruris, angulus utriusque est duplus acuti reliqui. Ut in $a e i$ triangulo est basis $a e$ dupla cruris $e i$, dico angulum ad e duplum anguli ad a . Nam si $e i$ continuetur æqualiter sibi ipsi & connectatur $a o$, triangula $a e i$ & $a e o$ per 2 & 7 erunt æquilatera, & triangulum $a e o$ per se æquilaterum & per antecedentem angulus ad e erit duplus anguli ad a . Sed tamen lubet in 32 p. 1 paulo attentius commorari de tribus æquantibus duos rectos. Hanc enim propositionem Aristoteles in ore semper habet, & videtur hoc præcipue exemplo commotus posterioris analysicos artem commentus esse ad demonstrandum affectionem propriam (ut hominis est facultas risus) de suo subiecto per causam propriam. At interiores angulos duobus rectis æquare non est proprium trianguli. Neque ab Aristotele per causam propriam concluditur.

Etenim ut prius illud priore loco disseratur, figura non tri-latera sic institui potest, cujus interiores anguli duabus rectis æquantur, ut hæc detractis rectis cernitur, quod antea patuit ad 8 e. 3. Proclus hic videtur propriam affectionem tueri, quia talis figura non sit rectilinea. Sed tamen rectilinea etiam potest æquare interiores duobus rectis. Sic quinquangulum è continuatis ordinati quinquanguli lateribus factum æquat quinque interiores angulos duobus rectis, ut hic. Nam dum



constr.

consideras triangulum eyo exterior angulus ays æqua-
tur interioribus ad o & e , item dum consideras triangu-
lum iys exterior asy æquatur interioribus ad i & u , & de
quinq; interioribus ys æquatur sibiipfi. Quare cū quin-
que interiores æquantur tribus æquantibus duos rectos,
ipfi quoque æquabuntur duobus rectis. Si respondeat-
ur, hic duos vel quinque interiores non tres equari, obij-
cies majus & fortius argumentum, nempe in triangulo
spharico non solum id proprium non esse, sed plane esse
falsum. Nam tres interiores anguli in spharico sunt majores duobus rectis: ut
Reg. 49 p 3 docet, imo in spharico anguli recti tres esse possunt. Quod si dica-
tur Aristotelem sentire de triangulo rectilineo, attamen ne sic quidem affectio
hæc propria trianguli fuerit. Nam si duæ rectæ ad idem punctum in tertiâ coin-
sistant, facient tres angulos æquales duobus rectis, ut hic
in rectam ae coincidentes oi & ui : ubi tamē nullū est trian-
gulum: & hinc æqualitas in triangulum traducitur per al-
ternos in parallelis angulos. Quare habere tres angulos
duobus rectis æquales non est proprium trianguli, cum
æqualitas ista in coincidentibus in tertiâ sine triangulo re-
peritur: imo inde ad triangulum deducatur: Tum verò
ut superiora illa nihil essent, attamen equare tres angulos
duobus rectis non ita proprium trianguli fuerit, ut hominis $\gamma\epsilon\lambda\alpha\gamma\iota\nu\delta\mu$: Nam $\gamma\epsilon\lambda\alpha\gamma\iota\nu\delta\mu$ ipsum & similia considerantur in subiecto solo nec usquam cōparato, &
in eo sic actu inest: at æqualitas trium cū duobus rectis nō est actu in uno trian-
gulo solitario, neq; duo recti in uno triangulo possunt esse: idque merito in me-
taphysicis inter geometricas potentias connumeratur 9 c 9 l. Sed inest affectio
per cōparationem externorum, ut omnis æqualitas non huic vel illi parti solita
riæ & simplicij, sed simul ambabus comparatis partibus. Quare tres æquari duo-
bus non est affectio propria trianguli, ut hominis est potestas risus: falsumq; e-
xemplum Aristoteles sibi proposuit, & hic primū de duobus est elenchus: Tum
verò si maxime verū, maximeq; propriū esset trianguli rectilinei tres interiores
æquare duobus rectis, tamen demonstrationem affectionis propriæ de subiecto
per causam propriam nullam philosophus in hoc exemplo reperiret: Causa e-
nim triangularis hujus affectionis nulla huc propria adfertur: sed cōparatio æ-
qualium ē generali & multorum præterea subiectorū cōmuni principio, id est ē
13 & 29 p 1: Neq; in hoc argumento causa ulla est, neq; efficiens, neq; materia,
neq; forma, neq; finis, sed cōparatio parium: ut Aristoteles 9 metaphysico & Eu-
clides 32 p 1 demonstravit. Quare legitima occasio Aristoteli hinc esse nulla po-
tuit demonstrationis cōminiscendæ, qua propria affectio de subiecto per causam
propriam syllogismo concluderetur, neq; ex ullo universæ matheseos, imo
cujusquam disciplinæ elemento esse potuit: Nullum enim est usquā in totis di-
sciplinis exemplum tam monstrosi cōmenti: imo propria affectio (ut in homine



potentia risus) per se nulla alia intercedente causâ inest, ut horribile sit cogitare tanto philosopho in mentem venisse artis permagnæ speciem prodere, cujus exemplum nullum unquam ipse neque animadvertisset, neque per naturâ posset animadvertere: & miserabile maxime, maximeque miserandum sit innumera bilia tot sæculis ingenia fucō aristotelei nominis tam turpiter decepta esse. Ingenium igitur Aristotelis hic laudamus, quod elementi huius geometriam tantopere celebravit: quod autem exemplum commentitiæ demonstrationis hinc arripuerit, suaque & consequentia posteritatis tempora tam portentosa cotechnia deceiverit, laudare non possumus.

33 Eadem parte accurate dixit. Nam dimetientes duæ possunt diversis partibus æquales simul & parallelas conjungere, neque tamen parallelæ erunt, ut hic vides. Demonstratio autem fit per 29. 4. & 27: at proprietas hic est protinus ex ipsa parallelarum definitione: connectentes enim ideo sunt æquales, quia sunt distantia æqualium parallelarum, & parallelæ vicissim sunt, quia parallelis æqualibus distant, atque ex hac materia definiendum & fabricandum parallelogrammum fuerat, & certe ab Euclide vel Theone ipso definitio parallelogrammi hinc assumitur ad 34. 35. 36. & deinceps ad 4 & 9 p 6: Parallelogrammum nempe esse quadrilaterum lateribus oppositis parallelum, ut testimonio Euclidis vel Theonis pateat hic materiam esse postulati, non propositionis demonstrabilis. Itaque ista propositio in principiis nobis erit. Proclus initio quarti sui libri, & ad hanc propositionem hæsitans in parallelogrammi definitione, ait in hac propositione tradi *ὑποτίθηται* parallelogrammi, ideoque propositionem hanc esse *ὑποτίθηται* confinium parallelarum & parallelogrammorum, & tanquam constituto & definito parallelogrammo Euclidem protinus ad parallelogrammi proprietatem accedere.



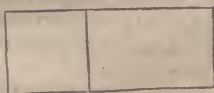
34 Propositionis huius prima pars de laterum æqualitate jam præsumpta est in 33 p 1, & hic inani tautologia videtur iterari, & parallelogrammi definitio è superiore propositione assumitur. Verumtamen mirum hic est è principio in demonstrabili, ut in proximo propositionem demonstrabilem fieri, Zenoniæque epicureo manifestam palmam præberi. Dicat enim Euclides quid sit parallelogrammū, quomodo dixit initio quid essent parallelogrammi species quadratum, oblongum, rhombus, rhomboides.

Parallelogrammum est quadrilaterum lateribus oppositis parallelum, ideoque ex opposito æquilaterum & æquiangulum & dimetiente sectum bifariam.

Ista enim æqualitas laterum & angulorum oppositorum principii materies Euclidi fuit in specialibus definitionibus quadrati oblongi, rhombi, rhomboidis. Ecquid igitur (inquam) utrum speciales definitiones in principiis erunt, generalis non erit? Deinde circulum dimetiente bifariam secari, principium antea Euclidi fuit, parallelogrammum dimetiente bifariam secari principium non erit: imo principium erit, sed altioris & magis communis lo-

ntis loci. Est enim commune cum triangulo, cum parallelogrammo, cum ellipsi, secari bifariam dimegente: neque tamen diametri perpetuo bisecantur radiis æqualibus, ut dicemus ad 1 p 6. Itaque principium hic tanto antiquius fuerit, quanto parallelogrammum est antiquius circulo, planarum quippe figurarum ultima. Diameter autem proprie dicitur in circulo. Diagonius in parallelogrammo, ut axis in sphaera, ut antea jam dictum est. Quamobrem definitionis principium nobis in 33 & 34 p esto, ut antea jam fuit in axioma æqualium angulorum ad 23 p, neque committamus ut in laqueos Zenonis induamur. Sex proximæ propositiones ex unico elemento quod est 12 e 4 nostræ geometriæ consecutaria sunt.

35 In iisdem autem parallelis esse, & quod sexto libro dicitur, esse in eadem altitudine, idem est: altitudo enim figura est perpendicularum à vertice ad basim. At Posidonius, ut antea dictum est, parallelas æqualitate intermediorum perpendicularum definebat, & æqualitas angulorum secus à recta parallelis ē re-
ctis perpendiculari angulis oriebatur. Euclides tamen in sex proximis propositionibus parallelas easdem, & parallelas æqualis intervalli, id est eandē & æqualem altitudinem non accipit pro eodem: sicuti neque eandem & æqualem basim, diversas enim propositiones hic instituit: Denique jam Euclidis iudicio, quæ sunt in eisdem parallelis, sunt æquealta, nō contra: cum æquealta quædam sint in diversis parallelis. Atque hic sophisticus sermo faciat quamvis in æqualia parallelogramma, attamen æqualia, ut hic vides: fac enim basim communē mediam lineam, tam parallelogramma erunt in iisdem parallelis, quamvis minime sint æquealta. Tollatur igitur clenclus de quo moniti sumus ab Ioāne Gosselino, regię bibliothecæ apud Bel-
laqucum fontem præfecto. Demonstratio Euclidis apud Proclum in prima specie fit per 6 axioma. Veruntamen habet ista parallelogrammorum æqualitas admirabilem causam, quæ nequaquam illo comparationis argumento, quo Euclides & Theon usi sunt ostenditur. Nam cum latitudo & longitudo sint æquales, æquales planos numeros hinc effici necesse est. Id in magnitudine secus est: Admirabilis antea fuit duarum linearum perpetua inclinatio, impossibilis tamen conjunctio, admirabilis modo est inæqualitas parallelogrammorum, ex æquali tamen longitudine, & latitudine descriptorum. Causa vero est ē lateribus & angulis rectis. Et enim (ait Proclus) angulorum rectitudo, & laterum æqualitas totum potest ad earū amplificationem vel imminutionem: nec æqualitas angulorum omnium cum omnibus ista causa est. Omnes enim parallelogrammorum quatuor interiores, sunt æquales quatuor rectis, ideoque quaterni semper æquales. Rectitudo (inquam) angulorum cum laterum æqualitate id efficit. Ergo parallelogramma in eadem basi, & iisdem parallelis sunt æqualia, licet latera valde sint inæqualia. Demonstratio autem Euclidis triangulis duplicatis eadem conveniet, si quis curiosus generali causa (quam sequimur) contentus non erit.



36 Parallelogramma in æqualibus basibus, & in iisdem parallelis æqualia inter se sunt: quia eidem tertio parallelogrammo æqualia sunt. Hic vero Theon assumit 33 p 1 pro definitione parallelogrammi, tertium assumptum habet opposita latera æqualia & parallela: Ergo (ait) est parallelogrammum, & id antea monueram. Hinc vero etiam datur triangulum æquale triangulo in dato angulo.

37 Triangula in eadem basi & in iisdem parallelis æqualia sunt inter se: quia dimidia sunt æqualium parallelogrammorum.

38 Triangula in æqualibus basibus, & in iisdem parallelis æqualia inter se sunt. Eadē ratio. Hic igitur Theon ratione parallelogrammorum deducit rationem triangulorum. Contra autem rursus 1 p 6 ratio parallelogrammorum deducitur ratione triangulorum. Tam varia igitur & tam inconstans est in isto genere Euclidis vel Theonis apodictica, in qua etiam subtilitas inanis nescio quare hic, multiplicata est de basi eadem & æquali: tanquam æqualitas & identitas aliam quamdam geometriam isto loco requirerent. Quamobrem varietas & inconstantia tanto argumento nobis fuit ad certiores aliquam & constantiores logicam in geometria requirendum. Etenim cum triangulum natura sit prius parallelogrammo, quæ triangulis conveniunt & parallelogrammis ante docenda sunt in doctrina communi & triangulorum & parallelogrammorum, ut postea cuique speciei accommodentur. Quare totam istam triangulorum rationē in genere præponere λογιστικῶν fuerit, unde transferatur ad species inde ortas.

39 Æqualia triangula in eadem basi & eadem parte, & in iisdem parallelis sunt. Secus parallela intra verticem alterius aut extra caderet, totumque faceret æquale parti.

40 Æqualia triangula in æqualibus basibus & eadem parte in iisdem parallelis sunt. Eadem est demonstratio.

Convertit igitur Euclides in his duabus propositionibus duas proximè superiores, & addidit eadem parte, essent enim in parallelis & æque alta æqualia, & in eadem vel æquali basi, sed non in iisdem parallelis, neque in eadem altitudine quamvis essent in æquali. Particula tamen hæc, eadem parte inepta est, ut enim vera est propositio, Triangula æque alta, & in æquali basi sunt æqualia: sic conversio est vera: Triangula æqualia & in eadem basi sunt æque alta. Et idem impossibile huc redit, quod fuit 39 & 40 p 1. Nam si alterum esset altius, amputaretur ex eo æque altum, quod æquale esset per 37 aut 38 p 1, at totū parti etiam ex hypothesi æquaretur. Quare particula eadem parte, inepta est, etiam de parallelogrammis Euclides similes conversiones facere, & quidem potius debebat. Nam propositiones de triangulis hic tantum factæ sunt & consequentia parallelogrammorum, quorum dimidia sunt triangula.

41 Si parallelogrammum cum triangulo et basim habeat eandem, & in iisdem parallelis sit, duplum erit parallelogrammū trianguli. Poterat hic Euclides de æqualibus basibus idem dicere, & utrumque demonstrare eodem argumento, quo prius. Consecutaria ante sunt 41 & 42 de parallelogrammi definitione, ut ad 6 e 10 patet.

42 Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere in dato rectilineo angulo. Demonstratio inde est Euclidi. At consecutarium est, ut dixi.

43 Omnis

43 Omnis parallelogrammi circa diametrum parallelogrammorum complementa equalia inter se sunt.

Diagonalia & complementa quid sint, docuimus 10 e 10 geometria. Diagonem hic pro diagonio sumitur. Quod vero & generaliter hic instituendum fuerat, Omne parallelogrammum aequari quatuor parallelogrammis duobus diagonalibus & duobus complementis, id postea 4 p 2 Euclides specialiter proposuit de quadrato, ut tum etiam admonebimus.

44 Ad datam rectam dato triangulo aequale parallelogrammum comparare, in dato angulo rectilineo. 44 & 45 sunt consecutaria 43, ut patet ad 10 e 10: 44 p antiquum inventum est, & pythagorae musae proprium, in quo Proclus exposuit accurate quid esset *παράβολον* comparare. Cum datum spatium toti datae rectae applicatur, tum spatium illud dicitur comparari, at si spatium data recta majus sit, tum dicitur *ὑπερβαίνειν* excedere. Si minus sit *ὑποβαίνειν* deficere dicitur. Sic veteribus *παραβολή, ὑπερβολή, ὑποβολή*, nomina planorum erant datae rectae aequaliter vel inaequaliter applicatorum & comparatorum, ut hic Euclides & in sexto libro ad 27, 28, 29 p, quae recentioribus facta sunt nomina linearum conicarum. Quaerit hic Proclus, cur Euclides utatur problematis in ratione parallelogrammi cum triangulo, qui sit usus theorematum in ratione trianguli cum triangulo, respondet speciei cum speciei aequalitatem esse promptam & facilem & sola cogitatione contentam: dissimilis autem speciei aequalitatem machinalem esse & inventu difficilem. At (inquam) parallelogrammum triangulo aequatum est in eadem basi & in iisdem parallelis solo theoremate, & totum problematis ac theorematum discrimen nullum sit, si verbis aptis proprietates problematum tota esset expressa, totumque ideo illud genus differentiae in mathematicas artes temere & sophistice inductum esse tertio libro scholarum mathematicarum docuimus.

45 Dato rectilineo aequale parallelogrammum constituere in dato rectilineo anguli. Proclus ait hoc problema superioribus proximis duobus esse *ναὶ ὁμοιωτέρον*, quia complementis utitur, neque triangulo tantum, sed cuilibet rectilineo parallelogrammum aequat, at consecutarium speciale potius est ex utroque. Nec rectilineo simpliciter parallelogrammum hic aequatur, sed triangulis rectilineum componentibus. Nec aliud hic proponitur quam quod 44 p 1, nisi quod illic recta datur quae hic libera est. Specialis est ad istam ultima propositio secundi. Haec enim aequat parallelogrammum rectilineo, illa quadratum parallelogrammi speciem. Est autem haec una propositio pro trapeziis & multilateris omnibus: nec enim dimetiendis hisce figuris alia est in elementis geometria, praeter istam rectilinei ad parallelogrammum reductionem: Tum enim si parallelogrammum rectangulum sit, multiplicatio longitudinis per latitudinem aream metietur. Itaque angulus hic datus assumendus est rectus ut dimensionis geometria procedat. Proclus putat mathematicos ista propositione excitatos ad inquirendam quadraturam circuli: quia parallelogrammo aequaretur rectilineum, cui circulus adeo finitimus sit. Archimedi autem visus est circulus aequalis triangulo rectangulo,

gulo, cujus unum recti anguli latus sit æquale radio, basis perimetro. Sed de hoc alias.

46 *E' data recta quadratum describere.*

Subtilior est hic Proclus in differentia constitutionis, & descriptionis, tanquam ista vocabula ideo distinxerit Euclides, quod constitutio fiat ex multis, ut trianguli, ut anguli, descriptio ex uno, ut circuli, ut quadrati. At *ἀνὰ γὰρ* describere etiam sexto libro dicit Euclides rectilineum quodcumque, nec istam differentiam hic spectavit. Sed enim (ait hic etiam Proclus) duas figuras ex omni genere rectilinearum Euclides præstantissimas suis problematis præcipue instituit, triangulum æquilaterum prima propositione, modo quadratum, quia ex æqui lateris triangulis. constant icosædron, octædron, pyramis, & quadratis cubus. Verum de æquilatero jam dictum est, ut ejus constitutio generali trianguli constitutione contineatur, & sicuti parallelogrammi constitutio quamvis per necessaria, tamen præcipuo problemate ab Euclide non exponitur, sed 31 & 33 deducitur, sic è ductu perpendiculari & parallela descriptio quadrati percipitur, nec aliud hic Theon adhibuit. Atque uti ductio, continuatio, descriptio peripheriæ, uti constitutio trianguli, rectanguli, obtusanguli, acutanguli, parallelogrammi, oblongi, rhombi, rhomboidis, trapezii cæterarumque figurarum principii loco sumitur, non demonstratur: sic cum definitum esset quadratum, parallelogrammum æquilaterum & rectangulum, protinus intelligeretur è perpendicularis & parallelis æqualibus constituendum. Quare problemate præcipue nihil hic opus est, & nos consecrarium fecimus.

47 *In rectangulis triangulis quadratum lateris rectum angulum subtendentis æquale est quadratis laterum rectum angulum comprehendentium.*

Pluraliter propositio loquitur, singulariter tamen est intelligenda, qualis Grammatica fuit ad 5 p. 1. Tertium vero hic est Pythagoreum inventum, primum si quidem fuit, tres angulos interiores duobus rectis æquari, secundum parabole parallelogrammi ad datam rectam, tertium hoc denique, in quo postremo præcipue celebrandus est Pythagoras (ait Proclus) sed multo magis Euclides, quia non solum perspicue pythagoreum theorema demonstravit, sed quia *καθ' ἑκαστὴν* *τρίγωνον* 31 p. 6 docuerit, quo demonstratur æqualitas cujuscumque figuræ, è basi cum figuris laterum, & demonstratur per causam, quæ nulla hic est. Denique ostenduntur, quod & verum & vere dictum, & tautologia hic erit propositionis decimæ quintæ: Quatuordecim enim antea speciales animadvertæ sunt. Et Proclus idem similiter hic Euclidem, atque antea excusat, & laudat, quod sine proportionum doctrina præcipi de iis non poterat, quæ sunt in sexto libro: proportionum autem doceri 5 libro. Hæc excusatio est Euclidis à Proclo. At (inquam Procle diligentissime) doctrina rationum & proportionum, quæ est 5 lib. totam Geometriæ doctrinam præcedere & poterat & debebat. Est enim omnino aut logica aut arithmetica, ideoque natura prior quam Geometria, & ut totas Euclidis

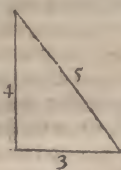
et alid demonstrationes in quinto libro consideres, nullum elementorum præcedentium proferri ab Euclideprehendes, & Euclides ipse 3 lib. etiam rationem & proportionem circuloꝝ tradidit, nondum tamen tradita quinti libri doctrina. Quare Procli excusatio ab Euclide ipso refellitur. Laudat igitur Proclus Euclidem quidem vera laude, quod magis universalia præsentibus theorematibus habeat, sed non vera laude laudat, quod universalia postponat, quæ methodi iudicio præcedere debuerant, ut inde specialium theorematum causa, principiaque perciperentur.

Si duo triangula rectangula sunt in eadem basi anguli recti, bina crura idem poterunt. Ut hic.

Si basis trianguli rectanguli subtendit acutum angulum, minus potest cruribus duplici quadrato cruris minoris. Ut hic quadratum de 3. Campanus hic addit duorum quadratorum alteri gnomonem circumponere reliquo æqualem.

48 Si trianguli ab uno latere quadratum æquale sit reliquorum trianguli laterum quadratis, comprehensus angulus à reliquis trianguli lateribus rectus est. Conversa est superioris theorematibus, & probatur præcipue per proximam & per octavam, cum tamē conversæ probari soleant per impossibile ut 6. 14. 19. 26. 39. 40 p. Attamen hæc etiam conversa in generali quoque comprehenditur, ut nos 5 & 81 docuimus.

Itaque



P> RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIB. 10. IN 2 LIB. elementorum.



Ed hæcenus primus liber doctrinam habuit de lineis, triangulis parallelogrammis, valde obscuram & verè logicè valde contrariā, non solum quia multas definitiones partitionesq; omittit, sed quia pleraque generalia specialiter instituit, ut in linea recta parallelismum qui est omnis linearum communis, ut in angulo plano rectum, obtusum, acutum, quæ sunt omnis anguli communia. Pari vitio propositiones undecim 1. 16. 17. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 47. 48. speciales generalibus suis præpositæ sunt, item quæ cōsecutaria essent, tanquā principales demonstratæ, 41. 42. 44. 45. septima prorsus inanis est, cum sit eadē cum octava. Linearum parallelarum proprietates confuse sunt: toto denique libro de lineis & triangulis hysterologia multa est. Ita exposita est doctrina linearum superficiei trilateræ in ratione trianguli, tum quadrilateræ in parallelogrammorum ratione, & tandem etiam quadratorum. Secundus liber comparat deinde parallelogrammum rectangulum cum rectangulo propositione prima: quadratum cum rectangulo & quadrato

B b drato

drato 4 & 12 : cum quadrato 9 & 10. oblongum cum rectangulo & quadrato 3 :
eum quadrato 11. 14. 2. 5. 6. 7. 13. 8. Totus enim liber sic est in cōparatione aqua-
litatis. De doctrina autem decem primarum propositionum Proclus superiore
libro sententiam suam exposuit, sectiones decē primarum propositionum com-
munes esse arithmeticae & geometriae, symmetriam quidem arithmeticae esse pro-
priam, ab eaque ad Geometriam specie & ratione pervenire, quod est verum :
figuram verò propriam esse Geometriam, ab eaque ad Arithmeticam *κατὰ ἀνάγκην*
γινώσκοντες succedere, qua de re diximus ad 9 e 4 l. Numeros figuratos inter-
pretes esse quarundam in figuris affectionum, nō omnium : & arithmetica tamē
lem esse non simpliciter arithmeticam, sed arithmeticam geometricam. Defini-
tiones duae sunt secundo libro, eas videamus.

1 *περίχουσαν περιχόμενον* comprehendere & comprehensio nomina sunt figurae geo-
metricae, ut primo libro satis est intellectum. Illic tamen paulo secus 20. 21. 22. 23
asurpatur illud verbum. Comprehensio enim geometrica in rectangulis arith-
meticae multiplicationis similis est, & sic fieri numerus ē numeris inter se multi-
plicatis dicitur quo rectangulum ē duabus rectis comprehendere. Itaque & nume-
rus rectanguli hic est interpretes, & planus pro rectangulo appellatur postea ab
Euclide in libris arithmeticeis. Definitio autem rectanguli non satis accurata est.
Nam rectangulum definiendum erat parallelogrammum, quod rectos angu-
los habet. Atqui definitio ista docet non quid sit, sed quomodo fiat, nempe re-
cta linea ductu in lineam, sicuti fluxu puncti antea recta & peripheria facta est.
Definitio tamen recte & ordine ab Euclide isto loco adhibita, multoque melius
de ceteris illis antea definitionibus fecisset Euclides, si suo quamque generi prae-
posuisset. Mirum autem est hic rectanguli fabricam postulari ab Euclide, cum
antea fabrica parallelogrammi & quadrati demonstrata sit.

2 Definivit Euclides parallelogrammum rectangulum, non definivit gno-
monem rectangulum, sed qualicumque parallelogrammi, ideoque gnomonis
definitio, protinus post parallelogrammi proprietatem illam, quae 43 p 1 con-
tinetur, collocanda fuit, ubi parallelogramma & ad diametrum & eorum com-
plementa proponuntur. Gnomon autem rectangulus secundo libro adhibetur
in demonstrationibus. Gnomon obliquangulus etiam erit 27. 28. 29 p 6. Itaque
generaliter definiri potuit. fuit etiam veteribus mathematicis gnomon in num-
eris usitatus, quidnam autem esset Grammaticus, 3 Aristotelis physico definit
ē tribus quartis unius quadrati numeri. Geometricum vero gnomonem ex isto
geometriae loco definit. Sed gnomon etiā trianguli dici possit, praesertim rectan-
guli, cuius duo crura angulum rectum comprehendentia proprie gnomam seu
gnomonem faciunt: sed alius tum sensus fuerit. Propositiones sequuntur.

1 Propositiones primae decem habent materiam problematicam de sectioni-
bus linearum, & tamē theorematice propositam, ut monui tertio libro. Sed qua-
tuor ex iis primae Geometriam demonstrationum prorsus admirabilem habent
ad res per se claras & manifestas explicandū. Prima propositio generalem re-
ctangulorum inter se cōparationem habet ex illo principio logico inde ma-
nifestam.

nifestam, quod totū suis partibus sit æquale, quo ē principio præcipuē demon-
stranda fuerant quatuor propositiones primæ: Si quid tamen præter numeros
demonstrationis requirerent. In prima vero propositione Theon mirificus est
demonstrator: tanquam enim problema positum esset ad constituendum figu-
ram, & constitutam demonstrandum: ita hic & perpendicularis & parallelis figu-
ram constituit, & constitutam talem esse demonstrat. At o Theon eruditissime,
quid agis? Theorema tibi (ut existimas) propositum est de figurarū positarum
& concessarum æqualitate, quomodo definitum est à Proclo theorema antea,
quomodo toto libro superiore theorematum figurarū postulatur & concedun-
tur, at de æqualitate ista nihil respondes, neque demonstrationem ullam com-
mentaris, quamobrem proposita rectorum æqualitas vera sit: nec aliud por-
ro hic allegari poterat, quam totū æuari partibus, aut convenire, ideoq; æqua-
ri. Deinde cur non primo rectorum ex integris rectis propositis conficitur?
cur non proximè rectorum ex infecta, & alterius segmentis conficiuntur? an
data ipsæ non poterant ad angulum rectum constitui? Credo, translatio linea-
rum erat mathematicis indigna: At Euclidi ista *ipæ quædam* principiū fuit 4, 8, p. 1.
Sed illud videlicet erat, nulla demonstratio fuisset: Res enim per se clarissima erat
ex illo principio, Totum partibus æuari, aut convenire. Itaq; ex aliis lineis figu-
ra fuit instituenda, quæ probaretur æqualis propositæ. Quare quisquis *per hæc*
demonstrationes has primus cōmentus est, nō animadvertit quod erat in quæ-
stione positum, Aristotelisq; Lycophronem illum imitatus est, cui cum propo-
situm esset ex arte lyram commendare, in res alienas abiit.

2 In hac propositione & sequentibus (utlibet) significat æqualiter vel in æqua-
liter: & duas partes Euclides intelligit, quamvis de pluribus segmentis propo-
sitis possit accipi. Propositio prima rationem communem habet omnium rectorum
gulum. Deinceps specialis erit ratio de quadratis & oblongis. Itaq; quadrati
& definitio & proprietas & inventio huc interveniebat, de quibus in arithmeti-
cis libris Euclides: Et tamen Euclides in hac propositione, u. in sequentibus, ge-
nerali rectorum nomine abutitur pro speciali oblongi, speciale quadrati no-
men expressit, quoties res tulit, oblongi nusquam nisi in definitione. Quare si
res suo nomine dicatur, propositio sic erit.

Si recta linea secta sit utlibet, oblonga totius & segmentorum æqualia sunt totius quadrato.

Et hæc propositio propositiones 14. 4. 12. 9. 10 sequi debebit, quia illa compara-
tiones altiores habent quadrati cum rectorum, vel quadrato. Theonis logica
hic similis est superiorum: demonstrat enim figuras rectorum, quæ ex ipsa
theorematis cōmuni lege postulabantur, & assumebantur: æqualitatem rectorum
gulum, quæ sola demonstranda proponebatur, omittit. Sed in hac propositio-
ne Theonis etiā logica insignior est, quod cōsecrarium hic est, & enthymema ē
superiore. Propositio enim est syllogismi. Rectorum ē duabus rectis, & rectorum
gula ex altera infecta, & alterius segmentis sunt æqualia, at hic quadratum ut
oblonga sunt illa rectorum, sunt igitur æqualia. Hic syllogismus propositio-
nem habet ē 1 p 2, conclusionem ē 2 p 2: hic si ullam syllogismi speciem Theon
attendisset, perfectio enthymemate perfectum quoq; demonstrationis iudicium

Bb 2 atten-

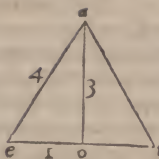
atque disset, nec aliam demonstrationem exquisisset. At tanquam syllogismi iudicium inconstans aut infirmum sit, fabricas figurarum machinatur: de quibus tamen quaestio nulla est, aut aequalitatem istam iudicatam syllogismo & conclusam, veluti neque iudicatam, neque conclusam demonstrat. Atque illa est Theonis vel Euclidis logica, de qua tertio libro dictum est. Posito aequalium angulorum axiomate indicavimus quae assumptiones & propositionibus Euclidis concluderentur. At illorum in Euclide syllogismorum fundamentum tam manifestum non erat. Hic vero nominatim collocata est in prima propositione, prima syllogismi pars, unde secunda assumitur, & concluditur. Quinetiam ut consecrarium illud non cogitetur, attamen aequalitas & convenientia rem manifestam faciet. Quare qui Theonis istas demonstrationes expendere volet, Theonem in logica non satis versatum & exercitatum iudicabit.

3 Etiam ista propositio rectanguli nomine primo loco proponit, quod debet oblongi nomine dicere, sic nempe.

Oblongum est tota recta & altero ipsius segmento aequatur rectangulo utriusque segmenti, & praedicti quadrato. Actum (ut antea monui) hystorologia. percipietur, hic enim oblongum cum genere comparatur. Theon etiam hic quaestionem oblitus nihil de proposita rectangulorum aequalitate cogitat, perpendiculis & parallelis figuras constituit, & constitutas demonstrat. Nec enthymemati est propositio & complexione constituto addit assumptionem, ut syllogismi iudicium compleat, sed syllogismi nihil omnino cogitat, compleatur igitur enthymema & iudicetur. Rectangulum est duabus rectis & rectangula ex altera infecta & alterius segmentis sunt aequalia. Sed oblongum est tota & uno ipsius segmento est rectangulum ex duabus rectis, & rectangulum segmentorum, quadratumque praedicti segmenti sunt rectangula ex altera infecta & alterius segmentis. Quare oblongum est tota & uno ipsius segmento, rectangulumque segmentorum & quadratum praedicti segmenti sunt aequalia. Hinc syllogismus & huius enthymematis absolutum iudicium si considerasset Theon, alio genere demonstrationis supersedisset. Argumentum ex illo totius & partium principio vidisset, & argumentationem assumptione addita complevisset. Quamobrem & haec altera Theonis demonstratio rem agit non solum a proposita aequalitatis quaestione alienam: sed syllogismo id est primo humani iudicii fundamento repugnantem atque contrariam. Atque hic etiam convenientia absque consecrario illo satis esse poterat.

4 Si recta linea secta sit ut libet, totius quadratum aequale erit segmentorum quadratis & duplici segmentorum rectangulo. Haec propositio comparat speciem cum genere & ipsa met specie. Itaque praecedere debuit 2 & 3. Theon vero etiam figuras fabricatur, & eas demonstrat, tacet de posita aequalitatis quaestione: At hic etiam consecrarium est 43 p 1, quae generalis ad istam fuerit. Parallelogrammum si quidem aequatur quatuor ejusmodi particularibus parallelogrammis, & diagonalia quadrati totius esse quadrata 24 p 6 demonstrat, quae hanc praecedere debuit, generalis quippe de parallelogrammo, ut nobis item praecedit. Hinc sequitur rectam.

rectam posse quadruplum sui dimidii, unde & Camp. 11. 12. 13 p 14. Latus trianguli æquilateri potest sesquiterciam perpendicularis à vertice. Nam basis (ut hic ao) bifecat basim per 26 p 1. & cum oe (cujus ae potest quadruplum) potest æquale ipsi ae per 47 p 1. Itaque sublato eo quadratum ae erit ad quadratum ao , ut sit 4 ad 3.



5 Rectangulum hic etiam pro oblongo. Theon vero hic defuit fabrica figurarum demonstrare. Demonstrat enim quaestiones æqualitatis. Demonstratio autem prompta sit ex 8 ax. qua parte conveniunt, & per 35 p 1, cum reliqua sint parallelograma æqualia, latera enim quadrati diagonales sunt altitudines, & bases sunt æquales eidem. 6. 7. 8 p 2. congruentia item contenta fuerint. Nam parte conveniunt, & reliqua parallelograma æqualia per 36 & 43 p 1. Octavam autem nonam & decimam omisimus, quia nullus earum solidus fructus nobis notus esset, si quis notaverit admoneto.

11 Datam rectam secare, ut totius & segmenti rectangulum æquale sit reliqui segmenti quadrato. Quaestio autem hæc rectanguli nomine abutitur pro oblongo. Est autem usus sectionis hujus magnus, ut constabit 10 p 4, & apud Ptolemaum 1 lib. cap 9. sed præcipue in totis mysteriis corporum ordinatorum quæ imprimis sectione ista proportionali continetur. Denique Christianis quibusdam divina quædam proportio hic animadversa est, ut inde una trinitas, & unitas trina conciperetur, quæ tota sit in toto, & in parte qualibet, totum in magno, totum in parvo, principium unicum pulcherrimum ac beatissimum.

12 & 13 Loquuntur pluraliter quod de uno singulari triangulo sit intelligendum, ut 5 & 47 p 1 loquebantur.

14 Conversa ejus quædam est in corporum ordinatorum inscriptionibus.

Si recta perpendicularis diametro est proportionalis inter ejus segmenta, terminatur in periphæria. At ista perpendicularis est media proportionalis quæ docetur 13 p 6, quæque ad hanc generalis est. Quamobrem est quatuordecim propositionibus secundi libri, prima continet rationem rectangulorum decima quarta, quarta, & duodecima, quadrati cum rectangulo & quadrato, nona & decima, quadrati cum quadrato: undecima secunda, tertia quinta, sexta septima, decima tertia, octava oblongi cum quadrato: quæ nec speciatim distinctæ sunt, nec idoneo ordine dispositæ.

P R A M I M A T H E M A T I C A

RUM SCHOLARUM LIB. II. IN

tertium elementorum.

DEFINITIONES.



Ecce definitiones circularis geometriæ suo subiecto generi præponuntur, paulo diligentiore logica quam præpositæ sunt primo libro. Rectius tamen erat suæ quamque speciei præponi.

1 Aequales circuli sunt, quorum diametri sunt æquales, aut quorum quæ ex centris æquales sunt. Quæ ex centris, periphæria est radii. Est autem æqua-

Bb 3 libus

libus circulis insitum, ut æqualem & radium & diametrum habeant, imo verò æqualia radiorum & diametrorum quadrata, quod etiam 2 p 12 propositum est: æqualitas item eadem ē peripheriis sumi potest, æquales esse circulos quorum peripheriæ sunt æquales, quod in aliis figuris rectilineis falsum est: nec enim rectilinea sunt æqualia quorum perimetri sunt æquales. Contrā circulorū inæqualitas percipitur, quorum nempe vel radii, vel diametri, vel peripheriæ sunt inæquales, vel à radiis & diametris inæqualia quadrata, æquales autem circuli definiuntur, non definiuntur similes, quia omnes omnibus similes sunt. Contrā autem paulo pōst definiuntur similes sectiones, non definiuntur æquales. Et tamen æqualitas communis est spheræ. Itaque in rotunda figura communiter adhibuimus, neque verò definitio hic est, sed proprietatis expositio.

2 Recta circulum tangere dicitur, quæ tangens circulum, & producta non secat circulum.

3 Circuli tangere sese dicuntur, qui tangentes sese, non secant sese. Hæ duæ definitiones specialiter definiunt vim verbī quam sequuturus est Euclides in hoc libro & quarto. Tactus autem videtur hic effici proprius peripheriæ, quæ tangitur à recta vel à peripheriā: circulum enim geometra in his definitionibus, ut sæpe postea, usurpat pro peripheriā.

4 In circulo æqualiter distare à centro rectæ dicuntur, quando à centro ad ipsas perpendiculares æque æquales sunt: magis autem distare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit. Euclides vocat hic lineas in circulo, quas appellat quarto libro *circulo positas* congruentes, quas Ptolemæus vocat inscriptas: & ita intelligendam Euclidis definitionē, docebit hac de re propositio decima quarta hujus libri. Recta igitur inscripta triangulo sic diceretur recta in triangulo, quomodo & nos in geometria loquimur. Neque hic magis definitio est, quam primo elemento fuit, sed proprietas perpendiculī altitudinem constituentis.

5 Sectio circuli est comprehensa figura & à recta & à circuli peripheria. Hæc definitio sine causa primo libro adhibita est, ut circuli & semicirculi, quia totis superioribus libris nullus circuli, nullus sectionis circuli usus fuit, sed tantum peripheriæ & radii. Hæc autem definitio non generaliter quamlibet circuli partem, sed specialiter eam partem, quæ duabus lineis comprehenditur, recta & peripheria, & recta mox 7 d 3 dicitur basis sectionis, ut 23.24 p 1. Atque ut circulus in genere obliquilineorū prima figura est unius lateris, sic sectio est bilatera & biangula.

6 Sectionis angulus est qui comprehenditur à recta & circuli peripheria. Mathematici recentiores chordam & arcum hic appellant quod Euclides dicit rectam & peripheriam. Itaq; inscripta bis binos sectionis angulos efficit, duos deinceps una parte, duos reliqua.

7 In sectione autem angulus est, quando in peripheria sectionis sumptum fuerit aliquod punctum, & ab ipso in fines rectæ, quæ est basis sectionis, connexæ fuerint rectæ, comprehensus angulus à connexis rectis. Id est, angulus in sectione est angulus comprehensus à duabus rectis in peripheria terminatis, & cum basi sectionis connexis. Itaque angulus in sectione rectilineus est, angulus autem sectionis est mixtilineus. Angulus igitur in sectione dicitur illo modo, quo dicitur recta in circulo. Angulus enim

hic

hic in sectione est angulus inscripti trianguli, neque circuli quidquam habes præter arcum.

8 Cum autem comprehendentes angulum rectæ assumunt quandam peripheriam, in illa dicitur insistere angulus. Hic *βασις* verbum, suam *εὐθείαν* habet, qualis erit in propositionibus hac de re 20 p 3. ubi nominatim appellatur basis trianguli talis peripheria: item 26.27 p 3. unde intelligimus peripheriam in qua angulus insitit & innititur, esse anguli basim, nō autem eam, quæ anguli latera comprehendit, & quod subtendi fuit in triangulis, id nunc est insistere, & revera substantia dicuntur peripheriæ, quæ sunt bases angulorum, imo Euclides ipse nominatim hoc ipsum *ὑποτέθειται* verbum adhibet ad 20 p 3. Angulus tamen in peripheria ita nō minatur, ut in sectione: & pars peripheriæ superior (in qua comprehenditur angulus) diceretur capere angulum, ut sectio capere dicitur. Denique alia peripheria intelligitur, in qua est angulus, alia in qua insitit: superior illa facit arcus laterum, ista basim. atqui etiam hæc definitio partem quandam circuli comprehendit non nominatim ab Euclide: nec enim semicirculus est, neque sectio maior, aut minor, imo omnino Euclidis sectio non est, quia non est figura comprehensa à recta & peripheria, comprehenditur enim à duabus rectis, & peripheria, sed mox hac de re ad 9 d 3.

9 Sector circuli est, quando ad centrum ipsius circuli steterit angulus, figura comprehensa à rectis angulum comprehendentibus, & assumpta ab ijs peripheria. Atqui hæc etiam definitio assumptam peripheriam ostendit esse basim anguli. Sector maior reliqua pars circuli appellatur ab Archimede, sed sector omnino dici possit in centro, vel extra centrum: in centro minor vel maior, æqualis enim faceret semicirculum, neque comprehenderet in centro angulum. Sector extra centrum esset figura octava definitionis, & reliquæ omnes majores centri sectore. Sed de his figuris geometria nulla erit futura, & ideo videntur earum definitiones omissæ. Sector tamen in centro & sector in peripheria dici possunt. angulus verò duabus rectis in centro comprehensus non appellatur angulus sectoris, neque angulus in sectore, sed in centro, ut 20.26.27 p 3. Itaque quadruplex angulus hic consideratur sectionis, in sectione, in peripheria, in centro. Hicque omnes anguli in circulo appellantur.

10 Similes sectiones circuli sunt, quæ capiunt angulos æquales, vel in quibus anguli æquales inter se sunt. Theodosius secundo libro de sphaera sic usurpat arcus similes theoremate decimo. Atque hic anguli duplices innui videntur in sectione & sectionis, cum dicitur per disjunctionem, quæ capiunt angulos æquales, vel in quibus anguli æquales inter se sunt, attamen in propositionibus hac de re 23.24 p 3 anguli in sectione tantum judicantur, non anguli sectionis. Similitudo autem specialiter hic definitur, ut postea in sexto, septimo, undecimo. Rationales sunt omnes inter se numeri, non omnes inter se magnitudines, sed homogeneæ tantum, ut dicitur quinto libro. Proportio item in numeris una generaliter definitur: similitudo (quæ species proportionis quedam est) non uno modo in magnitudinibus definitur, aliter definitur similitudo figurarum rectilinearum sexto libro.

Et sic

& solidarum undecimo. Rotundæ homogenæ sunt omnes omnibus similes, nec ideo definiuntur: mistorum autem similitudo aliter nunc definitur in planis, sectiones enim circuli mixtæ sunt figuræ. Itaque in figurarum differentiis videmus similitudinis differentes definitiones, pro quibus una generalis esse debuerat: sed hæc de re in geometria 14 e 4, & postea rursus 1 d 6. Atqui definitio non magis hic est quam fuit primo & quarto loco, sed consecrariū est ex illa generali definitione: ut nobis est 13 e 16. Tertius liber materiam minus confusam quam superiores habet: totam enim circularis geometriæ materiam fere comprehenditur, & distribuit minus perturbate quam antea factum sit.

PROPOSITIONES.

1. *Dati circuli centrum invenire.* Sententia est. Si inscripta inscriptam recte bisectat, diameter erit circuli, ejusque medium circuli erit centrum. Tres propositiones 1. 3. 4. diametri circularis proprietatem obscurius comprehendunt. Demonstratio Theonis ad primam hic est per 8 p 1, quia pars esset æqualis toti: ac si dicatur centrum in secantis alio loco esse, idem accidet. Nos causam 6 e 15 proposuimus. Et valde ridiculum atque ineptum est positum circularis geometriæ principis non potuisse primam saltem propositionem directe per ea demonstrari, nisi impossibile adhiberetur.
2. Theon adhibet hic impossibile ex 16 & 18 p 1. At hæc propositio patet ex definitione linearum rectarum, quæ brevissima est intra eosdem terminos. Hinc autem colligitur circulum esse polygoniam infinitorum angulorum, nec peripheriam esse compositam ex rectis infinitis, quia recta intra duo quælibet peripheriæ puncta, intra circulum cadet. Certe propositio continet quandam definitionem rectæ circulo inscriptæ, quæ nempe utrinque in peripheria terminatur, & de qua est 7 d & 1 p 4. Et tamē quicquid hic est, postulatur ab Archimede 1 & 2 d 1 de sphaera: quod linea quod superficies ad easdem partes obliqua non cadit extra, postulatur idem primo id est quod figuræ eodem obliquæ centrum intus sit.
3. Tertia & quarta propositiones rationem quandam æqualitatis & inæqualitatis de segmentis inscriptarum continent, quorum proportio dicitur ad 35 & 36 p 3. Theon demonstrat diametri proprietatem per eandem jam 1 p 3 præassumptam, jubet enim centrum per consecrarium 1 p 3. inveniri, quod consecrarium fuit præsens ista proprietas: logica igitur ista valde est *ἀλογος*.
4. Theon probat per impossibile proxima: At enihymema est ex diametro, proprietate, sic. Si inscriptæ sint bisectæ, sunt diametri. Ergo si non sint diametri, non sunt bisectæ. Neque tamē propositio apodicticè proponitur per inscriptionem, cujus nullus syllogismus est, nulla demonstratio, ut antea dictum est. Quare trium propositionum primæ, tertiæ, quartæ, materia tantum diametri proprietatem continet, qua inventa, centrum quoque est inventum, mediū quippe diametri.
5. Theon ex definitione radii & primo axioma deducit totum parti æquari.
6. Theonis demonstratio superiori similis. Atqui propositiones hæc due neque ratione proponuntur, ut quarta, neque hic propositionis materia potius est, quam

quam principii. Nam circulorum sese secantium, vel sese tangentium diversum esse centrum, per se manifestum est. Si duo autem circuli homocentrici & æquales sese tetigerint, erit unus. Nam (ut Vitellio petit) cum duæ planæ superficies sese contingunt, una ex iis superficies efficitur, imo Euclides ante Vitellionem, si non verbo, certè re ipsa idem petivit. Quid enim aliud est *ἐπαφύουσι* ad 4 & 8 p 1 ad 23. 24. 30 p 3? Hæc igitur materies postulati fuerat.

7 Propositiones duæ proximæ videtur ē 15 p 3 deductæ, neque omnes admodum demonstratione egere. Quod autem addit Euclides ad utramque minimæ partem, id commune est etiam ad utramque maximæ partem: Denique generaliter id enuntiari potest. Duæ duntaxat utrinque in dato puncto sunt æquales, & causâ æqualitatis videtur ē 4 d 3, non ex iis comparationibus.

8 Demonstratio Theonis hic est eadem, hic item ad utramque partem minimæ nil facit, & generaliter enuntiari potest. Duæ in dato puncto, & solæ æquales. Demonstratio æqualitatis est per quartam primæ, & quod solæ per quartam partem præsentis propositionis.

9 Theonis demonstratio duplex, altera per 8 p 1. altera per quartam partem septimæ. at secunda hæc promptior est, & consecutarius protinus est ex illa quarta parte septimæ. Syllogismus enim est. Si punctum diametri non est centrum, duæ solæ rectæ sunt æquales. Ergo si non solæ duæ sunt æquales, punctum illud erit cetrum: & illud est, quod tertio scholarum mathematicarum libro monui, syllogisticas complexiones ab Euclide & Theone demonstrari.

10. 11. 12 Propositiones tres proximæ demonstrationes leves quidem, sed tamen faciles habent.

13 Theon primum impossibile deducit ex undecima, quod pars esset major toto, secundum contra 2 p 3.

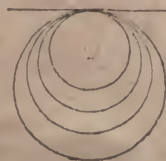
14 Theonis demonstratio est per 3 p 3. & per 47 p 1. at causâ videtur ē 4 d 3, unde protinus 14 p 3 concludatur. Atque hæc sola est propositio de æqualitate inscriptarum. qua Hypsicles utitur in scholio decimi quarti elementorum, tanquam sententia sit communis rotundorum, non propria circulorum.

15 Theonis demonstratio similis antecedentibus septimæ & octavæ. Imò verò hæc primaria est, unde 7 & 8 p 3 deducendæ sunt. Diameter enim causâ est huius universæ & æqualitatis & inæqualitatis.

16 Theon cogit in prima parte, quia contra 17 p 1. duo recti essent in triangulo, in secunda item cogit, quia pars toti æqualis esset, aut etiam per 19 p 1. major toto: & secunda autem tertiam & quartam deducit. At prima pars suæ veritatis causâ est: Cum enim diametro circulus bisecetur, & perpendicularis rectum angulum una parte faciat, continuata faciet etiam deinceps rectum, nec ideo recta congruet obliquæ, vel etiam obliquior erit. Quare pars ista prima postulanda fuerat. Secunda verò pars quæstionem altiore continet. Si angulus contactus rectæ & peripheriæ sit magnitudo, quomodo ea dividi non possit: unde quidam moti sunt ad credendum angulum hunc magnitudinem non esse: Ideoque semicirculi angulum recto esse æqualem, fallique Campanum, qui cre-

Cc diderit

diderit dari majus & minus, nec tamen æquale dari posse. Quin mirabilis illud est, angulū contactus majoris peripheriæ minorem esse angulo contactus minoris peripheriæ: & tamen excessum detrahi non posse. At ista eadem veterum mathematicorum dubitatio est apud Proclum. Quare mirabilis ista res est, attamen vera, ut demonstratio convincit: hic etiam mirabile illud primo libro positum paulo dissimiliter ostenditur, lineas ad lucem propius accedere, nunquam congruere, ut si complurium circularum intus sese tangentium diametro recta sit perpendicularis, secundi peripheria propius accedit ad tangentem, & tertii quam secundi, & sic deinceps, nullius tamen circuli peripheria unquam tam prope accedet, ut cōgruant, cum uno tantum puncto possit linea tangere, ut hic uides.



- 17 Theon ē consecrariū primo proxime propositionis & 4 p 1 demonstrat.
 18.19 Quæ sequentes propositiones factæ sunt ē cōversā prima parte 16 p 3. Si recta est perpendicularis extremæ diametro, tangit peripheriā, & si tangit peripheriā, est perpendicularis extremæ diametro. Verū pro cōversa una dissectæ sunt duæ, quæ tamen aliam viā nullā habent: nos itaq; consecraria duo fecimus.
 20 Theon duplicem casum hic adhibet, tertius etiam est, quando latus anguli utriusque commune est. Geometria verò novemdecim propositionum antecedentium adhuc fuit de lineis, excepta particula 16 p 3. deinceps est de partibus circuli, ubi quædam respondent de triangulis. Atq; hic primum de sectionibus in centro & in peripheria: prima videtur occasio fuisse 21 p 1. vel potius ē 1 p 6; dissimile tamen multum est in reliquis exemplis, & res in circulis multo uberior est, ut mox patebit.
 21 Consecrariū est ē superiore, quia omnes dimidii sunt ejusdē anguli in cetro.
 22 Deducitur ē 32 p 1. & 21 p 3. satisque sit duos oppositos probare duobus rectis æquales. Nam de reliquis patet, ut per 4 e 6. sed quarti libri materies hæc erit: adde quod geometria hæc congruentior fuerit ad demonstrandum 32 p 3. propositio autem aptius proponeretur ab oppositis sectionibus. nihil enim adhuc de inscriptione.
 23 Melius affirmaretur hæc propositio hoc modo. Similes sectiones in eadē basi sunt æquales, quomodo & proxima affirmatur. Eadē aut parte, quod hic additur, nihil ad veritatē propositionis attinet, ad demonstrationē duntaxat attinet.
 24 Non repetitur eadem parte, & consecrariū est ē proxima, demonstratur tamen à Theone. Est aut notabilis in his duabus propositionibus *ἐπεμνηστος*, in prima, quod minor sectio intelligatur tanquā pars majoris: in secunda aut plenius apparet. Ex utraque propositione potuit una fieri. Sectiones similes in æquali basi sunt æquales, æqualitas enim etiam iisdem convenit.
 25 Theon hic frustrā tres speciales demonstrationes adhibet, cum sit una illa generalis ex inventione duarum diametrorum, imo demonstratio nulla sit consecrariū ē 1 p 3.

26.27 Theonis demonstratio hic per varias propositiones colligitur, & quidē duplex pro duplici angulo & in centro, & in peripheria, cum tamē, propositio utraq; specialis sit ad 33 p 6. multoq; facilius per 28 & 29 p 3 probari possit, quæ ipsæ præponi debeant istis, ut mox intelligatur.

28 Deducit ē 26 p 3, quia p̄tinus per 8 p 1 cōcipit̄ aequalitas angulorū in cētro.

29 Deducitur ē 27 p 3. Protinus enim concipitur aequalitas basium 4 p 1. Atq; ex utraq; melius una propositio fieret, sic. Si inscriptæ circulis aequalibus sint & quales, secant peripherias æquales, & si secant peripherias æquales ipsæ sunt æquales. Sed multo iustius utraq; postularetur, cū solo cōvenientiā manifesta sit. Euclides codē cōvenientiæ argumento usus est ad 24, & uterq; apertius ad 30 p 3. Quare hæc utraq; propositio præponetur 26 & 27 p 3.

30 Hic protinus per 4 p 1. in duobus deinceps triangulis concipitur æqualitas basium seu chordarū per 28 p 3, patet æqualitas arcuum. Atqui propositio ista singularem *ἐκ μέρους* speciem continet duobus circulis in uno considerata, duabus peripheriis in una considerata, ut quintum jam exemplum sit *ἐκ μέρους* à geometria usurpata ad 4.8 p 1. ad 23.24. & nunc ad 30 p 1.

31 Prima pars patet. Quia interior, & deinceps exterior sunt æquales, cū utriq; reliquis trianguli lateribus sit æqualis, ut patet per 5 & per 32 p 1. vel quia angulus in semicirculo est dimidijs duorū rectorū. Quæ demonstratio est Aristotelis secundo posteriorū & nono philosophiæ: & conversa quædam hinc assumitur 13.14.15.16.17 p 13. Et si angulus rectus insitit in diametrum, peripheria per eam transit. Reliquæ partes pendunt ē prima. Theon ē prima parte consecutiū facit. Si trianguli angulus æquatur reliquis, rectus est. Verumtamen potuit generaliter ē 32 p 1 trianguli angulum reliquis æqualem rectum esse, unde sine exteriore angulo demonstratio ista fieret, neq; *ὅτι ὁ ἀπὸ τοῦ κέντρου* debuit ex ista demonstratione principium illud concludi, & Aristotelis demonstratio id nimis præ se ferebat. Itaque geometria ista nobis erit in geometria trianguli, unde ad cætera deinceps accommodetur.

32 Theon deducit ex angulo semicirculi. At ista propositio generaliter proponit de angulis in sectione, & probari potest ex eadem generali causa angulorum in oppositis sectionibus ad 22 p 3, item ē triangulo rectangulo, ex qua deducitur æqualitas anguli in semicirculo, quod rectus sit, qui sit trianguli reliquis angulis æqualis. Ex hac aut̄ propositione duo deinde sequitur problemata.

33.34 Theon demonstrat hæc problemata duo. At si verbis expressa essent, demonstrationibus nullis esset opus, consecutaria specialia essent, ut nobis sunt.

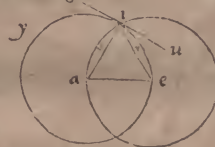
35 Duæ propositiones proportionem in segmentis inscriptarum quandam instituunt, quarum ratio fuit ad 3 & 4 p 3. Theon deducit ē 5 p 2 & 47 p 1. Nec tamen una specie totum genus complectitur. Itaque Campanus quinque species interpretatur, & demonstrat. Quo satis elenchum tautologiæ toties adhuc in elementis animadversum demonstrat quinque demonstrationum specialium pro una generali. Consequens autem propositionis ex

Cc 2 æqualis

æqualitate rectangulorum satis docet partes sectarum inscriptarum proportionales esse. Sed quo principio doceri ante possit ista proportio, considerandum fuerit, utrum è diametri vel potius circuli proprietate. Præcepit Euclides sexto libro permulta de proportionibus figurarum rectilinearum, de circulo & in circulo rectarum, de angulorum, deque partium proportionibus paucula. At res ista non indigna est, in qua Geometra nervos intendat suos.

36 Theon hic adhibet 6 p 2 & 47 p 1. Sed ex æqualitate rectangulorum querenda hic proportio laterum fuerit, id est ex effectu consideranda causa. Hic enim tres sunt proportionales, ut antea fuerunt quatuor, unde etiam sequitur omnia rectangula secantium & extremorum segmentorum inter se æquare, quia æquantur eidem quadrato tangentis.

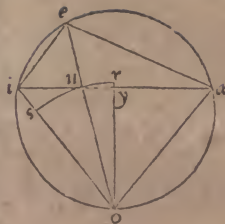
37 Theonis demonstratio similis est superiori: Conversa autem quædam est superioris. Atque hæc Euclidis sunt de circulo, quædam vero sunt apud Pappum 1 4 th 11. de tribus circulis contiguis eodem circulo comprehensis, item de arbelo id est cultro-futurio, cujus instar est illa figura à tribus semiperipheriis comprehensa. His addamus & alia quædam. Demonstratum est antea rationem esse heterogeneorum, ut lunularis circuli & rectilinei: jam doceamus æqualitatem item *πυροειδὸς* securi similis, de quo recepimus ad 23 p 1. Sint enim duo circuli se inter se secantes super centrīs & æquales: super semidia metrum describatur æquilaterum triangulum *a e i*. Ducatur linea *o u* contingens circumulum in termino linea *a i*, ipsa erit perpendicularis per 18 p 3. Ergo anguli *a i o*, *a i u* sunt æquales, quia recti: Et angulus contingentie *o i y* est æqualis peripherie alteri angulo contingentie *u i e*. Ergo angulus *a i y* est æqualis angulo *a i e*, qui efficiuntur ex lineis rectis & ex circumferentia. Sed circumferentia *a i* est æqualis circumferentie *i e* per 28 p 3. Ergo convenient segmenta *a i* & *i e*. Ergo angulus *s* est æqualis angulo *r*. Sed ab æquis æqua tollas, &c. Ergo angulus *μυροειδὸς* *a i y* est æqualis angulo trianguli æquilateri *a i e* continenti *ἀμφοτέρω ὀρθῷ*.



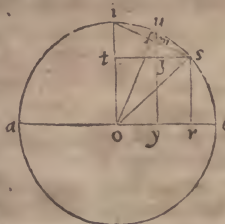
Hæc demonstratio est è tertio libro, & ideo fortasse prætermissa à Proclo, quia sequentibus propositionibus indigebat. Labet vero etiam hic proponere Ptolemæi geometriam de disproportionibus peripheriarum & subtensarum. Fuerit enim *ὑπερβολὴ* hæc gravis & periculosa nisi caveatur. Si inscriptæ circulis æqualibus sunt æquales, secant peripherias æquales, & contra. Ergo si major, si minor secat maiorem, secat minorem, hoc totum verum est. Ergo inscriptæ peripheriis sunt proportionales: falsum est, ait Ptole. lib 1 cap 9. Ptolemæi itaq; hæc de re demonstratio adjiciatur.

Ratio majoris peripherie ad minorem major est, quam majoris inscriptæ ad minorem. Primo inscriptæ *a e*, *e i* faciant angulum *a e i*, qui bisecetur recta *e o*, tum cōnectatur *a i*, *a o*,
io,

io, dein sit oy perpendicularis ipsi ai . Hic latus io majus est latere yo per 11 e 6, quia subtendit majorem angulum: ideoque $8uo$ majus quam oy . Quare si centro o intervallo ou peripheria describatur, secabit io & superabit yo : sit igitur peripheria sur , & continuetur oy ad r . Itaque sector oru major est triangulo oyu : item sector ous minor triangulo oui . Itaque ut si quatuor numerorum primus sit major tertio, & secundus minor quarto, ratio primi ad secundum major est quam tertii ad quartum, sic ratio sectoris oru ad sectorem ous major est quam ratio trianguli oyu ad triangulum oui . At ratio sectoris ad sectorem est ratio anguli ad angulum per 6 e 6, & ratio trianguli ad triangulum est ratio basis yu ad basim ui per 7 e 7. Ergo ratio anguli ad angulum major est quam basis ad basim. Deinceps compositiones duæ sunt & una divisio. Prima compositio est, ratio anguli yoi ad angulum uoi est major quam ratio basis yi ad basim ui . Secunda compositio est e duplicatis terminis angulo aoi ad angulum uoi , & basi ai ad basim ui , quod ita demonstratur. Angulus ade bisectus est, ergo per 19 e 15 peripheria & subtensa ao & oi æquantur. Ergo per 26 p 1 ay æquatur ipsi yi , & angulus aoi æquatur angulo yoi , ideoque recta ai dupla est rectæ yi , & angulus aoi anguli yoi . Duplicatis igitur terminis ratio anguli aoi ad angulum uoi est major, quam ratio duplæ rectæ ai ad rectam ui , & prima divisione ratio anguli aoi ad angulum uoi , id est per 6 e, ratio peripheriæ ae ad peripheriam ei est major quam ratio au ad ui , id est per 12 e 7 quam subtensæ ae ad subtensam ei . Quare ratio majoris peripheriæ ad minorem major est quam majoris interceptæ ad minorem, neque omnino proportio peripheriarum ad inscriptas est vera. Talis *ἡ ἀνισομετρία* esset si quis in æqualibus segmentis peripheriæ partes oppositas diametri proportionales diceret. Itaque Jordanus 2 p de ponderibus, & Regiomon. 6 p de sinibus ita refellunt.



Si perpendiculares a terminis æqualium peripheriarum secant diametrum, segmentum propius centro erit majus remotiore. Esto in circulo diameter ae , in quam ab æqualium peripheriarum terminis i & u sunt perpendiculares io , uy , dico segmentum oy majus esse segmento yr . Ducto radius ou , & connectito is . Hic anguli in centro io & uos æquantur per 6 e, quia insunt in peripheriis æqualibus, & ideo per 19 e 15 i & s æquantur. Ergo im major quam ms . Esto perpendicularis st super io . Hic per 8 e 7 quia u est in triangulo parallela basi, ut im est majus quam ms , sic, majus js id est oy est majus quam yr . Hæc propositio causam continet, cur pondera in lance quanto propius accedunt ad æquilibrium, tanto graviora sunt, velociusque deorsum moventur. Sic leviora contrario motu sursum: ut si è fundo aliusimi æquoris utres oppleti statu emergerent ad summum.



Cc. 33. mum.

3.4.5.6 d Quatuor verò proxima definitiones materiam habent quarti libri propriam, & mirabilem tautologiam habent, magisque apertam quam duæ superiores. Peripheria (ut dixi) est pro lateribus & angulis. Itaq; in his quatuor definitionibus, quater appellatur, in tertia & quarta, quod anguli quod latera tangant peripheriam: in quinta & sexta, quod peripheria tangat latera, quod tangat angulos.

7 d Septima definitio usurpat verbum *ἐν ᾧ περιέχεται* cōgruere pro *ἐν ᾧ περιέχεται* inscribi: idem siquidem est, & sic inscripta linea Ptolemæo dicitur. Sed ista definitio multo iustius ex hoc libro in tertium rejiceretur, quam prima & secunda: libro siquidem tertio geometria fuit de inscriptis lineis, & in circulo rectæ dicebantur peripheriæ valde insolenti, tumq; diximus ad 2 p 3 materiam inscriptæ lineæ confundi.

IN PROPOSITIONES.

Atque hæc de quarti libri definitionibus, propositiones sequuntur omnes problematicæ & mechanicæ, quæ si verbis expressæ essent magnam demonstrationum materiam non haberent, ut in singulis intelligetur. In sexdecim autem propositionibus instruitur inscriptio trianguli, quadrati, quinqueanguli, sexanguli, decanguli, quindecanguli propria inscriptione. Circumscriptio communis omnium rectilineorum una instrui potuit, cum rectæ tangeret peripheriam in angulis inscripti. Circuli vero inscriptio & circumscriptio communis item est & concursu bisecandum angulos: illicque è radio perpendiculari in latus, hic in angulum. Quare septem propositiones 7.8.9.12.13.14.15 catholicum in ascriptionum geometria nihil habent. Sunt autem quadam dispersa libris extremis ut 8.9.10.11.12 p 13, 1 p 14 ad eandem rectilineorum ascriptorum geometriam attinentia, quæ melius hic explicarentur. Sed de singulis libri hujus propositionibus jam dicendum.

1 Hæc bella inscriptio per regulam aut circinū brevius postularetur, sine quibus etiam geometres nequeat, neque diametrum neq; inscriptam ipsam ostendere. Atqui hæc propositio cum 2 p 3, melius unico elemento traderetur.

2.3 Hæc propositiones proponunt adscriptionem trianguli non cuiuslibet: id enim tanquam per se facile & manifestum præteritum est à geometris, sed dato triangulo æquianguli: Inscriptio autem rectilineorum in circulum nulla communis traditur in elementis, neque circumscriptio.

2 Hæc autem inscriptio generalis est & cōmunis omnium triangulorum: potest enim dari quodlibet æquilaterum, æquicurum, varium, rectangulum, obtusangulum, acutangulum.

3 Demonstratio est per consecutarium è 32 p 1 quod in quadrangulo anguli æquantur quatuor rectis. hic autem duo recti, reliqui igitur oppositi & duobus rectis æquantur: alter porro jam æquatus est exteriori angulo, reliquis igitur per 13 p 1 & ax 1 æquatur deinceps reliquo. Atque hæc specialis est circumscriptio trianguli.

4. Dux.

4 Duæ proximæ propositiones docent adscriptionem circuli, quæ communis est ad omnia rectilinea, ut est in nostra geometria. Demonstratio autem ductis in reliqua latera perpendicularibus facilis est 26 p 1. Atque hæc propositio tria eadem puncta continet, quæ 9 & 25 p 3: & inscribere triangulo circulum, non aliud est quam peripheriam per tria trium angulorum puncta ducere.

5 Demonstratio hic facilis est, quia tres radii per 4 p 1 æquantur. Ideoque per 9 p 3 punctum illud est centrum. Theon deducit demonstrationem per tres species acutanguli, rectanguli, obtusanguli, unde concludit, si centrum sit in triangulo, in latere trianguli, extra triangulum, triangulum esse acutangulum, rectangulum, obtusangulum, contraque si triangulum sit acutangulum, rectangulum, obtusangulum, centrum esse intus, in latere, extra.

6 Quatuor proximæ propositiones de quadrati & circuli adscriptione parem geometriam habent superiori. Huc verò 22 p 3 de quadrilateri inscripti duobus angulis oppositis æquantibus duos rectos proprie intercurrebat, & in geometria nostra locum hunc obtinebit, deduceturque de sectionibus oppositis in eodem circulo. Hinc sequitur.

Latus inscripti potest duplum circularis radii. Ut patet per 47 p 1. Et

Si quadratum circularis radii duplicetur, latus duplicati erit latus inscripti quadrati. Ptolem. 11 cap 9

7 Sententia problematis est. Si duæ perpendiculares ad extremas dati circuli diametros rectè bisectas concurrant, circumscribent quadratum dato circulo. Demonstratio verò quod sit circumscriptum, patet per 4 d 4, quod quadratum per 28.3 4 p 1: circumscriptum tamen continetur in generali circumscriptione, de qua 1 e 18. Hæc enim circumscriptio generalis est. Præterit autem Euclides reliquas species quadrilateri. Oblongum enim circulo inscribi potest, & ei circulus circumferibi eadem via, qua triangulum & quadratum: circumferibi verò circulo non potest, nec ei circulus inscribi, quia perpendiculara à centro ad latera essent inæqualia: ob eandem causam rhombus & rhomboides nec inscribi possunt, nec circumscribi: trapezium aliquod potest inscribi. Tumque

Si radii sint ad angulos inscripti trapezii trium laterum æqualium & quarti minoris, anguli in centro subtensi æqualibus erunt obtusi, minori subtensus acutus. 17 p 12. Ut hic, quia circa centrum æquantur quatuor rectis. Quartus autem minor est recto: Tres igitur reliqui æquales inter se sunt majores recto. Trapezium igitur sic inscribi potest, circumscribi autem non potest: eaque de causa præterita est ista ascriptio ab Euclide. Reliqua ascriptionis geometria est de multilateralis, sed æquilateris tantum & æquiangulis, neque tamen omnibus. Itaque sola trianguli ascriptio generalis est, nec æqualitatem ullam angulorum aut laterum requirit.

8 Sententia problematis est. Si duæ rectæ rectè bisecent duo quadrati latera, circulus è concursu, indeque radio in latus perpendiculari inscribetur dato quadrato. Demonstratio quod circulus, patet per 9 p 3, quia hic ra-



hic radii quatuor equantur, quod inscriptus patet ϵ 5 d 4. Verum inscriptio ista generalis & communis est in omnibus rectilineis æquilateris, ut est in nostra geometria. Itaque specialis hæc inscriptio, si generalis (ut opus est, sit præposita) nulla fuerit, ac demonstratio quod circulus, quod inscriptus levis admodum est, cum id apertum ex sese, manifestumque sit.

9 Sententia problematis est. Si duæ per opposita latera diametri bisecentur, circulus ϵ concursu bisecantium: indeque in angulum radio circumscribetur, dato quadrato. Demonstratio, quod circulus est, quia radii quatuor æquales, quod inscriptus 3 d 4 docet. At ista circumscriptio in generali comprehenditur. Itaque circumscriptio specialis hic supervacua est, & demonstratio logicam habet proximæ superiori parem.

10, 11, 12, 13, 14 p. Quatuor proximis propositionibus instruitur plena adscriptio quinquanguli, ut antea trianguli & quadrati: circumscriptio tamen generalis & communis erat omnibus multilateris æquilateris, & æquiangulis, ut tota circuli adscriptio communis est in multilateris, æquilateris, & æquiangulis omnibus. Ex demonstratione verò præsentis propositionis, sequitur æquilaterum adscriptum circulo esse æquiangulum, quod præsumi tamen potuit ante speciales rectilineorum adscriptiones, ut in nostra geometria erit. Atque in ista propositione *ἐφαρµοσις* imprimis egregia est, quinque circulorum in uno circulo consideratorum, qualis adhuc nulla fuit.

15 Demonstratio autem quod æquilaterum per sex angulos æquales in centro, item quod æquiangulum per 27 p 3 licet neque difficilis, neque inelegans, attamen per triangulum à quo duplicatur vel per radium, qui sextam partem peripheriæ subtendit, æqualitas laterum fiebat, æqualitas autem angulorum inde erat, quod ascriptum æquilaterum sit æquiangulum. Theon verò ϵ sua demonstratione deducit duo, primū. Quod radius circuli sit latus sexanguli æquilateri. Secundum. Si rectæ ab extrema diametro circuli sexangulo æquilatero circumscripti, in tertium utrinque angulum cōnectantur, inscribent triangulum æquilaterum dato circulo. At ex 2 p 4 patet inscriptio talis trianguli. Campanus hic admonuit, quod æquilaterum adscriptum sit æquiangulum, quod nos in geometria sequimur, & docemus generaliter ac semel uti decuit, non iteramus sepius, ut tandem in extrema specie moneamus de genere. Porro ut circuli rectilineo adscribendi, via una communis est, sic rectilinei vicissim circulo adscribendi, via communis esset, si haberetur via peripheriæ data ratione secandæ. In hac autem propositione addere tres illas comites de circumscribendo rectilineo, item de inscribendo & circumscribendo circulo geometriam jam piget, aut certe tædet, ita tautologia credo, suum elenchum prodit. Sed tamen *ἐφαρµοσις* hujus propositionis valde est insignis: quæq; in unum circulum sex circulos congruentes intelligit, quomodo liceat & innumerabiles in uno concipere, & *ἐφαρµοσις* tamē fiat cogitatione, ut tota mathematica *ἀφαρµοσις*, quæ contraria est *ἐφαρµοσις*.

16 Hæc propositio propriam inscriptionem habet, qualis antea fuit in triangulo, quadrato, quinquangulo, in qua tamē nihil præcipuè laborat de laterum

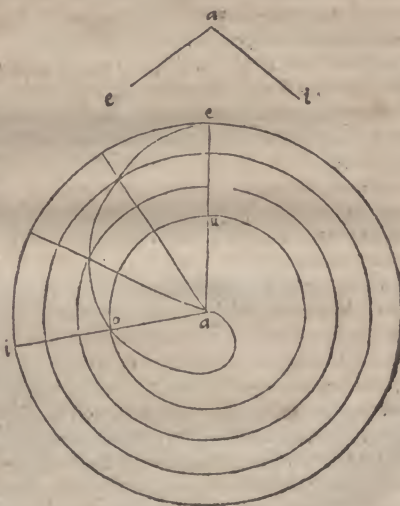
D d vel

vel angulorum æqualitate tantum remittit ad præcedentia: in eoque superiori rem geometriam cõmunem fuisse de circumscriptione rectilinci, de tota adscrip-
tione circuli cõfictetur. Atq; hæc de Euclide: quidam vero Archimedes sequen-
ti conati sunt angulum secare data ratione, ut inde figuram quamlibet inscriberent. Propositio Archimedis in helicebus ad hanc rem ejusmodi prima est.

Si punctum lineam æquevelociter permearit, spatia permeata erunt proportionalia temporibus. Ut si punctum permearit æquevelociter rectam ae , spatium quidem ae in tem-
pore ou : spatium vero ei , in tẽpore uy erit spatium

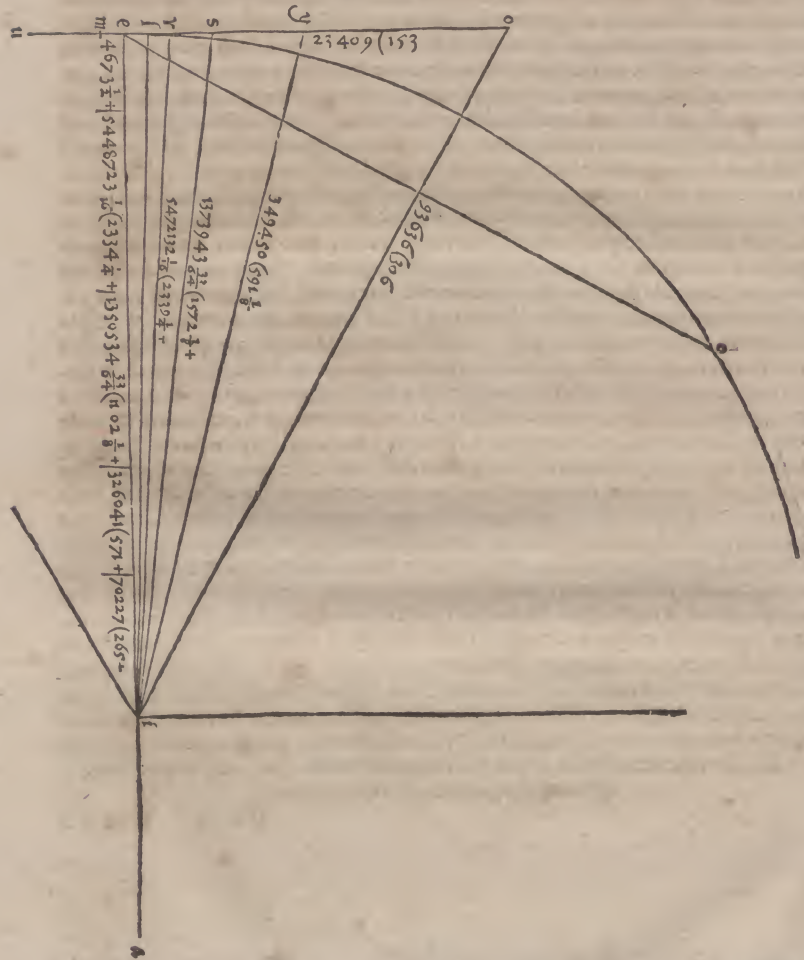
ae ad spatium ei , ut tempus ou ad tempus uy , ut hic
vides. Hinc vero conati sunt illi geometræ secare
angulum rectilincum data ratione: ut trisecandus
sit angulus eai & sit helix aoe , & principium cõver-
sionis sit au , in centro sit angulus eai æqualis da-
to: & centro a radio ae sit circulus ei : Item centro a
intervallo ao esto circulus ou , tum recta ue trisecetur per io p. 1, perque puncta se-
ctionum peripheria sunt concentricæ circulo ei , radiique à centro a per puncta
sectæ helicis sunt in summam peripheriam. Angulus in centro secabitur data

ratione: spatia autem æquevelo-
citer permeata sunt intersegmen-
ta rectæ ue , tempora sunt interse-
gmenta summæ peripheriæ. Itaq;
cum permeata spatia sint propor-
tionalia temporibus, tẽpora an-
gulis in centro per 33 p. 6. angu-
lus in centro totus secabitur data
ratione. Atq; ita de quocumque
angulo data ratione secãdo. Jam
si voles triangulum invenire cu-
jus uterque angulus ad basim sit
quomodolibet multiplex reli-
qui, hinc invenies per angulum
rectũ sectũ ut prius data ratio-
ne, ut si triplum requiras, divide
rectũ in septem partes, & senis
partibus æquato angulum ad ba-
sim utrumque, valentem nempe
sex septimas, reliquus ad verticẽ
valebit reliquas duas septimas.
Si quadruplũ quæras, divide in
novem: si quintuplum, in unde-
cim, & sic deinceps. Tum denique
& voles inscribere septangulum dato circulo, inscribe triangulum invento trian-
gulo



gulo æquiangulum per 2 p 4, basis trianguli erit latus septanguli, quomodo & Euclides 16 p 4 inscripsit quindecangulum. Sed hic non potest per subductionem latus approbari: approbari tamen potest per æquales peripherias æqualibus angulis subtensas angulo ad basim, utroque rursus ut prius trisecto. Sed hoc artificium (ut Proclus censuit) difficile sit rudibus, non solum quia multiplex & varium hic sit opus, sed quia ipsa temporum spatia in peripheriis & rectis proportio vix satis geometrica videatur, tum quia circinus helices nondum satis accuratus est, nec utilitas fortasse labori respondeat. Tentata est hæc generalis adscriptio à quibusdam recentioribus, sed refellitur à Petro Nonio. De iis apud Pappum libro quarto plura leges. Atque hæc de sectione anguli ex Archimede, à quo etiam facta tetragonismi demonstratio huc nobis rejecta est. Eam igitur si quis desiderat, sic habeto ex elementis nostræ geometriæ. Quod igitur periphæria non solum est tripla diametri, sed etiam quod paulo minor quàm sesquiseptima diametri, maiorque decem septuagesimis primis, ideoque una octava, simul demonstratur ab Archimede collatione illic majorum, hic minorum. Nam perimenter multanguli æquilateri laterum 96. illic circumscripti circulo, est tripla diametri, sed præterea non plane sesquiseptima, ideoque periphæria inscripti circuli erit tripla quidem, sed paulo etiam minor quàm sesquiseptima: hic contra perimenter multanguli inscripti est tripla, & plusquam superdecies partiens septuagesimas primas, ideoque periphæria circuli erit tripla & plusquam superdecies partiens septuagesimas primas, ideoque plusquam sesquioctava. Totus labor est in ascriptione talis multanguli in quintuplici sectione recti anguli, & in dimetiendis quinque triangulorum lateribus: prima sectio est trifariam, reliqua bifariam, ut habeatur quatuor rectorum cætrum occupantium $\frac{1}{5}$ unde per periphæriam subtensam habeatur nonagesimum sextum latus adscribendi multanguli. Labor igitur duplex est, primus in circumscribendo tali multangulo & comparando perimetrum circumscripti multanguli cum inscripti circuli diametro, quod sit tripla quidem diametri, sed minor quàm sesquiseptima: secundus labor est in eodem multangulo inscribendo, & comparando similiter perimetrum inscripti multanguli cū diametro inscripti circuli, quod sit tripla quidem diametri, sed maior quàm sesquioctava. Propositio igitur ista in utraque parte continet fabricam problematis, & rationem theorematum. At fabricæ rationis que in utraque parte varius licet labyrinthus, attamen mirifico geometrici artificii filo retexitur. Primæ partis problema theoremaque prius expeditur, ipsumque diagramma sic representetur.

Dd 2 PRIMA



Posito

Pōsito diagrammate videmus quintuplicem angulum, & triangulum quintu-
plex, sed sectiones hic quinque sunt unius recti: prima $\frac{1}{2}$: secunda $\frac{1}{3}$: tertia $\frac{1}{4}$: quar-
ta $\frac{1}{5}$: quinta $\frac{1}{6}$: atqui in tertia sectione $\frac{1}{3}$ unius recti jam erat $\frac{1}{5}$ quatuor recto-
rum. Nam $\frac{1}{4}$ recti est $\frac{1}{5}$ rectorum 4, cum illic reductio particularum ad partes
integri faciat $\frac{1}{4}$. hic $\frac{1}{5}$ idem valentes: Sed demonstratio inchoata ē radio, de
tota diametro non procederet. Itaque quarta bisectione quaritur $\frac{1}{8}$ quā dupli-
cata redeat ad $\frac{1}{4}$. Sed hic nodus enodabitur evidentius secunda parte. Demon-
stratio itaque primæ partis contexatur: secetur primo tertia recti, recta ē centro
infinita recte biseccante radium inscriptum circulo ab extremo diametri. Nani
cū radius id est latus sexanguli recte biseccatur, biseccatur periphæria per 19 e 16.
Itaque bisegmentum periphæriæ est $\frac{1}{2}$ totius perimetri, ideoque subten-
dit $\frac{1}{2}$ quatuor rectorum per 6 e 16, proptereaque subten-
dit unam tertiā unius recti. Quare angulus ou est tertia pars recti. Hæc prima sectio est anguli recti tri-
fariam. Primum triangulum absolvarur perpendiculari à dicto extremo diame-
tri concurrente cum biseccante in puncto, & absoluti latera metiamur. Hic bise-
cans io est dupla perpendicularis oe . Nam oe si continetur æqualiter sibi ipsi
ad u , & connectatur cum i , duo triacula oei & uei fient æquiangula per 2 & 1
e 7, tumque anguli oie , & eiu æquales facient $\frac{1}{2}$ unius recti, itemque anguli ioe
& ieu æquales facient singuli $\frac{1}{2}$. Itaque totum triangulum oui erit æquiangulū,
& ideo æquilaterum. Itaque latus oi æquale lateri eu erit duplum dimidii oe , id
est dictæ perpendicularis. Quare si oe perpendicularis valeat 153, biseccans io du-
pla valebit duplum, nempe 306, cumque quadratum perpendicularis 23409
subduxeris à quadrato secantis 93636, restabit pro quadrato secūdi cruris seu
radii per 5 e 12, 70227, cujus latus erit 265 ac paulo plus, sic 265 $\frac{1}{2}$: atque ita pri-
mi trianguli latera nobis dimensa erunt: unde quia quantitas majoris ad ean-
dem est maior quā minoris, ratio radii ie ad perpendicularem oe sit major,
quā 265 ad 153. Hoc triangulum lateribus ita dimensum fundamentum est
universæ propositionis ad fabricam problematis, & ad rationem theorematum.
Ab hoc enim principio ducitur quadruplex biseccio tertiarii anguli, laterumque
in quatuor reliquis triangulis similis inventio. Biseccetur itaque primo angulus
 eio ducta iy recta: ut igitur oi ad ie , sic oy ad ye per 12 e 6, & per primā composi-
tionem, ut oi & ie ad ie , sic oy & yi ad ye , & permutandō, ut oi & ie ad oy & ye ,
sic radius ie ad ye conterminū segmentum. Sic igitur habetur in secundo trian-
gulo mensura duorum particularium laterum. Atque ex hac conclusione lem-
ma deducitur, quod erit postea commune in reliquis bisectionibus etiam par-
tis secundæ.

Si recta biseccans angulum trianguli secuerit basim, crur simul utrumque erit ad basim, ut crur alte-
rum ad conterminum basis segmentū. Hic igitur ratio cruris simul utriusque 306 & 265 $\frac{1}{2}$
id est 571 $\frac{1}{2}$ ad 153 erit etiā ratio secūdi cruris vel radii ad conterminū segmen-
tum perpendicularis, ideoque major ratione 571 ad 153. Itaque si segmentum
valuerit 153, crur secundū seu radius valebit 571 $\frac{1}{2}$. Sic igitur in secundo trian-

D d 3 gulo

oſito

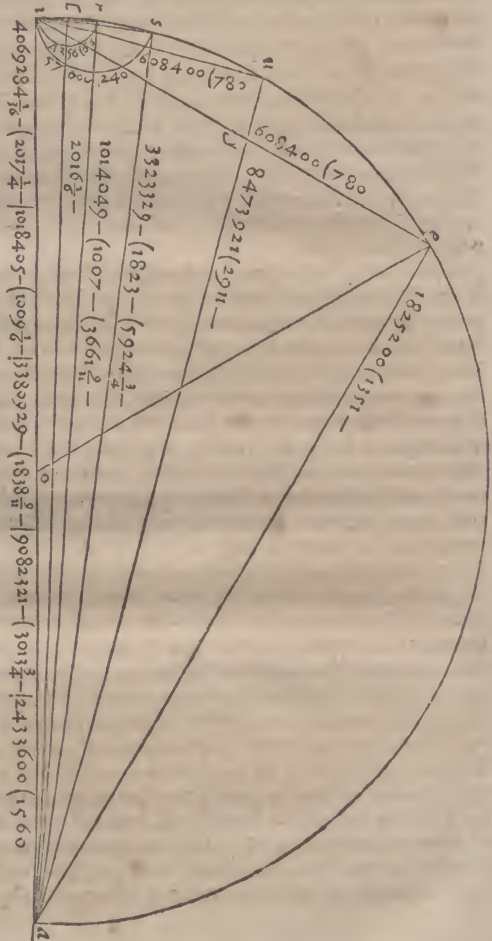
gulo duas perpendiculares ē lemmate meriemur: ubi sicuti perpetuo deinceps, numerus segmenti est qui fuit totius perpendicularis. Jam verò additis quadratis radii & contermini segmenti 326041 & 23409 , totū 349450 † erit per 5 & 12 pro quadrato secundæ bisectionis, quadratique latus pro ipsa bisectione erit $591\frac{1}{3}$. Hæc prima bisectionis est tertiarii anguli, eaque dimensio laterum secundarii trianguli. Secunda bisectionis sequitur & triangulum tertium. Rursus ergo angulus y i.e. bisectionis, ducta recta is , & recti trianguli latus i.e. colligatur per lemma additis 571 † & $591\frac{1}{3}$ † totū erit $1162\frac{1}{3}$ †, p. radio perpendiculari & majoris rationis ad e s. quā $1162\frac{1}{3}$. fiant quadrata radii $1162\frac{1}{3}$ † & contermini segmenti 153 erunt $1350534\frac{3}{4}$ & 23409 : totum autem per 5 & 12 pro quadrato secundæ bisectionis $1373943\frac{3}{4}$, totiusq. latus erit $1172\frac{3}{4}$ † id est $1172\frac{1}{2}$ † pro secunda bisectione. Hæc secunda bisectionis est, & hæc dimensio laterum tertii trianguli. Tertiō, bisectionis angulus s i.e. ducta recta ir , & latus il quarti trianguli colligatur additis per lemma cruribus tertii: totum erit $2334\frac{1}{4}$ †. Hic radius ad perpendicularem erit majoris rationis quā $2334\frac{1}{4}$ ad 153 : & hæc dimensio erit perpendicularium. Adde quadrata crurum $5448723\frac{1}{8}$ & 23409 , totum erit pro quadrato bisectionis per 5 & 12 , $5472132\frac{1}{8}$, totiusq. latus pro bisectione $2339\frac{1}{8}$ † id est $2339\frac{1}{4}$ †. Hæc tertia bisectionis est, & hæc dimensio laterum quarti trianguli, ubi jam habetur $\frac{1}{8}$ totius loci centrum occupantis. Sed ratio totius diametri ad segmentum perpendicularis non succederet. Itaque angulus æqualis jam inventus aliter inveniendus est addendo æqualem angulum ad inventi anguli dimidium. Quapropter quarto & ultimo bisectionis angulus r i.e. ducta recta il : Hic per lemma ratio radii ie ad segmentū perpendicularis el est ratio simul crurum $usq.$ cruris id est $4672\frac{1}{2}$ † ad 153 . Itaq. major quā $4672\frac{1}{2}$ ad 153 , & cōtra ratio segmenti le ad radiū e minor quā 153 ad $4672\frac{1}{2}$. Adhuc igitur ad multanguli ppositi fabricā quintuplex anguli sectio, & quintuplex triangulū fuit, prima sectio fuit trifariā, ut $\frac{1}{3}$ haberetur: deinceps tertiarius angulus quadrupliciter est bisectionis, ut haberetur $\frac{1}{48}$ unius recti: prima enim bisectionis fecit $\frac{1}{2}$, secunda $\frac{1}{4}$, tertia $\frac{1}{8}$, quarta $\frac{1}{16}$. Ponat jam angulo lie æqualis angulus adi , qui sit lim , id est angulus lie duplicet, angulus lim erit (ut prædictū est) $\frac{1}{48}$ quatuor rectorū, id est totius circa centrū loci $\frac{1}{12}$. Quare el erit latus multanguli circūscribendi laterū 96 , & nonagies sexies deinceps paribus intervallis circa peripheriam circūscriptū totā figuram cōplebit. Hoc artificū fuit quintuplicis sectionis in angulo, & trianguli perpetua laterū à primo illo perpendicularis duplo series & cōtinuatio. Quapropter primæ partis problema ejusmodi fuit: theorema multo brevius inde sequitur, ut cōparet perimeter circūscripti multanguli ad diametrū inscripti circuli: & numero definiatur excessus perimetri supra diametrū. Quoniā igitur ostensus est radius ie el habere majorē rationem quā $4673\frac{1}{2}$ ad 153 : ipsius autem radii ie dupla est tota diameter ae : ipsius verò el dupla lm . Quare cum partes multiplis sint proportionales, tota diameter ae ad totam lm majorem habet rationem quā $4673\frac{1}{2}$ ad 153 . Tum multiplica latus lm , id est 153 per 96 , fa-

96, facies 14688 pro tota perimetro circumscripti: quam si divides per diametrum, triplam esse perimetrum diametri comperies, & præterea majorem 667 $\frac{1}{2}$. Nam si à numero perimetri ter per partes subduxeris numerum diametri, id est si primo ter tollas 4673, restabunt 669: deinde si ter etiam tollas $\frac{1}{2}$ de 669, restabunt 667 $\frac{1}{2}$ reliqui summa in Archimedis & Eutocii litera: quæ quidem minor est, quàm septima pars diametri 4673 $\frac{1}{2}$. Nam si putes unam septimam esse, multiplicata 667 $\frac{1}{2}$ per 7, factus erit 4672 $\frac{1}{2}$, qui numerus est minor unitate quàm diameter. Concludamus igitur cum Archimede, perimetrum multanguli circumscripti dato circulo triplam quidem esse diametri circularis, sed paulo minorem sesquiseptima, nempe unitate unius septimæ, ideoque & peripheriam inscripti circuli triplam illam quidem etiam esse, sed multo minorem sesquiseptima, quia contenta peripheria inscripti circuli minor est continente perimetro circumscripti nonalexanguli.

Secunda pars, quod peripheria ad diametrum sit tripla, & multo maior quam sesquioctava.
Secunda pars deinde sequitur de inscripto multangulo, quodque inscripti peripheria sit tripla, & plusquam octava. Problematis fabrica de inscribendo nonalexangulo quintuplici, ut antea & anguli sectione, & triangulo similiter utitur. Theorematis ratio superiori item consimilis. Sed problema precedat. Præponatur hic totum diagramma, ut prius. Esto itaque circulus, eiusque diameter ai , & prima sectione recta ae secet tertiam partem anguli recti, connectatque rectam ei inscriptam & æqualem radio. Angulus enim connectentis & diametri, erit tertia pars recti, ut patebit ducto radio à centro in angulum e . Triangulum enim ioe est æquilaterum, ex tribus radiis, & angulus ioe æquilateri trianguli valet $\frac{2}{3}$ recti. at est in centro. Itaque per 5 & 16 est duplus anguli in peripheria iae . Quare angulus iae est tertia recti.

Hæc prima sectio est, primum autem triangulum est aei , cuius latus ai est dupli lateris ie , diameter nempe sui radii. Itaque si radii ie mensura sit 780, diametri ai mensura erit 1560. Jam vero tolle 608400 quadratum radii ie à 2433600 quadrato diametri, restabunt per 5 & 12, 1825200 pro quadrato connectentis, cuius latus erit paulo minus quàm 1351. atque ita notabitur 1351 —. Itaque secans ae , habebit minorem rationem ad ei quàm 1351 ad 780. Sic igitur primi trianguli dimensa latera sunt: deinceps sequitur quadruplex bisectio. Primo bisecetur angulus eai ducta recta au , & connectatur cum diametro per rectam ui . Jam ratio ai ad iy , est ratio au ad ui . Hic enim duo triangula majus aii & minus yui sunt æquiangula. Nam duo triangula aei & yui sunt æquiangula. Rectus enim ad u æqualis est recto ad e per 18 & 16, & anguli ad verticem y sunt æquales per 2 & 8 & 5. Ergo reliquus uiy reliquo eay est æqualis, ideoque & æqualis æquali uai , & communis est angulus, qui ad u . Itaque per 3 & 7, reliquus aii æqualis reliquo iyu , ideoque triangula proposita æquiangula, & ut au latius

latus majoris trianguli ad ui latus homologum minoris, sic ai ad iy , ac per lem-
ma, ut ai ad iy , sic ea & ai ad ei . Itaque ratio au ad ui est ratio ea & ai ad ei . Hic
nim numerus perpendicu-
laris manet, qui postea ta-
men variat nō ratione, sed
terminis rationis. Jam ad-
dito ae & ai , id est 1351—
& 15601, totum 2911—
erit au : Deinde addantur
quadrata secantis & con-
nectentis 8473921— &
608400, totum erit
9082321, pro quadrato
diametri per 5 & 12: totius
que latus erit $3013\frac{41512}{60817}$
id est $3013\frac{3}{4}$ pro diametro,
ideoq; diameter ai ad con-
nectentem ui erit minoris
rationis, quā $3013\frac{3}{4}$ ad
780. Atque hæc prima bi-
sectio est anguli, eaque di-
mensio laterū secundi tri-
anguli. Secundo bisecetur
angulus $ia u$ per rectā as ,
& secans cōnectatur, trian-
gula erunt æquiangula, ut
antea, ratioque secantis ad
cōnectentem erit ratio dia-
metri ad segmentū, ideoq;
per lemma, ratio 2911—
& $3013\frac{3}{4}$ id est 5924 $\frac{3}{4}$ —
ad 780. Reducito ad inte-
gros utrumq; terminum
multiplicando per 4, ha-
bebis integros 23699 &
3120, integrosque reduci-
to ad minimos per diviso-
rem maximum 13, id est su-
me utriusque $\frac{4}{13}$ ratio re-
ducta erit 1823 ad 240.
Antea numerus segmenti



foit

fuit semper idem. Hic primum connectentis numerus variatur terminis. Adde quadrata rectorum $332329 - \& 57600$, totum erit per $8 \text{ e } 12$ pro diametro 3380929 , totiusque latus erit $1838\frac{2}{7}$. Quare diameter ai ad connectentem i s est minoris rationis quam $1838\frac{2}{7}$ ad 240 . Hæc secunda bisection est, & dimensio laterum tertii trianguli. Tertio biseceatur angulus sai per rectam ar , triangula (ut ante) erunt æquiangula, ratioque secantis ad connectentem erit ratio diametri ad segmentum, ideoque per lemma ratio $1823 - \& 1838\frac{2}{7}$ — id est $3661\frac{2}{7}$ — ad 240 . Reducito ad integros multiplicando per 11 , facies 40280 & 2640 , & integros reducito ad minimos per 40 , id est sume utriusque $\frac{11}{40}$, ratio reducta erit $1007 - \text{ad } 66$: quadratis $1014049 - \& 4356$ additis, totum erit pro quadrato diametri 1018405 , latus $1009\frac{1}{20}$ id est $1009\frac{1}{2}$. Quare diameter ai ad connectentem i est minoris rationis quam $1009\frac{1}{2}$ ad 66 . Hæc tertia est bisection & dimensio laterum quarti trianguli. Quarto biseceatur angulus rai per rectam al , triangula erunt, ut antea, æquiangula, & ratio diametri ad segmentum erit per lemma ratio simul utriusque $1007 - \& 1009\frac{1}{2}$ — id est $2016\frac{1}{2}$ — ad 66 . Hic nulla reductio est, adde quadrata $4064828\frac{1}{2}$ — & 4356 , totum erit pro quadrato $4069284\frac{1}{2}$ latus $2017\frac{29}{40}$ id est $2017\frac{1}{4}$ — pro diametro. Quare diameter ai ad i est minoris rationis quam $2017\frac{1}{4}$ ad 66 . Contraque latus il ad diametrum ia est majoris rationis quam 66 ad $2017\frac{1}{4}$. Hæc quarta est bisection & dimensio laterum quinti trianguli. Atque hoc ultimum bisegmentum est $\frac{1}{96}$ perimetri, neque modus ille duplicati anguli est prima parte huc repetitur, quia sumitur tota diameter, non radius ut illic. Hic verò $\frac{1}{3}$ recti subtendit $\frac{1}{3}$ totius peripheriæ, ideoque est $\frac{1}{8}$ quatuor rectorum. Itaque prima bisection facit $\frac{1}{12}$, quatuor rectorum, secunda $\frac{1}{24}$, tertia $\frac{1}{48}$, quarta $\frac{1}{96}$: quæ ideo subtendunt totius peripheriæ $\frac{1}{12} \frac{1}{24} \frac{1}{48} \frac{1}{96}$. Ergo hæc problematis fabrica est. Nam si nonagies sexies inventum latus peripheriæ deinceps inscribatur, multangulum erit inscriptum 96 laterum æqualium. Theorematis ratio succinctor etiam hic est. Nam cum latus nonagesimū sextum inscripti multanguli valeat 66 , jam multiplicata 96 per 66 , tota perimenter inscripti valebit 6336 . Divide igitur per partes, ut antea primo 6336 per 2017 , quorū erit 3 , & restat 285 , e quibus tolle ter $\frac{1}{4}$ id est $\frac{3}{4}$, remanebunt $284\frac{1}{4}$ dictæ perimetri, quæ reliqua majora sunt $\frac{1}{72}$, ideoque majora etiam sunt $\frac{1}{8}$. Itaque perimenter inscripti multanguli superat diametrum circumscripti circuli triplo & sesquioctavo, ideoque peripheria circumscripti circuli multo magis superat. Quamobrem ut tota archimedea propositionis sententia concludatur, peripheria circuli est tripla diametri & fere sesquiseptima, minor enim est sesquiseptima, major autem sesquioctava, sed propior sesquiseptimæ: Illic enim deest unitas unius septimæ: hic reliquum partibus plurimis majus quam $\frac{1}{72}$, & id eo quam $\frac{1}{7}$.

Ee P. RA.

P RAMI SCHOLARVM MA

THEMATICARUM LIBER 13. IN

definitiones quinti libri.



Quintum librum Scholiastes græcus Arcadius nempe vel Pappus, vel quod apparet 19 p 10, Proclus refert ad Eudoxum Platonis præceptorem, quem tamen Proclus sodalem Platonis efficit, & scopum ait esse libri de analogiis, & certè de solis analogiis agitur libro quinto. Proclus putat totum librum hunc esse communem Arithmeticae & Geometriae, & quidem multis partibus logicus est, ut definitionibus rationis, proportionis, in differentiis communibus inversa, alterna, continua proportionis, reliquarum tamen partium doctrina est arithmetica, nec ullam magnitudinis propriam affectionem cõplexa eaque valde manca: de rationibus duæ tantum definitiones sunt, de proportionione continua mirum præter duas definitiones silentium. Sed elenchus toto libro perpetuus est logicae & arithmeticae ad posteriorem materiam de magnitudinibus alligata: cum tamen geometricum de magnitudinibus nihil ferè sit, nisi forte in tertia & quinta definitione propter unum *ἁπορροειδὲς* verbum. Hoc igitur semel in universum admonitum sit, bis peccasse in logicam legem *ἀλλὰ τὸ πρῶτον* Eudoxum, qui logicam & arithmeticam analogiarum magnitudinibus attribuerit. Utilitas verò doctrinae de rationibus & proportionibus plane singularis est, sed ea nihilò minor erit: imò partibus multis uberior, si suo loco & ordine perdiscatur. Neque nostræ scholæ sunt solum de utilitate, sed de doctrinae methodo & facilitate. Sed proæmii satis est. Definitiones primum novendecim consideremus: tum accedemus ad propositiones. Primis definitionibus duabus opponuntur pars & multiplex.

1 Pars est magnitudo magnitudinis minor majoris, quando minor dimetitur majorem.

2 Multiplex autem major minoris, quando major dimensa est à minore. Primum quid casibus majoris & minoris hic opus erat: nōne satis erat quod minor metiretur majorem, & major dimensa esset à minore? Sermonis enim genus insolens: Deinde metaphora geometrica in verbo metiri hic non minus esset insolens, nisi elenchus illo magnitudinis pro numero usurpata tegeretur. Pars vero logicum nomen est oppositum toti, ut 9 ax 1 usurpatur (totum majus parte) generaleque ad partem quotam, quæ modo pars appellatur, & ad partes, quæ postea pro quanta parte dicuntur. Illa Campano est multiplicativa, hæc aggregativa, denique ut duplum, triplum, quadruplum, multiplex dicitur, sic opposita pars subduplum, subtriplum; subquadruplum. Multiplex autem arithmetica speciem inæqualitatis significat. Atque in ista doctrina multiplicis & partis unum genus rationum comprehenditur. At superparticulare & super

superpartiens, ceteraque inde composita genera in totis elementis nulla usquā docentur: *ἀναλογία* tamen generaliter interdum sumitur pro multo maiore, ut ab Aristotele in machanicis de rhombi diametris.

3 Ratto est duarum magnitudinum homogenearum secundum quantitatem inter se quedam habitudo. Hæc definitio (si habeat pro magnitudinū rerū) tota logica sit. Homogenia autem in comparatione geometrica solum requiruntur: In numeris homogenia nulla requiruntur. Omnes enim omnino sunt inter se comparabiles, & comparationis ratio in his qualibet explicabilis etiam numero. In geometricis autem rebus videtur ratio homogeniam postulare: ut lineæ inter se, non cum superficie, & superficies inter se, non cum corpore, corpora denique inter se comparentur. Nec tamen in omnibus homogeneis ratio ipsa explicabilis est. Est enim aliquando *ἀλογος* & *ἄρρητος* surda & inexplicabilis: ut inter latus & diagonum quadrati, inter axem & latus icosaedri & dodecaedri, imo vero ratio ista quam sibi definiendam proponit Euclides æqualitatis & inæqualitatis, communis est omnium rerum: lineæque superficiem corporique comparari potest, sic 14 lib. elementorum comparantur corpora, superficies, lineæ inter se, & sic lunula Hippocratis quadratur, & anguli obliquilinei rectilineis æquantur, ut antea demonstratum est: Tumque in utroque spectatur una dimensio: neque quicquam novi affert ista Euclidis definitio, quod non antea vel grammatica docuerit, quæ res iubet comparari tantum homogeneas. Virtus est auro nobilior, utrumque igitur nobile. Scævola jurisperitorum eloquentissimus, Scævola igitur jurisperitus: neque vero quod animadverterim aut meminerrim definitio hæc postea ad ullum usum appellatur. Campanus hic docet ab Euclide rationem recte esse definitam, quia Aristoteles ait proprium esse quantitatis æquale, vel inæquale dici. At non videtur Campanus satis animadvertere quantitatem hanc logicam esse omnium entium, etiam non entium communem differentiam, ut Aristoteles nominatim in metaphysicis docet, ut docet etiam in topicis locum esse communem omnium rerum à paribus, maioribus, minoribus. Itaque ratio pro generali comparatione quantitatis æqualis vel inæqualis non iustius hic definitur, quam definiretur species vel syllogismus.

4 Proportio verò est rationū similitudo. *ἀναλογία* deinceps seu proportio consimili logica definitur, & quidem elencho absurdior, præsertim ab Aristotele commonstrato. Aristoteles enim 5 cap 1. post. ait *ἀναλογίαν τὴν ἐναντίαν* non esse numerorum, neque magnitudinum, & sophisticam talem esse doctrinam numeris aut magnitudinibus accommodatam: unde & *ἀναλογίαν ἀνάπαλιν* (quæ communior est) cum proportioni & disjunctæ & continuæ conveniat, magis etiam logicam esse intelligimus. Aristoteles tamen 3 cap 5 lib ad Nicomachum videtur attribuire numeris analogiæ doctrinā, cum ait: *τὸ γὰρ ἀνάλογον ἢ μὲν ἐστὶ μοναδικῶς ἀριθμῶς ἰδιον, ἀλλὰ ὅλως ἀριθμῶς*. Analogia non solum est absoluti numeri propria, sed omnino numeri, tanquam diceret analogiam esse numeri quidem propriam, sed ita ut numeris rebus conveniat. Verum cum idem

Ec 2 ait, ut

ait, ut futor est, ad calceum, sic architectus ad domum, non dicit rationem du-
plam sesquialteram, aut quampiam aliam numeratarum rerum, sed generali-
ter & logicè loquitur. Quare Aristoteles ille logicus accuratior est hoc ethico,
qui tamen non pater Aristoteles, sed filius quibusdam videtur. Sed propor-
tio definitur ab Euclide ὁμοίτης similitudo rationum, magis proprium videre-
tur dicere ταυτότητα tanquam diceret identitatem, sicut septima definitio pro-
portionales definit, qui habeant eandem rationem: sicut deinceps Euclides se-
réperpetuó loquitur. Denique cum dicitur, Proportio est similitudo ratio-
num, idem est ac si diceretur, Proportio est proportio rationum, quia simili-
tudo & proportio est idem, & sic Aristoteles appellat. Postea autem in rebus
geometricis similitudo videbitur species proportionis (tantum abest, ut sit
genus) sic enim similes figuræ dicuntur: At similes dicuntur similitudine la-
terum, neque aliud erit similitudo, aliud proportio. Atque ut ratio est duo-
rum terminorum, sic proportio est duarum rationum, proportioque ratio-
num æqualitati terminorum respondet, & ut idem terminus æquatur eidem,
ita in proportionem ratio eidem rationi comparatur, & appellatur à græco inter-
prete innominato λόγος λόγου ratio rationis: Attamen ut æqualitas & inæquali-
tas terminorum simplicium est, sic similitudo & dissimilitudo binorum: At pe-
nuria verborum dicitur ratio ratione major aut minor.

5 Rationem habere dicuntur quæ multiplicata sese possunt excedere. Ari-
thmetica materies etiam hic est, & convenit numeris omnibus: non conve-
nit autem magnitudinibus omnibus: ideoque tanquam homogenia hic in-
terum significatur, nec linea quantumlibet multiplicata possit excedere su-
perficiem, aut superficies corpus. Verum duo qualibet entia rationem
habent logicam, ut æqualia sint vel inæqualia: quamvis æqualitas vel inæ-
qualitas neque numero neque mensura possit exprimi: In magnitudine au-
tem prodesse possit hætenus ista definitio, ut homogenia requiratur. Ergo hoc
alterum in quinto libro geometricum nonnihil est, præterea geometricum &
magnitudinis proprium nihil erit.

6 In eadem ratione magnitudines dicuntur esse prima ad secundam & tertia ad quartam:
quando primæ & tertiæ æquemultiplices, secundæ & quartæ æquemultiplices secundum quam-
libet multiplicationem, utraque utramque aut una deficiunt aut una æquant, aut una excedunt
sumptæ inter se.

Hæc definitio si perspicue loqueretur, materiam logicam ostenderet in æ-
liqua proportionis explicatione: At valde lubrica est. Nec enim si termi-
norum primi & tertii æquemultiplices secundi & quarti æquemultiplici-
bus secundum quamvis multiplicationem sint vel una majores, vel una æ-
quales, vel una minores, ideo simplices propositi perpetuo proportiona-
les erunt. Satis enim est ad veritatem disjunctivæ unam partem est ve-
ram. Dentur igitur simplices termini non proportionales ut 4. 3. 5. 4.

acci

accidet disjunctionis hujus non unam, sed duas partes veras esse, ut tota definitionis enuntiatio falsa sit. Sumantur enim æquemultiplices alterni, ut hic vides.

| | | | |
|-----|----|----|----|
| 4. | 3. | 5. | 4. |
| 24 | 27 | 30 | 36 |
| 24. | 21 | 30 | 28 |

In primo exemplo primus terminus superatur à secundo & tertius à quarto: in secundo primus superat secundum, & tertius quartum, & tamen dati non sunt proportionales. Quare in his duobus exemplis definitio vitiosa videatur. Ad defensionem autem euclidæ definitionis argumentum duplex facere videtur, primum quod in hac definitione verbum græcum $\alpha\mu\alpha$ non una (ut convertitur vulgo) sed pariter latine reddendum fuerit, ut multiplicium alterna ratio directa sit eadem & par, quomodo videtur Campanus accepisse, ut in singulis exemplis excessus æqualitatis, defectus sit eadem ratio: ac tum exempla illa duo non congruerent, quia non esset ubique par neque excessus, neque defectus. Secundum est quod voces disjunctivæ $\eta\eta$ irrepperint pro $\eta\eta$ id est $\eta\eta$, $\eta\eta$, $\eta\eta$, &c. Sic enim vocalæ illæ in scriptura vulgo contrahuntur: quam ad rem facit Theon ad 4. 7. 11. 12. 13. 16. 17. 22. 23 p 5: item ad 1, & 33 p 6 & ad 25 p 11: In quibus demonstrandis adhibet definitionem hanc non disjunctivè, ut hic exprimitur sed conjunctivè & per conjunctionem connexivam. Si æquale, æquale, si majus, majus, si minus, minus: quomodo 1 p 6 demonstrat proportionem triangulorum cum basibus.

Si basis æqualis, triangulum æquale, si major majus, si minor minus: quomodo & Archimedes usurpat ad 1 p Helicum. Sed quid ista longius repeto, cum Euclides ipse quartam propositionem quinti è conversa hujus definitionis fecerit, ut etiam quidam interpretes adnotarunt, & pro triplici ista excessus, defectus, æqualitatis differentia dixerit eandem rationem habentes, id est proportionales, ut tota definitio & antecedens & conversa ita sit. Si quatuor magnitudinum æquemultiplices alternae sint proportionales, datæ proportionales erunt. Et si datæ sint proportionales, æquemultiplices alternae etiam proportionales erunt. Verum ut hæc utraque defensio vera sit, attamen nihil admodum defendet: neque enim proportio ex illa triplici differentia satis accuratè concluditur, cum fallacissimus in isto argumento sit elenchus. Subtenfa æqualis subtendit peripheriam æqualem, major majorem, minor minorem: ergo subtenfa sunt proportionales peripheriis: falsum. Ptolemaeus convicit. Talis elenchus antea item refellitur à Jordano, item ab Euclide 8 th. 1 Opti. Deinde ut elenchus iste non subesse, nihil tamen definitione ista definitur. Neque enim hic docebitur quid sint proportionales, sed alternatio proportionalium proponetur, quæ definitur postea definitione hujus libri undecima & duodecima.

Ecce 3. Denique

Denique docebit ista definitio simplices terminos esse proportionales, quorum multipliciter alterni fuerint proportionales, & quidem multiplices triplici genere rationis defectus, æqualitatis, excessus. Itaque hystorologia duplex est in una definitione, definitur generalis proportio datorum per specialem proportionem multiplicium, secundo proportio directorum per proportionem alternorum: Sed inde absurdiora postea erunt, cum pleræque propositiones illæ (quas diximus) ex sese claræ per hoc bellum principium demonstrabuntur. Harum enim demonstrationum gratiâ definitio hæc ab autore quisquis hic fuit, conficta esse videatur: sed quales hæc sint demonstrationes in propositionibus ipsis ita demonstratis intelligi poterit: assumptio enim categorica ex hac hypothese nulla erit. Sed de triplici alternationis differentia rursus ad 12 d 5. Quare talis definitio tollatur è mathematicis.

7 Eandem rationem habentes magnitudines proportionales vocantur. Hæc definitio materiam logicam habet, confirmatque id quod dixi, proportionem melius definiti identitatem quàm similitudinem: & potest tamen proportionalium definitio è definitione proportionis intelligi.

8 Quando verò æquemultiplicium magnitudinum, primæ quidem multiplex superat secundæ multiplicem, tertiæ vero multiplex non superat quartæ multiplicem, tunc prima ad secundam majorem rationem habere dicitur quàm tertia ad quartam. Hæc definitio logicam rem habet, docetque dissimilitudinem quandam, & tanquam diceret disproportionem, & sic Campanus ait improportionales definiti: Sed tamen definitionis hujus manifestus est elenchus, quia definit tantum per inæqualitatem majorem multiplicem, cum tamen possit per terminos superparticulares superpartientes per subalternos, ut sexta definitio præcipue voluit, perque reliqua omnino rationum genera proportio variari. Sed ut ex generali ratione proportionales termini cognoscuntur, qui habent eandem rationem, sic & non proportionales qui non habent. At dissimilium seu disproportionatum mathematica nulla est. Ergo ista definitio inanis & supervacua est, non vitiosa solum, sed adhibita est ab Euclide ut demonstrari posset s. 13 p 5. quæ demonstrationes quales sint hinc intelligi potest, cum tali sophismate concludatur, & tamen sine definitione ista nihil definiente tam poterat quilibet demonstrari per negationem proportionalium.

9 Proportio minimum est in tribus terminis. Logici erant definire proportionem continuam, quæ videtur hic ab Euclide comprehendi: Item & disjunctam. Attamen proportio continua melius definiretur quæ summum est in tribus terminis: Nam potest in duobus esse ut 2 ad 3, sic 2 ad 3, quo genere proportionis utitur Euclides 7 & 9 p 5: potest item in unico esse termino, ut 1 ad 1, sic 1 ad 1, quo genere algebra continetur. In quatuor esse non potest. Quare definitio ista, cum magnum quiddam dicere videatur, attamen nihil dicit, Quod si dixeris terminos

nos tres ratione distinctos esse, dicam quatuor isto modo terminos esse necessarios in omni proportionem: quia duae sunt rationes binorum terminorum. Et tamen si requiras quamobrem definitio ista quinto libro praecipue praeponeatur, nullam inuenies: nihil enim liber quintus de proportionem continua praecipit. Quare definitiones sex hanc logicam habuerunt.

10 Si tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicatam habere rationem dicitur quam ad secundam: Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicatam rationem habere dicitur quam ad secundam, & semper deinceps uno plus quandoque proportio fuerit. 10 d 5. Euclides mirificam logicam variis locis adhibuit. E' definitionibus antea ad 23 & 34 p 1, propositiones fecit, & faciet postea, nunc e' quibuslibet sententiis facit definitiones, quae tamen nihil definiant, hic enim nihil definitur, sed proprietas, eaque obscurior plerisque demonstratis ab Euclide propositionibus proponitur proportionis geometricae continua, in qua duplicare, triplicare, & sic deinceps non est multiplicare per 2 & 3 aut alium deinceps numerum, sed est terminos rationis bis iter, aut saepius ponere, & ita multiplicare ut hic vides. $\frac{3}{2}$ hic ratio 2 ad 3 duplicatur item ut $\frac{3}{2}$ sic ratio 2 ad 3 triplicatur & in ceteris similiter. Sed in ista definitione $\lambda\omicron\gamma\theta$ διπλασίονος & $\tauριπλασίονος$ ratio duplicata & triplicata non est idem quod dupla & tripla, sed (siccuti docet Campanus interpretatur) ex duabus rationibus talibus composita, aut in se ipsam quadrata multiplicata, item & ex tribus talibus, aut in se ipsam cubice multiplicata, $\deltaιπλασίονος$ tamen verbo usus est Euclides 20 p 3 & 10 p 4 & 12 p 13, pro voce $\deltaιπλασίονος$, quomodo etiam Theodosius utitur 12 th. 3 de sphæ. & Ptolemaeus 9 c 1 constructionis: Archimedes tamen de sphæra in 31 & 40 th. $\deltaιπλασίονος$ $\lambda\omicron\gamma\theta$ ita dicit, ut hic Euclides $\deltaιπλασίονος$, & idem de circuli dimensione $\tauριπλασίονος$ $\lambda\omicron\gamma\theta$ dicit pro $\tauριπλασίονος$, ut differentia perpetuo hæc observata non videatur. Verum quamvis decima ista definitio, non sit definitio, nec explicet quid sit, attamen quia principium per se clarum est, & protinus e' multiplicatio- ne rationum manifestum, postulatum est, & tamen postulatum arithmetice e' compositione rationum. Et tamen inquam postulatum, quo non plus utitur liber quintus, quam proportionem continua, quæ nona definitione comprehenditur. Quare definitiones nona & decima nullam rationem habent. Quamobrem in libro quinto praecipue statuuntur. Euclides e' decem primis definitionibus nullam postea propositionem proprie commentus est: ut septendecima cum commentus e' novem definitionibus reliquis.

11 & 12 verbis discrepant, re ipsa sunt eadē, homologae magnitudines dicuntur esse antecedentes quidem antecedentibus, consequentes autē consequentibus: itē. Altera ratio est sumptio antecedētis ad antecedentē, & consequētis ad consequentē: nec $\epsilon\mu\epsilon\lambda\omicron\gamma\iota\alpha$ undecimae definitionis aliud est quā $\epsilon\mu\alpha\lambda\lambda\alpha\gamma\eta$ duodecimae. Nec aliud est positus quatuor proportionalibus, antecedentia antecedentibus, consequentia consequentibus esse homologa, quam sumptionē antecedētis ad ante-

antecedentem, & consequentis ad consequentem, & si nomen hoc frequens est in elementis, ut in 4 & 5 p 6. aliquando tamen *ὁμολογῶν* idem videtur esse, quod *ἀνάλωγόν*, ut 20 p 6. At secus est, ut illic apparebit. Pertinet autem hæc utraque definitio homologorum & alternorum ad rationem disjunctæ proportionis, & habet privilegium quoddam quod directæ & inversæ proportio habere non possit: ut proportionalium terminorum æquemultiplices alternæ quidem sumpti, directæ autem tractati triplici sextæ definitionis differentia variari possint, ut hic vides in exemplo quatuor proportionalium triplicem differentiam æqualitatis, defectus, excessus.]

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 2. | 3. | 4. | 6. |
| 12. | 12. | 24. | 24. |
| 14. | 15. | 28. | 30. |
| 18. | 12. | 36. | 24. |

Hæc differentia triplex accidere non possit, si sumantur æquemultiplices directi vel inversi, id est primi & secundi, tertii & quarti. Nam si simplices fuerint æquales, multiplices tantum æquales erunt, si sit excessus, erit tantum excessus, si sit defectus, erit tantum defectus, eaque videtur occasio fuisse sophismatis ad 6 d 5 comminiscendi: at simpliciter satis ad hoc erat alternæ proportionis definitio. Si directi sint proportionales, alternos proportionales esse: multiplices ad fidem proportionis nihilo plus erant quàm simplices, & si multiplices adhiberentur, æqualitas tamen sola fidem veritatis adferbat, nihil attinebat defectus, nihil excessus, cum fallere possint aliquando, ut dixi. Quare alternatio proportionis est ipsa quidem ex sese probabilis & laudabilis, sophisma verò sextæ definitionis inde ortum tollendum atque abjiciendum. Ex his duabus definitionibus commentus est Euclides tres propositiones 16 p 5 generalem, & 14 & 4 p 5 speciales.

13 d Inversa ratio est sumptio consequentis velut antecedentis, ad antecedentem velut consequentem. Aristoteli ista materies logica est: à quo etiam in logicis *ἀνάπαλιν ἢ ἀπολύθῃς* conclusio secundi connexi dicitur, sed aliud modo est inversio proportionis quæ utrunque est affirmata, cum illic contra sit. Potest autem data analogia tribus modis inverti, ut hic vides è data proportionem.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 3 | 6 |
| 6 | 3 | 4 | 2 |
| 4 | 2 | 6 | 3 |
| 3 | 6 | 2 | 4 |

In Gm

In singulis enim servatur proportio alia quidem atque alia, sed tamen proportio, nec omnino nisi alia proportio esset, proportio esset inversa, sed eadem.

Hinc propositio nulla facta est, sed consecrari ad 4 p 5. 14 & 15 d. 5. *subdivisionem* compositionem & divisionem appellant, quæ proprie additio & subtractio dicitur. Elenchos autem ex iis axiomatis natos Aristoteles vocat elenchos compositionis & divisionis, tametsi compositionis & divisionis analogia non videatur logica, quia non sit communis omnium analogiarum, ut constat in Arithmeticis proportionibus differentiarum. Compositio triplex est. Prima definitur ab Euclide sic.

14 Compositio rationis est assumptio antecedentis cum consequente, velut unius ad ipsum consequentem, ut 4 ad 3, sic 8 ad 6: Ergo ut 4 & 3 id est 7 ad 3: sic 8 & 6 id est 14 ad 6: Euclides nomine generis hanc appellat speciem, & hinc 18 p 5 constituit. Duas reliquas compositionis species non definit, sed instituit inde propositiones. Secunda compositio est assumptio binorum antecedentium ad eundem consequentem, ut 8 ad 2, sic 12 ad 3. & ut 4 ad 2, sic 6 ad 3. Ergo ut 8 & 4 id est 12 ad 2: sic 12 & 6 id est 18 ad 3. Hinc ab Euclide factæ sunt propositiones duæ 24 p 5 generalis, & 2 p 5 specialis. Tertia compositio est assumptio omnium antecedentium ad omnes consequentes, ut unius antecedentis ad unum consequentem, ut 4 ad 3: sic 8 ad 6. Ergo ut 4 & 8 id est 12 ad 3. & 6 id est 9, sic 4 ad 3, vel sic 8 ad 6. Hinc duæ Euclidi factæ sunt propositiones 12 p 5 generalis, & 1 p 5 specialis. Triplici verò compositioni triplex divisio opponi potest. Euclides tamen opposuit tantum primæ & tertiæ, prima divisio sic est.

15 Divisio est assumptio exuperantiæ, qua exuperat antecedens consequentem ad ipsum consequentem, ut 7 ad 3, sic 14 ad 6. Ergo ut 4 ad 3, sic 8 ad 6. Hic vides in uno exemplo primæ compositioni oppositam divisionem. Atque hic Euclides etiam generis nomine appellat hanc speciem, sed aliter peccat. Potest enim divisio esse minoris antecedentis, ut hic sicut 3 ad 8, sic 6 ad 16. Ergo ut 5 ad 8: sic 10 ad 16. Ex hac autem definitione facta Euclidi est 17 p 5. Addit huc Euclides aliam divisionem nomine *τῆς ἀναστροφῆς* id est reversionis.

16 Reversio est assumptio antecedentis ad exuperantiam, qua exuperat antecedens consequentem, ut 7 ad 3, sic 14 ad 6. Ergo ut 7 ad 4, sic 14 ad 8. ubi elenchus est superiori similis speciei pro genere: differentiam enim sumere debuit Euclides, sive defectus, sive exuperantia esset. Hæc divisio proprie nulli superiori compositioni opponitur, nec ex ea propositionem Euclides ullam faciet: potest tamen adhiberi, ut ad 13 p 10 adhibetur à quibusdam. Archimedes ite ad 18 p helicium *ἀναστροφῆς* adhibet, & quidem antecedentis minoris: Ergo hæc in Euclide divisio duplex. Tertia divisio est assumptio differentię antecedentis ab antecedente, ad differentiam consequentis à consequente, ut antecedentis unius ad unum consequentem, ut 12 ad 9, sic 4 ad 3. Ergo ut 12 ad 9, sic 8 ad 6. Hæc divisio respondet tertiæ compositioni: At Euclides ut neque e tertia compositione, sic neque e tertia divisione ullam definitionem fecit, fecit tamen e materia definitionis 19 p 5 generalem, & 5. 6 p 5 speciales. Reliquæ tres defini-

Ff tiones

tiones conjunctionem proportionem habent in æquatione: æquatio autem variis sophismatis ut analogiæ reliquæ ab Euclide & Theone obscurata est.

17 Ex æquo ratio est, quando positis pluribus magnitudinibus & aliis æqualibus multitudine binisque sumptis, & in eadem ratione fuerit, ut in primis magnitudinibus prima ad extremam, sic in secundis magnitudinibus prima ad extremam: aut aliter, sumptio extremorum per subtractionem mediorum. Hic ratio ponitur pro proportionem elencho superioribus simili. Deinde bis definitur idem, cum tamen definitio prior sit evidentior.

18 Ordinata proportio est quando fuerit ut antecedens ad consequentem, sic antecedens ad consequentem: fuerit autem ut consequens ad aliud quippiam, sic consequens ad aliud quippiam. Hæc definitio nō rationem ut prior, sed proportionem appellat, ita primum elenchum vitavit. At genus in definitione nō repetivit uti debuerat. Hinc tres propositiones factæ sunt ab Euclide, 22 p 5 generalis: 20 & 3 p 5 speciales.

19 Perturbata autem proportio est, quando tribus positis magnitudinibus, & aliis æqualibus ipsis multitudine est, ut in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem, sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem: ut autem in primis magnitudinibus consequens ad aliud quippiam, sic in secundis magnitudinibus aliud quippiam ad antecedentem elenchus est, quod generis definitio perversè iteratur pro nomine generis: Nec enim definitio generis tres tantum magnitudines proposuit. Hinc autem factæ sunt 23 p 5 generalis & 21 p 5 specialis, ita factæ sunt 8 definitionibus propositiones septemdecim: reliquæ octo 7.8.9.10.11.13.15.25, postulari debuerant, non proponi. Et quidem 7.11.13.15 in Logica potius, quàm in mathematica: Axiomata enim logica sunt in logicis etiam à nobis collocata.

P R A M I S C H O L A R V M M A T H E M A T I C A R U M L I B. 14. I N P R O P O S I T I O N E S Q U I N T I L I B R I.



Definitiones quinti libri adhuc consideratæ sunt, considerentur deinceps propositiones logicis multis omnibus invitis & positæ & demonstratæ, & collocatæ. Materies enim tota est principiorum, unde propositiones demonstrabiles confictæ sunt. Sunt enim septemdecim materia definitionum antecedentium, ut speciatim jam declaravi: Octo reliquæ principia per se clara, & postulanda ideo fuerant. Campanus id vidit, definitionesque appellat modos arguendi, & ait ab Euclide postea demonstrari, idque Campano tam pulchrum visum est, ut à Theone præteritas quarundam definitionum & propositiones & demonstrationes ipse addiderit, quin sophisma tam crassum à mathematicis antea nonnullis reprehensum defendit, ut dicitur ad 7 p 5. Sed in Campano mirabilior etiā logica est adversus Amethum qui sextā definitionē demonstrabat multo iustiore de causa, quàm vel Euclides, vel Theon, vel Campanus reliquas definitiones demonstrarint. Ita Campanus in Ametho reprehendit elenchum in definitione unica, quæ

In toto libro cū Theone facit. Verumtamē demonstrationes eiusmodi, aut nihil demonstrat omnino, aut demonstrat (ut necesse fuit) ē posterioribus: deniq; speciales generalibus antepositæ sunt, & tamē speciales quæ specialē doctrinā nullam adferat, sed specialis tantū sint exēpli: ut quod tantū generaliter præcipiendū de omnibus proportionalibus erat, id proponitur per multiplex, quod similimata technia fieri poterat per superparticulare, superpartiens, & reliqua rationū genera. Et tamē ne quis tam insolentē logicā in mathematicis admiretur, Aristoteles in prioribus analyticis effecit quī Eudoxi condiscipuli logicā æmulatus syllogismorū in tribus figuris definitiones pari apodictica demonstravit: ut illicā nobis expositū est. Ergo hæc singula in singulis propositionibus convincantur, ac præcipuē in sex primis, quæ singulę ternos elenchos habent insignes, quod principia proponant, quod nihil demonstrent, quod speciale antepōnāt generali, id est omnibus iudicii generibus sophistica sunt.

1 Est ē definitione tertie cōpositionis, nusquā tamen apud Euclidē constitutæ. Demonstratio autē ipsius lecta iterū & iterū relecta lectori attento & logico ad rationem summā adferet, cū in ea nullū syllogisticæ complexionis argumētum mathematicū reperitur: quatuor ante libri elemētorum fuerūt, definitiones in quinto libro fuerunt novemdecim: ē quibus tamē propositionis hujus rationē reddere Theon nullā potuit, nullamq; causam proferre, quamobrē propositio prima vera esse videatur. Proponitur, Si partes æquemultiples sint partiū, tam multiplex totū totius futurū, inductio specialis exēpli per lineas adhibetur, sed in linearū exēplo partes sunt duplæ partiū. Ergo totū totius est æquemultiplex, quod argumētū propositio ipsamet fuit, præterea nullum. Hic fortasē dicitur huc afferri posse & 2 d 5: itē 2 ax 1. At nō affertur (inquam) à Theone, qui licet nominatim nō appellet elemēta quibus ad demonstrandū uti solet, ut Zambertus facit, attamen sententiā, tota etiā verba profert: quod hic non facit. Quamobrem demonstratio Theonis ad primam propositionē nullo principio suæ demonstrationis utitur, neq; demonstrat quidquā. Si partes sint æquemultiples partiū, totū totius tam multiplex futurū: quod erat tamē demonstratori propositū, sed exēplo tantū inducit. Tertium sophisma est ē methodo. Si propositio dubia esset, si demonstrabilis esset, debuit tamē specialis postponi generali, ut ē generali specialis concluderetur, quia ut verissimē docet Aristoteles, generale specialis est causa. At prima hæc specialis est ad 12 p 5. Quare tribus iudicii generibus elenchus iste triplicatus est, propositionis, demonstrationis, methodi. Res proponitur tanquam dubia, quæ postulanda fuerat, demonstratio specie ostentatur, nulla præstatur, ordo rerum pervertitur.

2 Est ē definitione secundus compositionis ab Euclide præteritæ: demonstratio autē licet referatur à Zamberto ad 1 p 5, attamē thesis non convenit à consequentibus divisis ad consequentes totos, sed argumētum hic item ē principiis nullum est, neq; alia causa specialis hujus propositionis per multiplicem, perq; partem alia est ulla, quā quæ generali propositione, seu definitione cōtinetur. Quare demonstratio hæc nihilo plus demonstrat, quā prima demonstravit.

Atque hic alter elenchus est. Tertius autem elenchus ē 24 p 5 deprehendetur,

Ff 2 quæ

quæ generalis est ad hanc secundam. Quare propositio secunda sophistica est genere & propositionis, & demonstrationis, & methodi.

3 Tres item elenchos habet, sit enim materia æquationis ordinatæ definitæ 18 d 5: & nominatim æquatio hic appellatur: perinde verò poterant æquemultiplices assumi secundi & quarti: æquatio enim tam ordinata constitisset, imò ordinatio. Incipit enim Euclides à medio æquationis, & invertit saltem illud ordinis. Demonstratio Theonis repetitur è compositione 2 p 5: sophisticè cum causâ (ut dixi) sit æquationis non compositionis, denique propositio est specialis ad 22 p 5.

4 p 5. Sophisma item triplicat, primò est conversa 6 d 5: vel est 12 d 5: Illic enim fuit. Si æquemultiplicia alterna sint tripliciter proportionalia, & simplicia proportionalia esse: Hic autem est. Si data sint proportionalia, alternè quoque esse proportionalia: Hoc igitur sophisma est in propositione: Demonstratio autem petitur primum è 3 p 5, id est ex æquatione. At alternatio simplicior est: deinde petitur è 6 d 5. At si definitio illa principium sit, conversa quoque principium debet esse, talis elenchus antea reprehensus est ad 11 ax 1. & 17 p 1. Sed hic etiâ res absurdior est, quod conversa 6 e 5, demonstratur per ipsammet conversam. Et tamen admirabili syllogismi specie concluditur: Propositio connexa est ex illa definitione: Si sumptis æquemultiplicibus triplex differentia æqualitatis excessus, defectus appareat, terminos simplices proportionales esse: assumendum igitur erat sine cōnexionē & conditione ulla, docendumq; in præsentī propositione hanc triplicem differentiam esse veram: Quod non docetur, sed tanquā ex sese manifestum assumitur: Sed in magnitudinibus 1 & 33 p 6 id magis apparebit. Deniq; hæc propositio specialis est ad 16 p 5, & 13 p 7. Ex hac autem bella demonstratione colligitur à Theone lemma, & inde corollarium, quo concluditur *ἀναλογία ἀνάπαισι* definita 13 d 5, quo nihil ineptius, cum hæc analogia non solum definitionis materia sit, sed materia magis generalis, quàm est analogiæ vel alternæ vel multiplicium terminorum.

5 Est materia divisionis tertiæ. Demonstratio autem est è 9. 7. 11 p 5 nōdum demonstratis. Ac si quis ad axiomata primi libri referat, cogitet axiomata illa rationis esse, non proportionis, qua de nunc agitur: & Theon licet nōn appellet in demonstrando numerū propositionum, quibus utitur: attamen propositiones ipsas, quibus uti statuit, totas recitat: ut jam dixi. Hic neutrum fecit: Deniq; propositio hæc specialis est ad 19 p 5, & 11 p 7. ita sophisma similiter triplicatum est.

6 Elenchi prorsus iidem sunt cū proximæ superioris propositionis elenchis: nebis idem repetatur. Quamobrem logica sex propositionū ejusmodi fuit, propositiones sequentes minorem sophisticam habent. Quinque proximæ 7. 8. 9. 10. 11 p 5 binos elenchos habent. Materiam vero definitionis non habent ut superiores proximæ, sed materiam habent per sese claram atq; manifestam, ideoque perinde postulādā: septima omnino logica est, reliquæ tres in numeris saltem postulari possunt: Undecima tam axioma est, quàm illud. Quæ eidem æqualia: Hic primus in quinque propositionibus elenchus est. Secundus est ex argu-
mento

mento demonstrationis. Demonstrantur enim septima, octava, nona, cum per antecedentes huius libri propositiones, tū præcipue per 6 & 8 d 5: quod sophisma jam ante Campanum mathematicus aliquis reprehenderat, quia principia per se clara sophisticis definitionibus obscuraret: & illi mathematico postea Campanus logica mirabili resistit. Non sunt (ait) immediatæ propositiones, quas superficialis apprehensio immediatas esse iudicat, quia non possunt uniri intellectui, nisi per quid est esse proportionem unam vel non unam. Hæc & argumenta & verba sunt Campani: At perdocte Campane, concedo tibi tuam hanc propositionem non posse (inquam) intelligi, æqualia ad idem habere eandem rationem: & inæqualia ad idem, non habere eandem rationem, nisi cognoscatur quid sit una & non una ratio. Verum assumptio tua falsa est, quod definiatur & una ratio 6 d 5, & maior 8 d 5: Nec enim ratio maior per illam 8 d 5, magis definitur quam eadem per 6 d 5: Neque omnino est ulla in totis elementis hæc de re definitio: Communis intelligentiæ & notionis est duplam duplæ, sesquialteram sesquialteri eandem esse, duplam sesquialteri non eandem. Quare demonstrationis argumentum magis etiam sophisticum est in 7. 8 p 5. quam antea fuerat. Nona & decima demonstrant conversas per contradictiones antecedentium, sicuti conversas Proclus ait demonstrari, quod tamen ad 48 p 1 non est factum. At demonstratio non magis in conversis requiritur, quam in antecedentibus requirebatur. Principia sunt antecedentia, itaque & conversa erunt principia: sic enim totis elementis habentur in principiis etiam conversiones principiorum, exceptis adhuc 17 p 1 & 4 p 5, in quibus tamen conversio Euclidis vel Theonis nulla visa est. Elenchus igitur demonstrationis in 7. 8. 9. 10. 11 p 5. talis est. Elenchus autem demonstrationis ad 11 p 5. absurdior etiam superioribus est per conversam 6 d 5, idque etiam Campanus animadvertit. Propositionem hanc (ait) quam Euclides in principio primi annumeravit inter communes animi conceptiones. Quæ eidem sunt æqualia, sibi quoque sunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. Hæc Campani verba sunt. Atqui mathematice eximie, syllogismi tui generalem propositionem vides, unde assumpta & conclusa tua specialis propositio est, & tamen syllogismum nullum hic vides: *περὶ οὗτοῦ* hoc unum ex illis est, quæ tertio scholarum mathematicarum libro diximus in elementis demonstrari. Ergo Euclides, Theon, Campanus syllogismi complexiōnem hic demonstrant, dato tamen antecedente. Assumptio enim hic & complexio proponitur. Sed rationes eidem eadem sunt æqualia eidem. Ergo sunt eadem vel æquales inter se. Talis demonstratio fuit antea ad 30 p 1. sed hic etiā manifestior elenchus, quam illic, & dicitur de hoc sophismate. ad 14 p 7. Eadem igitur Euclidis, Theonis, Campani logica hic fuit.

12 Elenchus triplex est: primò fit theorema dubium ē materia definitionis: Materies enim ista est tertiæ compositionis: ideoque definienda fuerat, non dubitanda. Hanc tamen definitionem in definitionibus Euclides non habuit, ut dictum est, sicuti tamen habere debuerat. Proponit autem Euclides hanc spe

Ff 3 clem

cicm inversè. At usus directè exigit, ut compositi sint antecedentes ad compositos cōsequentes, sic sint singuli ad singulos. Hic igitur novus elenchus est: Tum verò probatur per sophisma sextæ definitionis modo conversæ, modo directæ, item per specialem illam 1 p 5. secundus elenchus est. Hanc hystorologiam Campanus animadvertit, & annotavit. Prima proposuit de multiplicibus (ait) hæc proponit de omnibus proportionibus, unde est communior illa, eo quod omnis multiplicitas est proportio, non autem è converso: Hæc Campanus de hystorologia propositionis hujus, ubi tamè nullum sophisma sentit esse, si specialis propositio generali præponatur, & generalis per specialem demonstretur. At si generalis esset præposita, specialis si quid opus esset, per consecrarium sine demonstratione alia concluderetur. 13 p 5 aggreganda est ad 7.8.9.10.11 p 5. Habet enim similiter elenchum duplicem. Dubitat enim quod erat postulandum: deinde per sophisma 6 d 5 demonstratur. Sed enim Campanus elenchum priorem hic etiam vidit, nec tamen elenchum pro elencho & sophismate habuit. Aitque sicut in undecima quod hic demonstratur in proportionibus, conceptibile est in quantitativis, videlicet quod si duæ quantitates fuerint sibi invicem æquales, quæcunque una earum maior, eadem maior erit & reliqua. Hic Campanus ait eandem sententiam esse modo de quantitativis axioma, modo de rationibus theorema. At logice admirabilis, si demonstrabile fuerit hoc de rationibus, quod cōceptibile est de quantitativis, syllogistica demonstrationis propositionem ante habebas claram & manifestam, in præsentem autem propositionis hypothesi habes assumptionem, & complexionem, quid igitur dato syllogismi antecedente tam sollicitus es in demonstrando consequente? Hic Euclidis, Theonis, Campani logicam rursus intuemur in demonstratione syllogisticae complexionis. Campanus etiam in sophismatis accumulandis diligentior est, de maiore tantum inæqualitate proposuit Euclides, demonstrat etiam Campanus de minore, item de conversâ.

14 Dubitatur materia 12 d 5: elenchus est propositionis, demonstratur per se clarum principium, elenchus demonstrationis alter est, præponitur propositio specialis generali 16 p 5. elenchus est methodi.

15 referenda est ad sex illas 7.8.9.10.11.13 p 5. Dubitatur enim principium, demonstraturque per 13 p 5 Capano: per 12 p 5 Theoni: At partiū cum totis antiquior proportio est proportionem 12 vel 13 p 5.

16 proponit materiam 12 d 5: hic elenchus primus est. Demonstratio est præcipue per sophisma 6 d 5: secundus est: tertius elenchus est methodi: Hæc enim generalis est ad 14 p 5: Campanus hic hystorologiam videt, nec sophisticam arbitrat: admonet autem homogeniam terminorum hic requiri: quod in solis magnitudinibus tamen verum est, & verum tantum veritate geometrica, logicus enim sensus hic etiam in heterogeneis esse potest.

17 Duplex hic elenchus est, materies est 15 d 5: & Campanus hic etiam admonet demonstrari modum, qui dicitur illi proportionalitas permutata. Demonstratur autem præcipue per 6 d 5.

18 Duæ

18 Duplex hic item elenchus est, quia materies est 14 d 5. Et Campanus etiam hic ait demonstrari modum, qui dicitur illi proportionalitas cōiuncta. Demonstratur autem per impossibile ē duobus membris minoris vel maioris, cum tamen res ipsa per se clara sit.

19 Triplex hic elenchus est: materies enim est tertiæ divisionis, ab Euclide tamen non definita: & demonstratur per proportionem compositas & divisas, nihil clariore. Ex hac autem demonstratione Theon probat *ἀναγεγενημένη* definitā 16 d 5: cum tamen definitio per se clara esse debuerit. Tertius hic elenchus generalis propositionis postposita 5 p 5 speciali. Campanus autem ex eadem demonstratione demonstrat proportionem *ἀνὰ πλάτην*, quam Theon demonstravit ad 4 p 5: ut appareat iis demonstrationibus nihil esse prorsus indemonstrabile tali genere demonstrationis.

20 Triplex est elenchus, primus ē materia 18 d 5: secundus quod demonstratur per 8 p 5. & per 13 d 5. cum tamen datis quatuor proportionalibus per subductionem mediorum, sola proportionis definitio differentias tres illas concluderet minus obscurē. Tertius elenchus est, quod specialis præponitur generali 22 p 5, tamen si species ordinata non exprimitur hac propositione. Hysterologiam Campanus videt, sed excusat Euclidem, & Theonem ipsamet vitii nomine, quod specialis proposita ideo sit, ut per eam generalis demonstraretur. At (inquam) demonstrator acutissime, generalis contra præponenda fuerat, ut per eam specialis demonstraretur, & tamen quod hic mirabile sit, Campanus idem reprehendit demonstrantes hanc proportionem altera proportionē, quia neque intentio illa sit Euclidis, & quia universaliter dictum demonstrarent particulariter: At intentio & voluntas Euclidis pro lege & argumento demonstrationis logicam Campani demonstrat, & ipsemet cum Euclide Campanus propositiōnem generalem 22 p 5 per hanc specialem, id est ut ipse loquitur, generaliter dictum particulariter demonstrabit. Ita Campani iudicio Euclides in eo ipso reprehenditur, in quo excusatur: vel potius Campani mirabilis nescio quæ sophistica proditur.

21 Hic elenchus triplex triplici superiori simillimus est: Materies est 19 d 5. & hic species perturbata exprimitur, cum ordinata antea non sit expressa: demonstratio similis superiori: propositio specialis est ad 23 p 5 & 22 p 7.

22 Triplex elenchus est, primus quia est ē 18 d 5: tamen si non magis species ordinata hic exprimitur quam antea in 20 p 5: Demonstratio autem generalis per specialem, sed item per sophisma 6 d 5. sophisma Campani valde traducit.

23 Elenchus similiter triplicatur ē 19 d 5: ē demonstratione generalis per specialem 21 p 5. & per 6 d 5. hysterologiaq; methodi eadem.

24 Elenchus triplicatur dissimiliter: proponitur secunda species compositionis, ab Euclide tamen non definita: demonstratio est per æquationem posteriorem natura, ideoque obscuriorem compositione, generalis denique illi 2 p 5. speciali contra methodum postponitur: Hysterologiam Campanus hic etiam adnotavit.

25 Ger-

25 germana est septem antecedentiū 7.8.9.10.11.13.15 p 5. Proprietas enim est quædam disjuncta proportionis ē quatuor diversis terminis constituta: proportionalium autem omnium non est communis: ut hic vides 2.3.2.3. quibus tamen proportionalibus utitur Euclides 7 & 9 p 5. Quamobrē videmus quinti libri sophisticam admirabilem, quæ definitiones convertat in propositiones, unde alias speciales propositiones insituat, cum tamen definitiones solē usum fructumque totum contineant, quem propositiones & generales & speciales possint afferre: Quæ cetera illa principia per se clarissima convertat in dubias item quæstiones, omniaque insolentissimo genere & demonstrationis obscuret, & præ postero ordine confundat. Et tamen in hoc toto libro novemdecim definitionum & viginti quinque propositionū, cum nō geometriā materiā habeant definitiones 3.4.6.7.8.9.11.12.13. propositiones 4.7.8.9.10.11.13.14.16. reliquæ planctum definitiones, tum propositiones ad Arithmeticam spectent, ut unicū tantum *ἡμωγενέας* verbum geometrici generis proprium toto libro possit inveniri. Mirabile fuit ab Eudoxo, posteaque Euclide, Theone, Campano doctrinam talem magnitudinibus attributam esse tanquam geometriæ propriam: & quidem sophistica ista tam putida tamque foetida Aristotelem etiam in demonstrandis syllogismorum definitionibus imitorem habuit. Condiscipulus Eudoxus aliquam ingenii famam ex iis nugis cōsecutus erat: Turpe Aristoteli videlicet visum est nō posse in logicis, quod Eudoxus in mathematicis potuisset.

► RAMI SCHOLARVM MA-
THEMATICARVM LIB. 15. IN
definitiones sexti elementorum.



Iber sextus est de proportionē & similitudine planorum rectilinearum adhuc explicatorū, & si superiores illi quatuor primi libri geometrici argentei sint, hic aureus esto. Tanto videlicet præstat proportio rationi, & generale, quod hic traditur, speciali antea proposito. E' quinque definitionibus duæ sunt arithmeticae secunda & quinta, duæ sunt geometricæ tertia & quarta: prima mista est ē logico genere & geometrico. Propositionibus autem triginta duabus explicatur proportio rectilinearum tum communis, ut 21.22.25. Deinde specialis trianguli, triangulati, quadranguli, multanguli, trianguli propositione 1.2.3.4.5.6.7.8.15.19.32. unde sequitur de lineis 9.10.11.12.13. triangulati 18.20.31. quadranguli parallelogrammi 24.26.27.28.29. parallelogrammi æquianguli 14.23. rectanguli 16.17. postremo etiam circuli 33. Atque hæc sexti materia est.

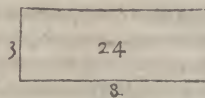
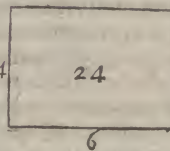
1 Similes figuræ rectilineæ sunt quæ & angulos æquos habent sigillatim, & ad æquos angulos latera proportionalia. Prima definitio definit similitudinem figurarum non omnium, sed planarum, nec omnium planarum, sed rectilineararum. Satis autem constat similitudinem figurarum definitionem geometricis difficultem fuisse. Aliter enim definitur similitudo sectionum circularium 10 d 3: nunc aliter

aliter rectilineorum: aliter 21 d 7 similitudo numerorū planorū & solidorum: aliter 9. 10 d 11. similitudo solidorum: aliter 24 d 11. similitudo conorum, & cylindrorum. Generalius autem nihil videtur esse 21 d 7. ut similes figuræ sint: idem quod proportionales, sed proportionē laterum: quomodo etiam latera ipsa nominantur proportionalia: denique similes figuræ jam nihil aliud sint, quam quæ latera habent proportionalia, ut inde angulorum æqualitas oriatur. At id falsum esse quadratum & rhombus, oblongum & rhomboides arguunt, quæ lateribus proportionalia esse possunt, non autem æquiangula: Neque tamen contrarium magis verum est, ut æqualitas angulorum faciat proportionem laterum: ut quadratum & oblongum sunt rectangula, ideoque æquiangula, neque tamen lateribus proportionalia, id in triangulis tantum verum est. Si æquiangula sunt, sunt etiam proportionalia lateribus, & contra: ut patebit ad 4 & 5 p 6. Quare similitudo duarum inter se figurarum definienda est argumento duplici & æqualium angulorum & laterum proportionalium. Facit æqualitas laterum æqualitatem angulorum, non contra: ut patuit 8 p 1. At hic generaliter neque proportio laterum facit æqualitatem angulorum, neque æqualitas angulorum proportionem laterum. Similitudinis autem & proportionis definitio generalis ad logicam attinet. At similitudo duarum figurarum specialem ejusdem qualitatis considerationem habet in æqualitate angulorum & laterum proportionem. Itaque non immutatur hic quidem logicæ definitionis decretum, sed demonstratur specialis & propria geometricæ similitudinis qualitas: definitio tamen Euclidis & hoc loco & cæteris toties & tam specialiter discerpta logica non est: genus enim est unū similitudinis geometricæ, ideoque ex lege *ἡ ἀπὸ τοῦ ἀπὸ τοῦ* generaliter definiendum fuit: unde per species figurarum omnium intelligeretur: in rotundis enim laterum loco erunt termini & diametri, in conis & cylindris axes & diametri basium, ut undecimo libro intelligitur: anguli verò in rotundis non qui sunt, sed qui possunt accipi, considerantur. Itaque similes figuræ nobis definiuntur, quæ angulos habent æquales, & æqualium crura proportionalia: sed singulis postea locis id amplius etiam considerabitur.

2. Reciproce figuræ sunt, quando in utraque figurarum & antecedentes & consequentes rationes insunt. Secunda definitio definit reciprocas figuras obscure, quando antecedentes & consequentes rationes insunt in utraque figura: reciprocatio dicitur Eutocio ad 5 p 2. *ἡ ἀπὸ τοῦ ἀπὸ τοῦ*. Atqui in hac definitione verbum *ἀπὸ τοῦ* rationes videtur irrepisse pro *ἀπὸ τοῦ* id est termini, mutatis nempe aspiratione in λ, & ρ in γ. Potest tamen *ἀπὸ τοῦ* seu rationes retineri, ut intelligas rationem utramque esse non totam in altera figura, sed partim in hac, partim in illa, quia terminus primus primæ rationis est in prima figura, secundus est in secunda: secundæ autem primus est in secunda, secundus in prima. Atque ita intelligetur in duabus figuris rectilineis ut latus primæ ad latus secundæ, sic latus aliud secundæ ad aliud latus primæ, ut in his duabus figuris vides.

Gg Hic

Hic enim ut 4 ad 6, sic 8 ad 12, & tum pportionis id sit duarū rationum, proin-
deq; terminorū quatuor unus
est antecedens, & unus conse-
quens in prima similiter, & in se-
cūda figura: & tamē in 14 & 15 p
6.34 p 11. item 9 & 15 p 12. ubi re-
ciprocatio hęc agiū figurę ipsę
non appellantur reciproę, sed
earum latera ut bases & altitudi-



nes dicuntur reciprocari, sicut dixi similes figuras a similitudine laterum appel-
lari. Itaq; figurę ut similes, ita reciproę dicuntur a proportionē laterum. Est ve-
rō notabile, quod hęc Eucledi est *ἀντιπερίστροφος ἀντιπαλῶν*, ut in arithmetica nota-
vimus: unde intelligimus hic etiam Arithmeticam materiam tractari: & cum di-
citur. Si 20 pondo descendant 2 horis, 40 descendant 1: hic 20 & 2 primam figu-
ram faciunt, 40 & 1 secundā, lateraq; reciprocantur, 20 ad 40. 1 ad 2: Ergo simi-
litudō figurarū, & reciprocatio diversę sunt, nec reciprocatio figurarū est ipsarū
similitudo, nam similitudo requirit omnes angulos æquales & æqualiū crura
proportionalia, reciprocatio latera tantum quatuor requirit proportionalia, e-
tiam si reliqua nō sint proportionalia, ut ad 19 p 6 potest intelligi cum demon-
stratur æqualitas triangulorum ē reciprocis lateribus. Deniq; reciprocatio figu-
rarum non est species similitudinis figurarum, imo simplicior & natura prior
est: estque vel omnino arithmetica.

3 Extrema & media ratione recta secta esse dicitur quando sit ut tota ad majus
segmentū, sic majus ad minus. Hęc definitio geometrici generis tota est, decla-
ratq; tropum quendā sermonis, quo ratio media & extrema dicitur pro medio
& extremo rationis termino. Secta enim sic est linea, ut ipsa cū duobus segmen-
tis faciat tres terminos proportionis: ipsaq; tota sit primus, majus extremū sit
medius, minus sit tertius. Itaq; definit ex causā quod undecima ppositio secun-
di ex effectu pposuit. Proportio autē rectarū definita præcedere debuit, pportio
(inquā) illa divīna, unde rectangulorū equalitas proposita in undecimā pposi-
tione secundī cōcluderetur. Itaq; hystorologia hęc obscuravit undecimā illius
ppositionis causā. Tractatur autē materies hujus definitionis 30 p 6, & tractat
10 p 4, itē 1. 2. 3. 4. 5. 6. 8. 9. 16. 17 p 13, ut inde geometrārū studiū de hac sectione
sit illustrare & manifestum, & postea in res cælestes a Ptolemæo translaturum.

4 Altitudo est omnis figurę a vertice ad basim perpendicularis astra. Hęc defi-
nitio item geometrica tota est, nihil logicū vel arithmetiū respicit, definitio (in-
quā) toto genere figuras omnes cōplexa. Est enim cōmunis in planis rectilineis
& circuli, in solidis pyramidis, prismatis, sphaera, coni, cylindri, cōmunis deniq;
figurę, nec verō interest, utrum basis eadem sit, an producta, ut in triangulo ob-
tusangulo si basis ad obtusum fuerit. Altitudo autē primo libro minus accuratē
proposita est 35. 36. 37. 38. 39. 40 p 1. cum figurę diceretur in eisdem parallelis.

pro

proin
appel.
Est ve
in nu
nota
um di
n figu
o sum
parū
cruta
lia, e
mon
o figu
prior
majus
decla
edio
men
nū sit
secun
ortio
posi
illius
actat
none
defi
(in
linei
niq
ob
ratē
elis
pro

proque alia, sicuti à nobis tū declaratū est. Est verò definitio hæc lōgē audacior definitione similitudinis, cum generaliter definiat semel, illa specialiter & toties, nulla tamē in Euclide, ppositio generalis est de altitudine, quæ tamen una maxime omniū in geometricis rebus optanda fuerat, ut rursus intelliget ad 1 p 6.
5 Ratio ex rationibus componi dicitur, quando rationū quantitates in seipsas multiplicatæ faciunt aliquam rationem. Hæc definitio disputata nobis est ad 2 cap. 2 l. arithmetica, neque ideo frustra huc repetenda.

P RAMI SCHOLARVM MA

THEMATICARUM LIB. 16. IN

propositiones 6 l.



Ropositiones quinti libri non adscripsimus ad verbum, neque hic & deinceps necesse erit.

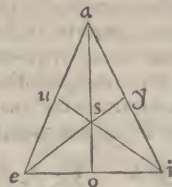
1 Theon hic demonstrat per 6 d 5, ut quasdam propositiones quinti demonstravit. At enim demonstratio Theonis vel Euclidis isto loco imprimis sophisma 6 d 5 prodit. Syllogismi futuri quæstio categorica est. Triangula æquealta sunt ut bases. Propositio ex illa 6 d 5 est hypothetica. Si differentia triplex æqualitatis, defectus, excessus accadat, sumptis æque multiplicibus alternis simplicibus esse proportionales. Assumptio igitur categorica esse debuerat hoc modo, sed in ista quæstione sumptis æque multiplicibus triplicitas illa vera est: & sic, & sic, & sic. At Theon pro ista categorica & asseverata assumptione connexionem & conditionem rursus usurpat, cujus unam partem de æqualitate confirmat per 3 s p 1, id est generalem probat per specialem, reliquas de excessu defectuque sine ullo antecedente principio sibi postulat. Demonstratio itaq; Theonis per 6 d 5 assumptione manca & imperfecta est, sine qua tamen plane confirmata & probata planeq; categorica quæstio concludi non possit. Itaq; Theon reipsa nihil aliud hic agit, quam ut inducat per species æqualitatis, defectus, excessus, doceatq; si basis æqualis, triangulum æquale esse, unde assumit consecutarii cuiusdā loco, si major, tanto majus, si minor, tanto minus. Quæ inductio tametsi periculosa est, pter ista ad 6 d 5 sophismata, attamē, quia vera est, teneatur: tales quædam inductiones quinto libro fuerunt pro demonstratione. Colligitur deinde proportio parallelogrammorum ex illa sic demonstrata proportionem triangulorum: Collectionis genus à natura priori probandum esset, dummodo ipsum prius esset accurate demonstratum. Attamen si euclidea primi libri doctrina ad istam conferatur, circulus doctrinæ (ut antea prædictum est) parum logicus in Euclide invenietur. Itaq; primo libro triangulorū ratio deducitur ē ratione parallelogrammorum, hic cōtra proportio parallelogrammorum deducitur ē, pportione triangulorum. Theon ad 5 4 p 10 hinc assumpsit.

Itaque

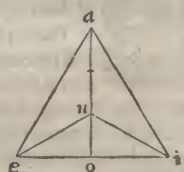
Si rectæ ab angulis trianguli bifecant bases, cōcurrunt in centro, & ab angulis radii trifecant triangulum. Nam centrum est in concursu diametrorum, & hic singulæ bifecantes sunt diametri per 2 c 7 e 7. Sit triangulum aei, bifecantes a o, e y, uti. Hæ sunt diametri.

Gg 2 kaque

Itaq; centrum est in earum cōcursu per 3 c 5 e 4. Proclus lib 2 cap 7 ait perpen-
diculares ab angulis trianguli ad latera cōcurrere in uno
puncto. Quod Regiomontanus repetit 32 p 1 de triangu-
lis. Sed verum tantū id fuerit ex hypothesi, si intus perpē-
diculares illæ fuerint, nec enim possunt esse in obtusan-
gulo. Secunda pars patet in eodem exemplo. Nam trian-
gula aue & awi per 2 c 7 e 7, item utrumq; $eo u$ & $uo i$ quia
æqualia in æquali basi, his igitur detractis relinquuntur
æqualia aoe & aoi , similiter ostendetur triangulum $eo i$ æ-
quari triangulo eao .

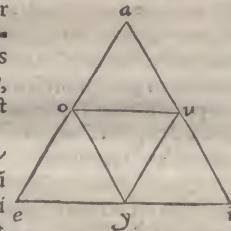


Et
Perpendicularis à vertice æquilateri est tripla perpendicularis à centro in latus. Papp. 47 th 5,
& Camp. 17 p 14, ut in $a ei$ triangulo æquilatero perpendicularis ao est tripla per-
pendicularis uo . Nam ductis radiis ue & ui oblongum ex
 eo & ou æquatur triangulo eui per 42 p 1, & similiter oblon-
gum ex eo & oa æquatur toti triangulo triplo per antece-
dens confectarium trianguli eui . Itaque est triplum ob-
longi ex eo & ou . Ergo per 1 p 6 ut oblonga, sic bases ba-
sisque ao tripla basis uo .



2 Variis triangulis à Theone colligitur, quæ confecta-
rium nobis est 13 e 5. Hinc vero sequitur.

Si latera trianguli æquilateri bisecta connectantur, quadrifecabunt triangulū in quatuor triangu-
la æquilatera. Vt in $a ei$ tria extrema $ao u$, $eo y$, $iu y$ æquatur per thesim & 4 p 1. De me-
dio constabit per 2 p 6. Nam cū uy fecerit crura propor-
tionaliter, est parallela ipsi oe , ideoq; ou parallela i-
psi ey . Itaq; parallelogramū est oy lateribus oppositis
æquale per 34 p 1. Itaq; ou & oe æquatur ipsis ey & uy ,
& similiter au æquabitur ipsi oy . Quare medium est
æquilaterum extremis.

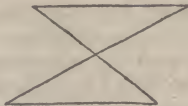


4 & 5 in unā nobis cōiunctæ sunt. Est aut in triangu-
lis singulare hoc privilegiū, quod æqualitas angulorū
concludit proportionē laterū, & cōtra quod in quadri-
lateris (ut antea patuit 1 d 6) alsum sit. Respondet aut
modo quodā hæc ppositio de pportione triangulorū, octavæ primæ de ratione
triangulorū, sed dissimiliter. Si triangu-
la sunt æquilatera, sunt æquiangula: non
cōtra. At hæc conversio valet ex æqualitate angulorū ad laterum non æqualita-
tem, sed proportionē: item illa protinus ex axiomate æqualiū angulorū patuit.
At non ista protinus ē definitione similium figurarū. Definitio enim similiū fi-
gurarum duo cōplectitur, quæ singula hic separantur. Additur verò in utraque
ppositione *ὁμολογία* laterum ad angulos æquales, quod cōfectarium potius esse
debeuit, à Theone itaq; non demonstratur, & quidem confectarium generale ē
quinta ppositione ad 6 & 7 p 6. Continet verò 4 & 5 p 6 magnum prorsus
& excellentem geometriæ usum in geodæsiæ rectorum, ut plenius in geometria
nostra definitur. Hinc verò sequitur.

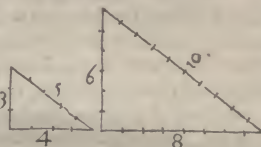
Ss

Si duæ rectæ intersectæ connectantur rectis parallelis, segmenta sunt proportionalia. Vitellio 28 p 1, ut hic: æquiangula enim triangula fient, ut patet per alternos. Item.

Si triangula rectangula sunt similia, quadratum à simulutraque basi æquatur quadratis à simulutrisq; cruribus homologis. Theon 1 confit. quod cœlum rotundum. Ut hic.



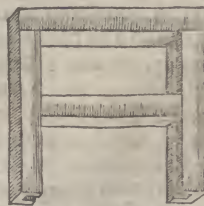
6 De proportionē triangulorum respondet quartæ primæ ratione triangulorū, quodq; illa de ratione reliquorum angulorum ex æqualitate unius anguli & duorum laterum cōcludit, ista similiter cōcludit ex æqualitate unius anguli & proportionē duorum laterum. Pars de homologis lateribus cōsecrarium esse debuit, ut ante, patet enim ē demonstrationē reliquorum.



7 Verbis obscurior est: tria autem ponit, primo æqualitatem anguli unius, secūdo proportionem in cruribus aliorum duorum angulorum, tertio ut alteri reliquorum angulorum sint homogenei, id est ambo vel acuti vel obtusi, vel etiam recti.

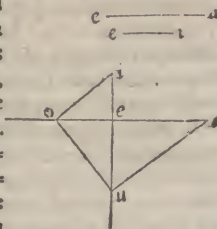
8 Insignis est multiplici fecunditate. In una enim propositione sunt propositiones quodammodo sex, quod totū sit simile huic parti, quod illi, quod partes similes inter se, tres in duobus consecrariis, quod perpendicularis sit media proportionalis inter basis segmenta, quod crurum tum hoc, tum illud sit medium proportionale inter totam basim & segmentum lateri ipsi conterminum: quæ tamen omnia per duas tantum propositiones 32 p 1, & 4 p 6 demonstrantur. Usus verò propositionis etiam permagnus est in dimensionibus planorum. Ita que videtur in hac una propositione certare demonstrationis elegātia cum doctrinæ fecunditate, & usus atque utilitas cum utraque. Conversa etiam vera est, secus duæ inæquales essent media proportionales inter easdem datas. Hinc verò mesographus Platonis extitit, singulare platonica matheseos monimētum. Mesographus est parallelogrammum rectangulum latere uno mobili per eorum conterminorum laterum: cuius figura est ex Eutocio ad 2. th 2 de sphaera Arch. Sed Platonis mechanica jam dicatur.

Si duæ datæ rectæ recte conterminæ infinite à contermino continuantur, mesographus incidens latere mobili & opposito in principia datarum, & angulis in continuatas, intersectabit e continuatis duas continuas proportionales datas. Sunt dato a e & i o, quibus duas intermediarias continue proportionales invenire lubeat, figura mesographo facta sic erit, & intersectæ e o, e u erunt continue proportionales inter datas per 8 p 6 bis assumptam. Nam ut a e ad e u, sic e a de o, & sic e a de i.



g. 3. 9. Gene.

9 Generalis est ad 10 p 1, neque enim secatur dimidiam partem tantum, sed qualemcumque, ut tertiam, quartam, quintam. Sed effectus tantum, non ratione & argumento generalis est. Recta autem quæ assumitur, laterum sectionem habet. Secatur enim ab initio quantumlibet, tum si tertia secanda sit, ut hic secatur Theon, secas præterea duas partes primæ æquales: si quarta secanda sit, secas tres, & sic deinceps.



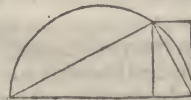
10 Non unam partem proponit, ut superior, sed quotlibet & cujuscumque rationis. Notabis autem in hac propositione, verbum *qualem* similiter, pro proportionaliter: ut intelligamus aliquando Euclidis similitudinem idem esse quod proportionem. Eutocius ad 3 th. 2 de sph. Arch.

Si recta est ad partem ut simuliterque datae rationis terminus ad alterum, secatur data ratione.

11 & 12 Respondentia numeris 18 & 19 p 9, neque tamen ideo hæc sunt inutilis geometriæ, aut non geometricæ. Nec enim lineæ omnes sunt numerabiles aut explicabiles numero, ut latera quadratorum 3 & 5: neque omnibus numeris propositis duobus vel tribus est tertius & quartus proportionalis numerus, ut etiam nominatim proficitur Euclides in Arithmetica, quærit enim utrum possibile sit. At omnes lineæ sunt explicabiles geometricè, & omnibus duabus vel tribus potest inveniri tertia & quarta proportionalis. Itaque non quæritur hic utrum possibile sit, sed constanter asseveratur.

13 Huic verò propositioni in numeris nulla respondet apud Euclidem, neque enim perpetuo est ut inter 3 & 5, neque si sit, inveniri tamen sine quadrati lateris analysi admodum possit: In geometricis autem res multo promptior & expeditior est, omniumque duarum linearum & est & invenitur perpetuo & propterea media proportionalis. Huc potest aggregari & illud.

Si duarum rectarum major minimum dupla minoris fiat diameter circuli, minorque extrema diametro perpendicularis connectitur cum peripheria per rectam diametro parallelam, recta a connectione diametro perpendicularis erit equalis minori & proportionalis inter segmenta majoris. Camp. 13 p 16. Ut hic vides.



14 Mirum videatur in hac propositione cur geometres non potius dixerit parallelogramma æquiangularia, quam æqualem angulum unum habentia, cum unicuique æquari non possit uni quin reliqui separatim æquantur reliquis: Videtur autem voluisse cura designare æqualis anguli, quæ sola reciprocantur: Nam si duo rhombi comparerentur æquiangulari, singuli unius anguli singulis alterius æquabuntur, non tamen omnes omnibus. Est verò hic notabile quod antea notavi, non jam dici ab Euclide reciprocas figuras, sed latera figurarum reciproca, quod iterum faciet proxima propositione. Notabis hic verò etiam reciprocationis lege solum comprehendit triangula & parallelogramma, sicuti antea comprehensa sunt altitudinis comparatione.

15 Hæc

15 Hæc cum superiore demonstrat circulatoriam logicam Euclidis, de qua 35 p 1. & 1 p 6.

16 & 17 De quatuor & de tribus rectis ad rectangula æqualia minus generaliter proponit: veritas enim communis est omnium parallelogrammorum æquiangularum, & sic 36 p 11 de omnibus æquiangularis parallelopipedis, nō solum de rectangulis. Nos itaque generaliter in geometria proposuimus.

18 Proponitur fabrica similis rectilinei similiterq; siti. At geometra noster sine arte nova sumpsit ad 5 & 6 p 6 æquiangularia triangula, quod nunc tanquam novum aliquid proponit, quod autem magis erat explicandum, quid erat similiter situm, neque definit neq; demonstrat usquam, licet sepe id repetatur in consequentibus propositionibus, & ab aliis geometris sic usurpetur. Videatur autem comparatis omnibus locis elementorum, ubi sermonis hujus est usus, aliud esse quod situm situm & similiter situm & similiter descriptum. At tandem deprehenditur in demonstrationibus utrumque pro eodem usurpari: ac figuræ similes fingi interdum possunt ut similiter & sitæ & descriptæ non sint, sicuti admonebimus in propositionibus ipsis amplius: denique mathematicis aliqui verborum admodum parvis videtur hic pleonasmus in geometria tanquam thorus aliquis in corona placuisse: sed plerumque sine causa, ut mox percipitur. Est præterea in propositionis hujus sermone id insolens, quod à data describi ait rectilineum: Id enim quadrato proprie convenit: quomodo & proprie loquitur 46 p 1. Melius igitur fuisset *παρά τῃ δοθείσῃ* ad datam rectam, ut 44 p 1, & postea ad 28 & 29 p 6: vel *ἐπὶ τῇ δοθείσῃ* super datam, ut 1 p 1.

19 Speciale consecrarium est 15 e 4 sicut, & ejus consecrarium: In consecrario autem Theon similiter descriptum dicit, quod hic tamen nulla necessitate statuitur.

20 Fecunda est quadruplici foetu, qui melius ita distinguetur ut primo separares triangula multitudine æqualia, quod est à compositione rectilinei triangulati. Itaque non demonstratur, & nos consecrarium in geometria fecimus. Secunda pars de similitudine particularium triangulorum probatur de duobus extremis per 6 p 6, & de mediis per 4 p 6. Tertia pars quod singula sint homologa toris, probatur per 12 p 5. Quarta per corollarium 19 p 6. Res specialiter demonstratur à Theone prolixa & molesta demonstratione, melius ab eodem generaliter demonstratur illa via quam proposui. Theon commodum consecrarium adnotat generale, ubi rursus similis descriptio appellatur à Theone nulla maiore causa quam in 19 p 6. Potest vero etiam adnotari ut consecrarium. Ratio homologorum laterum duplicata est ratio quadræ primæ ad quadratum secundæ.

21 Hæc propositio demonstratur non obscure, aut potius declaratur per 1 d 6 & 11 p 5. At sumendum id potius fuerit, ut illud axioma. Quæ eidem æqualia, &c. Nec justior modo Theonis hic est demonstratio, quam tum fuit Apollonit: & tamen de omnibus figuris generaliter postulandum fuerit.

22 Ut

22 ut postea 37 p 11 speciale consecrarium faciunt ē similibus figuris. Hic autem similiter descriptum usurpatur non iustiore de causa quam antea. Nam si geometres dixisset similia datis comparata, dixisset idem.

23 Compositio laterum, quæ præcipue demonstranda proponitur, nihil hic demonstratur, sed tantum assumitur ē 6 d 6. Veritas tamen comparatione concluditur, qualis etiam cōcluditur 5 p 8 de numeris planis qui rationem habent compositam ē lateribus. Itaque propositio hæc principii materiam continet & sola definitione compositionis ratione declarandam. Promiscue verò sumit latera primum primi cum primo, secundi secundum cum secundo primi, vel primum primi cum secundo secundi, & reliqua deinceps. Hæc autem propositio quamvis rationū compositio infiniti sit usus, attamen quia præcipuus hic nullus esse videretur in geometriam accepta nō est. si quis usum norit, admoneto.

24 Quæ ista propositio proponit de similitudine diagonalium, eadem 43 p 1 proponit de æqualitate complementorum. Propositio autem hic triplex est, prima quod primum diagonale sit simile toti, secunda quod secundū, tertia quod primum tertiumque sint similia inter se. Atque hæc propositio similem illum situm præcipue requirebat, qui tamen nullus explicatur: explicabitur autem ad conversam, unde indicabitur hic fuisse comprehensum.

25 Ut deinceps 27. 28. 29 p 6 tametsi reconditā & ab Apollonio citatam geometriam continent, tamen in *ὑποκείμενῃ* geometricam adhibere non ante statuimus quam tantæ subtilitatis usus appareat: sententias verbis expressimus, quia præcipua hic obscuritas versaretur: ut si qua hinc utilitas erui possit, difficultas nihil impediatur. Sententia problematis & demonstratio sic est.

Si duo parallelogramma duobus datis rectilineis æqua comparentur primum lateri primi, secundum contermino lateri comparati, rectilineum proportionali inter comparatorum continuata latera comparatum simile primo, erit æquale secundo. Quia rectilineum primum ad utrumque est simile, ut forites quatuor graduum indicat. Nam primum rectilineum est ad secundum, ut primum parallelogrammum est ad secundum per 7 p 5 & per 1 p 6, ut basis primi parallelogrammi ad basim secundi, & per consecrarium 20 p 6, ut rectilineum primi ad tertium. Itaque de primo ad ultimum, rectilineum primum est ad secundū, ut idem primum ad tertium. Quare per 9 p 5 primum & tertium æquantur. Geometria autem lineamentorum hoc loco Euclidī non defuit, sed grammatica verborum non satis affuit, quibus sententiam propositionis hujus exponeret.

26 Propositio hæc conversa est quædam 24 p 6, & indicat ei defuisse differentias similis positionis & communis angulī, quæ hic modo convertuntur. Debuerat verò protinus subjici suæ antecedenti: Neque omnino causa fuit interponendæ 25 p 6, quia ea nihil utitur ipsius demonstratio. Atqui locus hic unus est, ubi similis situs necessario exprimitur, possit enim diagonale, quod fuerat, immutari in ipso parallelogrammo, ut simile & coangulum remaneat, nec tamen sit similiter situm, nec præterea diagonale. Quare similis situs hic necessario exprimens est.

27 Hæc

27 Hæc propositio geometriam non desiderat accuratorem, sed apertorem grammaticam. Sensus enim est.

Si duo parallelogramma comparata datæ rectæ primum bisegmento, secundum inæquali segmento deficient parallelogrammis primo similibus similiterque sitis, primum erit maius secundo. Sectio autem lineæ & bifariam & non bifariam respondet 5 p 2, & modus demonstrandi simillimus est in utroque casu segmenti inæqualis modo majoris modo minoris. Atque hæc propositio ut sequentes duæ demonstrant id quod Proclus adnotavit, parabolam, hyperbolam, ellipsim veteribus geometris nomina fuisse figurarum, non linearum, ut posteris fuere, *ἐλλειψμα* hic Euclidis est ellipsis: neque tamen parabola, hyperbola, ellipsis appellatur propter figuram quæ æquatur, excedit, deficit, sed propter lineam quam figura explet, excedit, deficit, ut in præsentis exemplo ellipses sunt duæ in una linea inæquales: in maiore siquidem segmento ellipsis parallelogrammi ad datam est minor in minore, in maiore est maior: in bisegmento est æqualis. Sic postea erit ad 29 p 6 excessus parallelogrammi supra lineam. Locus hic etiam alter similis situs expressionem exigit, neque similitudo similem etiam situm efficit.

28 Hæc propositio grammaticam refert eam, quæ fuit ad 22 p 1, sed grammaticam Aristarchi Geometria Euclidis isto loco aut deinceps proximo valde desiderat. Sententia autem duos modos continet, primus est.

Si primum sit simile dati parallelogrammi, utrumlibet æquale dato rectilineo deficiet parallelogrammo simili dati parallelogrammi. Nam primo decrit dimidium comparatum reliquo bisegmento. Itaque etiam simile dati per 24 p. Secundus modus sic est.

Si parallelogrammi comparati datæ rectæ bisegmento similis dato parallelogrammo excessus supra datum rectilineum fiat diagonale alterum supra datum, latera diagonalis contermina diagonio continuata in datam & defectus latus conterminum datæ comparabunt datæ rectæ parallelogrammum æquale dato rectilineo deficiens parallelogrammo simili dati parallelogrammi. Demonstratio facillima est, ut proxima fere, primum de æqualitate per 43 p 1 & 1 p 6, tum de similitudine per 21 p 6, adhibetur autem propositio hæc ad 17 p 10.

29 Hoc problema germanum est superiori. Itaque etiam hanc ipsam germanitatem studiose reddidimus. Sensus igitur est.

Si parallelogrammum comparatum bisegmento datæ rectæ simile dati parallelogrammi fiat parallelogrammi diagonale, & excessus supra datum rectilineum, bases altrinsecus continuatæ, diagonalis in latus totius: totius in latus defectus conterminum datæ & dicto lateri parallelum, comparabunt datæ rectæ parallelogrammum æquale dato rectilineo, excedens parallelogrammo simili dati parallelogrammi. Demonstratio par est facilitate cum proximis, æqualitas probatur 43 p 1 & per 1 & 21 p 6, similitudo per 21 & 26 p 1. Atque hic excessus est figuræ supra lineam datam. Nam totum parallelogrammum intra latus totius & ei parallelum latus conterminum datæ æquatur quidem dato rectilineo, sed excedit datam.

30 Sententia & demonstratio propositionis est.

Si e datæ rectæ quadratum describatur, parallelogrammum comparatum contermino lateri æquale descripto excedens quadrato secabit datam media & extrema ratione. Quia subdusto communi

Hh relin-

relinquentur parallelogramma aequalia & habentia aequalem angulum: ideoque latera reciprocantur, & per 3 d 6 recta secatur extrema & media ratione. Hanc propositionem in geometria non habemus, quia 11 p 2 ejusdem fabricae facilius est, & proximis omisiss retineri non poterat.

31 Propositio hac Proclo videbatur ad 47 p 1 generalis, & revera est impropria genere ipso nobilis, sed nobilior etiam demonstratione brevi & facili, mirum tamen est hanc propositionem licet generalem nusquam fere appellari, 47 p 1 specialem infinitis locis citari. Sed specialis quadratorum usus id efficit, sicut antea dixi de rectangulo & de quadrato ex linearum proportionibus: Hac (inquam) propositio tam singularis est. Loquitur tamen improprie geometres, ut antea cum formam nominat pro triangulo aut triangulato: id enim solidis corporibus convenire non potest: nec enim cubus basis aequatur cubis crurum, ut in lateribus trianguli 3. 4. 5 est manifestum. Ergo non qualibet figura hic comprehendere potest: nec magis proprium est illud a subtendente figura pro figura comparata subtendenti. Denique hic etiam similiter descriptum ut antea nihil ad geometriam facit, nec situs omnino respondet, cum primum triangulatum planum possit esse horizonti, cum reliqua sublimiter erigantur, neque omnino differentiae situs respondent.

32 Citatur 17 p 13, & ideo retinetur a nobis 11 c 7. litteram tamen emendavimus.

33 Demonstratio Euclidis seu Theonis huc eadem redit, quae fuit ad 1 p 6 per 6 d 5, sophismate simillimo. Quaestio enim est categorica de proportionibus angulorum & peripheriarum: Propositio syllogismi connexa est ex illa definitione. Si sumptis aequemultiplicibus alternis aequalitas, excessus, defectus similiter accedant, proportionalia sumpta esse: assumptio quae categorica esse debuerat per tres illas species rationis ab inferum superioribus illis similem: aequalitas approbatur e libro tertio: excessus & defectus nullam antea neque propositionem, neque demonstrationem habuit: assumitur tamen a Theone & revera ac veritate (ut antea dixi) nihil aliud hic agit Theon quam ut inducat, si angulus aequalis, peripheria aequalis, si major, basis tanto major, si minor, tanto minor. Itaque haec nobis in geometria demonstratio vel inductio Theonis sola est. Ratio autem peripheriarum & subtensarum non eadem est, ut ex Ptolemaeo didicimus, quale est illud in catoptrici Euclidis 8 th. quod aequalia parallela inaequaliter distantia habent majorem rationem distantiarum quam angulorum, qualis item Jordani propositio, sed de his tribus antea iam dictum est.

P> RAMI SCHOLARVM MA

THEMATICARUM LIB. 17. IN SEPTU

mum elementorum.



Libri quintus logicam & arithmetica habuit nomine magnitudinis, unde tres definitiones huc iteratae sunt partis, multiplicis, proportionalium item. Propositiones duodecim de alternatione quatuor 9. 10. 13. 15 p 7: de compositione tres 5. 6. 12 p 7: de divisione tres 7. 8. 11 p 7. de aequatione ordinata 14 p 7: de perturbata 22 p 7: duae praeterea 19 & 20 repetitae sunt e 16 & 17 p 6. Ex his igitur propositionibus quatuordecim elenchus Euclidis manifeste traducitur & tautologiae & heterogeniae, quod toties idem dicatur modo nomine magnitudinis, modo numeri. Definitiones duae & viginti proponuntur communes trium librorum: de his dicamus primum: tum singulorum librorum propositiones expendemus.

Unitas est secundum quam unumquodque entium unum dicitur 1 d 7.

Numerus autem est ex unitatibus composita multitudo 2 d 7. Si numerus definitus esset secundum quem nempe unumquodque numeratur, melius esset definitus: & generali definitione complecteretur etiam unitatem, quae numerus est Euclidi in numero perfecto, imperfecto, in numero plano, solido: in omni denique rationum & proportionum doctrina: Tumque unitatis definitio non magis, quam binarii aut ternarii requireretur: quia e generali numeri definitione intelligeremus unamquamque numeri speciem unitate, binarium, ternarium, & reliquos deinde numeros, esse secundum quos numerarentur unum, duo, tria, & cetera. Itaque secunda definitio non satis vera est, quia excludit unitatem, & primam definitionem λογικῶν fuerat ad secundam aptare.

Pars est numerus numeri minor majoris quando metitur maiorem 3 d 7.

Partes autem quando non metitur 4 d 7.

Multiplex vero maior minoris quando dimensus est a minore 5 d 7. Tres haec definitiones pro tota rationum doctrina ab Euclide proponuntur, praeterea enim nullum verbum erit: Tertia autem & quinta nomine magnitudinis fuerunt 1 & 2 d 5: & valde sophisticam tautologiam produunt, in quibus etiam, ut in superioribus quinti definitionibus insolentia sermonis eadem est minor majoris & maior minoris, sed multo insolentior in numeris metaphora geometrica metiendi pro dividendi: Verbum enim divisionis arithmeticae proprium est pro alieno illo mensura verbo, quo tamen totis elementis Euclides usus est, tanquam de industria arithmeticum dividendi verbum in arithmetica fugerit. At proprietates verborum sicubi requiratur, certe in artibus requirenda est. Verum perge.

Par autem numerus est qui bifariam dividitur 6 d 7. Hic dividendi verbum proprie potest intelligi, ut par sit divisus a binario: At Euclides videtur intelligere pro sectione in duas partes aequales: Illud enim est διχα bifariam, quo in geometricis sectionibus geometres utitur. Impar autem numerus qui non dividi

Hh 2 tur bi-

tur bifariam, vel qui unitate differt à pari 7 d 7. Pars definitionis altera potius aptanda definitioni paris fuerat. Impar enim tēpore naturæ prius est pari, ut primus composito, & unitas est ante binarium, ternarius ante quaternarium. Itaque differentia consequentis ab antecedente fuerat in consequente declaranda, non in antecedente. Deinceps Euclides duas species numeri paris definit.

Pariter par numerus est à pari numero, mensus secundum parem 8 d 5. Atqui definitio hæc non excludit secundam speciem: sic enim 12 esset numerus pariter par: dimensus enim est à 2 pari per 6 parem.

Pariter impar est à pari numero mensus per imparem 9 d 7. Hæc etiam definitio comprehendit parem dividuum à pari per imparem, quamvis etiam dividit possit à pari per parem, ut 24 dividitur à pari 8 per imparem 3. At idem dividitur à 4 pari per 6 parem. Itaque potestas tantum hic attenditur. Cateri autem Arithmetici ex hac una specie duplicem fecere. Parem impariter tantum, & parem pariter simul & impariter parem. Et Euclides ipse proponit speciem utramque 33 & 34 p 9. Quapropter Euclides definire etiam speciem illam, & ei contrariam debuit: Utrum verò definitio sequens huc pertinet.

Impariter impar est numerus ab impari mensus secundum imparem 10 d 7. Hic enim videatur *περί τοῦ ἀπάρτου ἀπάρτου* impar pro pari irrepisse. Sic enim veteres ut ex Nicomacho percipitur, appellarunt tertiam hæc speciem impariter parē. At qui suspicio hæc è duabus illis propositionibus firma sit, imò è totis tribus libris Arithmetici, in quibus de impari impariter nulla propositio sit. Verū perge. Primus numerus est ab unitate sola mensus 11 d 7. Atqui nullus præter unitatem numerus ejusmodi est. Omnis enim numerus est dividuus à seipso.

Primus numeri sunt ab unitate sola mensi communis mensura 12 d 7. Hæc definitio accuratior est superiore.

Compositus numerus est à numero aliquo mensus 13 d 7. Atqui nullus omnino alius numerus est. Itaque definitio est tam sophistica quam undecima, & compositionis verbum in Euclide ambiguum est, modo enim significat multiplicationem & compositum factum multiplicatione, alias significat additionem & compositum totum ex additis.

Compositi autem inter se numeri sunt numeri numero aliquo mensi communis mensura 14 d 7. Atqui omnes duo numeri tales sunt, quia minimum unitas est illis communis mensura. Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot sunt in ipso unitates, toties componitur multiplicatus: & fit aliquis: 15 d 7.

Compositionis verbum hic sine dubio ad additionem refertur. Contra in compositi numeri definitione refertur ad multiplicationem: Est verò notabile in totis elementis nullam addendi, subducendi, dividendi definitionem, aut doctrinam institui: cum tamē eorum generum usus tam necessarius sit, quam multiplicandi.

Numeri figurati quatuor proximis definitionibus 16. 17. 18. 19 d 7. tractantur: quorum quidem si nullus extra figuras ipsas geometricas sit usus, causa nulla fuit in arithmetica tales numeros docendi: certè multa in geometricis rebus numeris explicabilia sunt, non tamen omnia, ut jam dictum

dictum est. Nec enim planus aut solidus numerus omnes planorum aut solidorum geometricorum proprietates interpretantur, sed ē multis pauculas qualdam in reſtāgulis: Nec quadratus numerus quadrati geometrici, nec cubus numerus cubi geometrici affectiones aſſequitur. Nec ideo ſequeretur geometricas facultates arithmeticæ proprias eſſe, aut tales numeros in Arithmetica potius, quā in Geometria eſſe declarandos. Generalis autem de numero figurato definitio præcedere debuerat. unde intelligeres numerū factum multiplicatione numerorum figuratum, & factorem latera dici figurati. Neque enim bis idem repeteretur in definitionibus plani & ſolidi. Eſt etiam id nonnihil diſſimile, quod in definitione plani & ſolidi numerus dicitur arithmetico verbo factus, qui in definitione quadrati & cubi dicitur verbo geometrico comprehenſus. Ergo & res & rerum vocabula plani, ſolidi, quadrati, cubi, laterum, comprehendendi, geometrica ſunt: atque ut de plano, quadratoq; in poſtremis hiſce elementorum libris tolerari poſſit, quod umbra hæc corpus ſuum ſequatur: quia libris antecedentibus dictum eſt de formis: de ſolido & cubo certe ſerendum non ſit, ut corpus umbram ſequatur, poſtremis enim libris agetur de ſolido & cubo. Quare figuratos numeros cum figuris ſuis conjunximus. Numeri proportionales ſunt quando primus ſecundi, & tertius quarti æqualiter fuerit, multiplex aut eadem pars, aut eadem partes 20 d 7. Hæc definitio indicat. tautologiam & heterogeniam 7 d 5. Nam proportionales illic magnitudines definiuntur, hic numeri. At numeros prius oportebat, quia per numeros proportio geometrica (quæ modo hic definitur) magnitudinibus convenit. Sed tamen definitio quinti eſt accuratior, quod proportionalia definit habentia eandem rationem, quod omnis rationis commune eſt. Hæc autem definitio definit per qualdam ſpecies rationis multiplicem & oppoſitam, multiplici partem, perque partes: At ratio æqualitatis hic interea prætermittitur, cujus tamen vel in quinto Euclidis ipſius libro antea uſus fuit. Quare definitio hæc multo eſt vitioſior. Similes plani & ſolidi numeri ſunt proportionalia habentes latera 21 d 7. Hic duæ ſpecies plani & ſolidi numeri adhibentur pro genere uno, & ſimilitudo hic aliud eſt quā proportio. Proportio enim quatuor terminos requirit, ſimilitudo eſt duorum, rationemque quatuor terminorum includit, quod in figuris geometricis proprium eſt, & in figuratis numeris. Perfectus numerus eſt, qui eſt ſuis partibus æqualis 22 d 7. Hic unitas eſt pars numeri. Ideoque ex euclideæ partis definitione numerus. Imperfectus verò numerus non definitur ab Euclide, neque imperfecti ſpecies redundans & diminutus. Campanus autem addidit hic definitiones, poſtulate, axiomata, quibus imperfectam Euclidis & Theonis mathematicam declaravit, & certè Theon in ſuis demonſtrationibus, principiis utitur, quæ principia in principiis nulla collocavit, ut poſtea locis quibuſdam declarabo. Et tamen tota materies præceptorum arithmeticorum ſyllogiſmo non plus egebat quā materies logicorum: & nos arithmeticam totam ſic docuimus.

P RAMI SCHOLARVM MA
THEMATICARVM LIBER 18. IN
propositiones septimi libri.



Septimus liber habet propositiones unam & quadraginta: e quibus sunt quatuordecim e superioribus iterata: tum viginti quatuor de numeris primis & compositis, quarum sex usus sunt imprimis necessarii, octodecim arithmetica facile caruerit, quae theorema ad bene numerandum necessarium nullum habet. Tres reliquae de aequalibus & proportionalibus factis multiplicatione. Sed singularum elenchos & sophismata declaremus.

1 p 7 est reciproca, & Campanus inuersam demonstrat, ideoque veritatis suae causam nullam aliam habet, postulandaque fuerat, non concludenda syllogismo: Demonstratio autem uultur principiis illis quae diximusquam in principiis a Theone esse posita. Qui metitur mensorem, metitur & mensum. Qui metitur totum & ablatum, metitur reliquum, & principiis illis cogitur impossibile, ut intelligatur fundamentis valde infirmis arithmeticas demonstrationes istas fundatas esse, e quibus ne prima quidem propositio potuerit affirmari: huiusmodi & elenchus fuit ad 1 p 3: sed supra omnia demonstrationis vitia est illud plane animaduertendum, & paulo accuratius explicandum, quia in totis tribus arithmetici libris id perpetuum est. Numeratur ab Euclide vel Theone non per unum, duo, tria, neque per Arithmeticas notas 1. 2. 3. aut alias notas similes quae nondum repertae essent, sed per puncta hoc modo. unde obscuritas in tota arithmetica elementa a Theone mirabilis inducta est. Cum de nominibus aut uerbis praecipunt Grammatici, praepcepta declarant exemplis nominum & uerborum: Cum Rhetores in tropis & figuris discipulum instruunt, illustrans institutiones suas exemplis troporum & figurarum, denique logicam documentum Aristotelis est, exemplis in docendo homericis & insignibus, non Chocreleis & obscuris utendum esse. Verum Theonis studium in arithmetica longe aliud fuit, non ut numerorum doctrinam numerorum exemplis illustraret, sed obscuraret exemplis unitatum uelut punctorum in lineam rectam continuatorum, ut totis libris septimo, octavo, nono, tanquam geometria, non arithmetica doceretur, & sane ita numeri definitio facta uidetur ad istam punctorum continuationem, ut numerare esset haec unitatum puncta colligere. Verum puncta illa Theon plerumque sic compulat, ut notis arithmeticiis arithmeticae eius demonstrationem omnino intelligere nequeas, sed cogaris lineam rectam, modo totam insecram, modo per segmenta intelligere: sic (inquam) Theon geometricis exemplis obscurat arithmetica, & tamen cum multitudinem punctorum significat, ut octo uel quatuor, non id significat nota aliqua arithmetica, ut 8 aut 4, sed literis α , β , neque tamen iis arithmetice sumptis. Poterant enim & haec litterae etiam arithmeticas notas praebere, & numeros significare, sed literis ita significat numeros, ut solet
lineas

lineas & figuras, earumque partes. Ita Euclides, ita Theon est vitiosa numeri definitione, vitium infinitæ, & vix, nisi experienti credibilis obscuritatis pepererunt, dum unitatibus tanquam punctis in unam lineam continuatis arithmetica theorema interpretantur. At heterogenia est sophistica (ait Aristoteles) & geometricum est in arithmetica *ἀριθμητικόν*. Causam si tanti, tamque insolentis sophismatis requiras, reperies demonstrationes sophisticas veris numerorum exemplis adornari non potuisse, quia tota materies erat definitionis, partitionis, exempli, syllogisticae complexionis non erat. Ergo ut fucarentur clenchi trium librorum, qualita est arithmetica punctorum. Quamobrem prima demonstratio reliquarum demonstrationum specimen esto.

2 & 3 p 7 Problemata duo faciunt ex eadem materia, unde prima propositio theorema fecit, valdeque ridiculam esse demonstrant differentiam illam problematis & theorematis. Eademque est in utraque propositione, demonstrationis logica, est principis apud Euclidem non principis, & quidem per impossibile: cum tamen causa sit hic etiam *ἀδύνατον* illa 1 p 7. Hæc enim via eadem & communis est primos & compositos numeros explorandi: Sed tamen Theon demonstrator egregius est, dum numerum minorem majoris mensorem probat esse mensorem maximum, quia maior esse nullus potest: Tum requirerem causam & principium propositionis quam demonstrabilem facit, ob stupui ad demonstrationis novitatem. Demonstrat enim non per aliquam antecedentem vel principii vel demonstratæ propositionis causam, sed idem planè per idem, maximus est quia nullus maior. At (inquam) hoc illi prorsus idem est: non est autem dubia rei argumentum diversum.

4 p 7 Omnis numerus omnis numeri minor majoris pars est vel partes: Partitio est duarum partium quæ definiuntur 3 & 4 d 7. Et mirabilis Euclidis & Theonis logica hæc est in principis numeralium definitiones partium, partitionem autem demonstrantium. Atqui partitio illa est immediatorum contrariorum. Reprehenditur Heraclitus ab Aristotele toto fere quarto libro philosophia prima, quod de contradictione dubitavit. At ista Euclidis de partitione præsentis dubitatio talis est. Numerus minor est pars majoris aut partes. Sed tamen demonstratio hæc etiam singularis est, ex dissolutione numeri in suas unitates. Enimvero quæ definitio, quod principium, quæ propositio ante conclusa dissolutionem istam pro syllogistica demonstrationis argumento Theoni præbuit. An Apollonius demonstrans, Quæ eidem æqualia, Theone isto *λογικὸν ὄρος* non erit: Sex proximæ propositiones simillimam logicam habent sex primis propositionibus quinti libri, quibus pene etiam eadem: Illæ enim sunt per speciem rationis multiplicem, hæ per partem & partes quæ pene sunt illarum conversæ, quod Campanus etiam admonuit: usum verò neque illæ sex quinti libri, neque hæ sex septimi libri prorsus ullum habent, quem non faciliorem & pleniorum generalis habeant, neque vel illic vel hic doctrina tamen specialis est, sed exemplar tantum specialia sunt, quæ perinde poterant subtiliter per dupla, tripla, per sesquialtera, sesquitercia, perque reliqua rationum genera deduci: nec matematika

nia

nia ineptior esset: Est autem Campani logica in his propositionibus admirabilis. Intentio Euclidis fuit (ait) non assumere ex prius demonstratis. Aliter enim supervacuè proposuisset multa de numeris, quæ demonstrata sunt in quinto de quantitibus in genere. Hæc Campani logica est ad Euclidis elenchos excusandum: At eximie Campane, Euclidis intentio ista quantum tibi judicandæ artis argumentum est: Si voluisset Euclides sursum deorsum omnia miscere, an voluntas hominis, pro catholica aliqua doctrinæ lege haberetur: at debuit bene docendi catholica lex & logica euclidæ intentionis & voluntatis magistra esse: Neque verò in totis elementis tam simpliciter à Theone quicquam factum est, ut Euclidis voluntas & intentio pro doctrinæ argumēto proferretur, neq; si voluntas Euclidis Theoni tam sacra, sanctaq; fuisset, quicquam post Euclidem in mathematicis elementis mutasset, & tamen quod etiam magis mirabile sit, ausus est Cāpanus totā geometriā novis demonstrationibus ornare, manifesto iudicio veteres improbens. Quid enim deterioribus erat opus, si veteres optimas iudicaret? Videt igitur Campanus ingens Euclidis sophisma propositio: easdem nomine modo magnitudinis, modo numeri sophisticè repetentis: excusare vult. Quomodo, inquam? Noluit Euclides (ait Campanus) generalis quinti libri doctrinā uti ad demonstrandum specialem septimi libri doctrinā. At (inquam) si Euclides logicas bene & accuratè docendi leges sequeretur, nihil prius velle debuit quā à generalib. specialia deducere. Id enim est ex causis prioribus & notioribus docere: Quare Campanus magnam Euclidis sophisticam maiore etiam sophistica tegere vult. Sed tamen singulas propositiones exequamur.

5 & 6 p 7 materiam habent compositionis tertiæ: quæque ideo definitione tractanda fuerat, non syllogismo iudicanda. Demonstratio autem quintæ genere sophismatis prorsus eadem est cum demonstratione 1 p 5: principium nullum mathematicum: axioma logicum prorsus idem. Hic elenchus alter est. Tertius est hystorologia methodi, quia specialis est propositio ad 12 p 7, ut ad 12 p 5: imo conversa pene 1 p 5.

7 & 8 p 7 materiam habent è tertia divisionis specie; proptereaque postulandam, non demonstrandam. Hic primus est elenchus: septima est eadem quintæ quinti: tautologiæ est elenchus. Demonstratio est per 5 & 7 p 7 ex inductione partium: & utraque specialis est ad 11 p 7. hystorologiæ est elenchus.

9 & 10 p 7 materiam habent è 12 d 5. ideoque postulandam, demonstrantur per sectiones more superiorum, speciales sunt ad 13 p 7. Sic elenchus triplicatur è materia, demonstratione, ordinis hystorologia. Campanus interposuit hic propositionem è 20 d 7. Tanta mathematici huius *εὐλογία* est: ut quæ sophismata præterita sunt ab Euclide, ea summo studio sibi persequenda existimet, & tamē voluntatem Euclidis aliās appellat pro doctrinæ lege. 11. 12. 13. 14 p 7. materiam definitionum proponit è quinto libro repetitā, ita duplex est elenchus, alter tautologiæ, alter materiæ per se manifeste in dubiam propositionem convertit, sed hoc utrumq; in singulis declarandum est.

11 p 7

11 p 7 est eadem 19 p 5, & materia est tertie divisionis ab Euclide non definita: Hæc tautologia est, hæc ἀλογία principii in propositionem conversi: demonstratur per specialem 8 p 7, & per sophisma illud 20 d 7: petitio est principii. Sed enim Campanus hoc loco mirabilem logicam demonstravit: vidit tautologiam illam: & quosdam reprehendit demonstrantes hanc undecimam septimi ex illa 19 p 5: id est ut ipse loquitur, particularem ex universali. Atqui (inquam vir divine) si illa generalis esset ad hanc, optima esset demonstratio propositionis particularis per universalem: Sed argumentum Campani etiam est admirabile. Si hoc intenderet Euclides (ait) proposuisset hanc propositionem in septimo. Ergo (inquam) mathematicæ demonstrator admirande, mavis quamvis logicam legem despiciere quam Euclidis vanitatem confiteri: Sed Campanus hanc talem longius pertexit. Existimo autem, ait, & rationabiliter convinci videtur Euclidem quem vultum demonstratoris arithmetici, gratia decimi, in quo sine numerorum aliqua præcognitione transire non poterat, constat assumere, ideo plurima eorum, quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstravit, hic repetere demonstranda de numeris, quoniam per alia principia propria videlicet numerorum, quæ magis nota sunt intellectui, quam ea per quæ processit in quinto, ipsa demonstrare intendit, principia enim quinti propter malitiam quantitatum incommunicantium difficilia sunt, principia vero numerorum, magis ultro se intellectui applicant, faciliusque quam illa. Egent enim illa intellectu magis disposito. Hæc Campani prolixior oratio est ad Euclidis sophisma prorsus hebes excusandum: Euclides demonstravit quandam arithmetice gratia decimi. Ridiculum (inquam) arithmetice Euclidis ad decimum Euclidis librum referre, cum usus ipsius sit, communis omnium rerum numerabilium. Principia arithmetica sunt clariora intellectui principii quinti libri. At si ita sit, sophistica Euclidis prodestur a Campano obscuriora præponentis, clariora postponentis. Verum Campanus errat hic errore valde gravi: cum principia quinti libri principia sint & septimi. Quamobrem Campanum argumentis istis logica tam inopem perspicimus, quam quisquam mathematica abundante possit existimare.

12 p 7 Materia est tertie compositionis illius (ut dictum est) non definita ab Euclide eadem 12 p 5. elenchus duplex est. Tautologiam Campanus hic adnotavit. Demonstratur per conversam 20 d 7. perque 5 & 6 p 7. Speciales: petitio est principii.

13 p 7 Materia est 12 d 5. eadem 16 p 5. elenchus duplex est. Tautologiam etiam hic Campanus adnotavit, demonstratur ut antea per conversam 20 d 7: item per 9 & 10 p 7. Speciales ad istam, petitio est triplex ut antea.

14 p 7 Materia est 17 d 5. eadem 22 p 5. elenchus duplex est, demonstratur etiam per 20 d 5. bis iteratam, petitio est eadem quæ prius.

15 p 7 est specialis ad 13 p 7. Itaque materia est definitionis, & materia quæ per confectarium generalis definitionis patebat. Theon per 12 p 7, id est per compositionem demonstrat alternationem. Hoc exemplum erit syllogistica complexiōnis demonstrata. Propositio enim syllogismi est 13 p 7. Assumptio autem &

11 comple

complexio est in presenti propositione. Quare Theonem Campano logica parrem esse intelligimus. Sed Campanus hic etiam Campani germanus est: Euclides non demonstravit in numeris *ἀπλῶν* inversionis, divisionis, compositionis, non demonstravit item in numeris 24 p 5. Has sanctas sophismatum reliquias Campanus demonstrandas sibi proposuit: Itaque nullus elenchus tam sophisticus est, qui non fuerit his interpretibus singularium demonstrationum loco.

16 p 7 materies est postulati ad communem multiplicationis usum attinens, demonstratur per 15 p 7. id est per alternam proportionem natura multo posterior: elenchus alter est. Posset autem ē 19 p 7. confectarium hoc deduci, ut hic vides. 3.2.3.2. Nam extrema ter bina faciunt idem quod media bis terna: Sed praestat sua luce contentum accipere. Propositio autem de duobus tantum loquitur, de quolibet autem potest intelligi.

17 & 18 p 7 faciunt propositionem reciprocā, attributo tamen generali & ē. 15 p 5 deducto: Itaque syllogistica complexio hic demonstratur. Propositio enim syllogismi est 15 p 5: æquemultiplices sunt, proportionales partibus, sed cū numerus multiplicat numeros, aut numeri multiplicāt numerū, facti sunt æquemultiplices multiplicatis & multiplicantibus, facti igitur sunt proportionales. Theon verō demonstrat antecedentem per 12 p 7. id est per compositionem natura posteriorem, conversam verō per antecedentem. Tam multiplex elenchus est in unius propositionis sophismate: Quod autem loquitur 17 p 7 de duobus multiplicatis, & 18 p 7 de duobus multiplicantibus, de quolibet verum erit.

19 p 7 Est eadem 16 p 6. tautologia est: materies autem est principii cū reciproca sit subiecto attributoque, ideoque causam suā veritatis continet. Demonstratur autem à Theone utrumque per multas antecedentes propositiones, nullam rei causam continentes: petitio est principii.

20 p 7 Confectarium est idem 17 p 6, & ē proxima postulandum: est enim assumptio & complexio syllogismi ad 19 p 7. Theon hic syllogismum nullum vidit. Itaque demonstrat & adhibet 11 p 5. at *ἀόριστοι* in totis elementis nullum tam propinquum, tamque manifestum fuit, & Campanus hoc loco, nescio quem arabicum opinor Euclidem sequutus (ait) ab Euclide non esse propositum in numeris, quod erat propositum in lineis, 17 p 6.

21 p 7 causam suam exprimit ē 15 p 5, metiuntur equaliter, quia sunt æquemultiplices: Itaque impossibile Theonis est ineptum: Campanus ad 23 d 7. vocat numeros minimos radices rationum.

22 p 7 Est eadem 19 d 5 & 23 p 5. tautologia est tertia, & materia est postulati: Itaque demonstratio inepta est: Campanus in suo Euclide non habet istam propositionem, itaque demonstravit ad 19 p 7.

23 & 24 p 7 reciprocantur generali reciprocatōne, ideoque postulati materies est: & inepta *ἀπλῶν* Theonis. Sex proximæ propositiones pertinent ad primos inter se.

25 & 26 p 7 reciprocantur, sed verbis ineptis cōcepte sunt reciprocatio autem sic intelligitur. Si compositus sit primus ad aliquem, & componentes erunt primi ad eundem: & si componentes sunt primi ad aliquem, compositus erit primus ad eundem. Antecedens autem probatur per oppositum satis propinquū & generale, sed tamen causam nullam habet.

27. 28. 29 p 7 sunt consecutaria: Theon tamen hic logicam consecutarii nullam videt, sed demonstrationes ex illis suis generalibus comminiscitur, cum sola assumptio enthymemati desit.

27 p 7 est ē 26 p 7. Nam terminus unus bis intelligitur.

28 p 7 est ē 26 p 7. ter iterata. Hic igitur assumptio triplex debeat.

29 p 7 est primo ē 27 p 7: secundo ē 28 p 7 semel, sed oblique iterata: tertio ē

28 p 7, & deinceps perpetuo.

30 p 7 est reciproca, ideoq; postulanda: Impossibile Theonis hic valde facile est, nullam tamen causam ostendit. Admonet autem Campanus conversam dupliciter esse veram: primò si simul uterq; sit primus ad utrumq;, ambos esse primos inter se: item ut proponit Euclides. Si primus sit ad alterum, &c.

31 p 7 Causa est suæ veritatis: Theon cogit non obscure, sed inepte.

32 p 7 Specialis est conversa ex illo principio. Qui metitur menforem, metitur mensum: ergo qui metitur mensum, metitur aliquem menforem: antecedens est principium Theoni in demonstrationibus, cōversa itaq; etiā principium esse debuit.

33 p 7 Est causa suæ veritatis, cum primi numeri sint radices & factores omnium postea factorum: Itaque Theonis demonstratio hic admirabilis nullo antecedentis vel principii, vel propositionis argumento utentis, sed usurpantis principium, quod sit aliquis numerus minimus, quod tamen principium in principis ab eo positus nusquam est. Quare proprietas compositi numeri per se postulanda fuerat, non fuerat cogenda per impossibile ejusmodi.

34 p 7 sit ē partitione numeri: Numerus est primus aut compositus. Nam pro composito ponitur proprietas compositi: Sic ē partitione facta est 4 p 7: ut intelligas duobus in hoc libro exemplis ab Euclide & Theone fieri propositiones demonstrabiles ē materia partitionum.

35 p 7 Ex hoc problemate fecimus theorema, quod suæ veritatis principium præ se ferret. Nam si maximus communis divisor datos dividerit, quoti erunt minimi, ut patet ē 15 p 5.

36 p 7 Ex problemate sit theorema à Campano, & à nobis item factum est, sed brevius & causa manifestiore: Theonis demonstratio cogens per proportionis doctrinam hic inepta est.

37 p 7 Consecutarium est ad 35 p 7. ut etiam Campanus fecit: Itaque Theonis logica hic syllogisticas complexiones demonstrat, sicut antea demonstravit 15. 17. 18 p 7.

39 & 40 p 7 faciunt propositionē reciprocam & catholicam: in demonstratione aut 39 p 7 Theon utitur principio, quod unitas sit pars omnis majoris numeri ipsi cognominis: quod tamē, neq; nominat neq; nusquam in principis adhibuit.

li 2 Campa

Campanus autem minus absurdus hic fuit: principium quippe illud in principiis habuit: fecit enim quartam animi conceptionem. Tota etiam & antecedentis & cōverse demonstratio Theonis ridicula est de proprietate divisoris ad quodcumque per proportionem numerorum.

41 p 7 Hæc propositio est eadem 38 p 7. vel certè ex ea confectarium: Demonstratio igitur hic vel Theonis vel Campani syllogismi cōplexionē demonstrat.

P R A M I S C H O L A R V M M A:
T H E M A T I C A R U M L I B. 19. I N
o c t a v u m e l e m e n t o r u m.



Octavus liber propositiones habet 27: quarum decem spectant ad proportionem continuam, reliquæ ad numeros figuratos.

1 & 2 p 8 faciunt unam propositionem attributo reciprocam: Si continui sint extremis primi, erunt minimi, & si minimi, primi: Causa itaque est e generali reciproca 23 & 24 p 7. Nam si extremi sint primi, erunt etiam primi ad omnes. Itaque Theonis impossibile hic ineptum est in antecedente, conversio etiam ineptior præsertim per æquationem, complexio syllogistica demonstratur 2 p 8. Theorematicè proponi debuit, causamque suam manifestius ostenderet 17 & 18 p 7. Item ex 11 p 5. denique 29 p 7: unde etiam repetitur à Theone; iustior verò demonstratio nulla adhuc fuit: Confectaria Theonis de figuratis quadratis & cubis e definitionibus suis hic patent. 4 p 8 demonstrabilis illa quidem est, sed à Theone cogitur impossibili longo & obscuro.

5 p 8 Eadem 23 p 6, tautologia sophistica est: demonstratur autem à Theone non obscure quidem admodum per 4 p 8. 10 d 5. 17 p 7. 11 p 5. 14 p 7: Campanus hic paulo brevior est per 17 p 7. & 10 d 5. Reprehendit autem Theonem quod continuis minimis utatur. Hoc enim est (ait) propositio præter necessarium, uterque autem rationibus alternorum laterum hic utitur in demonstrando, tamen si neuter ita propositionem instituit, vacat tamen prorsus ista propositio, quia in solis magnitudinibus locum habere potest, in quibus 23 p 6 melius & plenius satisfaciet, quia generaliter loquitur de omnibus parallelogrammis æquiangulis, hæc specialiter de rectangulis quæ planis numeris explicantur. Tamen si utramque omisimus, quia nullus usus nobis appareret, si quis insignis emolumentum uspiam deprehenderit, communicato.

6 p 8 Causam ostendit de continuis inter se dividuis, quod antecedens consequentem non metiatur, de disjunctis non item: Demonstratio Theone hic non est admodum obscura, præpostera tamen est per æquationem.

7 p 8 est syllogistica assumptio & complexio præcedentis. Totus autem syllogismus connexus secundi modi sic est. Si primus non dividat secundum, nec ullus ullum dividet. Ergo si ullus ullum dividat, ut primus extremum, primus etiam secundum dividet. Hic tamen Theon nullum syllogismum videt. Præcedens.

dēns autem negata est: quod in arte nihil docet. Melius verò affirmaretur hoc modo. Si continuorum primus dividerit secundum, & antecedens quisque divideret consequentem alium, & si hoc, illud, ut nos etiam in arithmetica proposuimus. 8 p 8 causam suæ veritatis ostendit: ratio enim eadem facit eundem medianum numerum, postulanda igitur ista propositio fuerat, non demonstranda: Campanus hic adnotavit nullum superparticularem posse per æqualia dividi, secus inter duos numeros unitate differentes medius numerus esset. ideoque tonus sesquioctavæ in duo semitonía non dividetur, sed in majus & in minus semitonium.

9 & 10 p 8 verbosè proponuntur, breviter autem ita proponi possunt. Quot continuè medios habent primi inter se, totidem habent ad unitatem: & quot habent ad unitatem, tot habent inter se: decima autem magis est generalis, ut Campanus adnotavit, quia non solum de primis, sed de quibuscumque numeris vera est, utraque autem consecutaria est 2 p 8: frustra quæ à Theone & Campano demonstratur, multoque facilius erat ex eadem propositione medios istos, quam quadratos, & cubos concludere.

11 & 12 p 8 speciales sunt ad 18 & 19 p 8. Itaque postpositæ consecutaria tantum essent: Theon syllogismum hic nullum animadvertit.

13 p 8 De continuis demonstratur non obscure admodum, per 11 & 12 p 8. æquatio deinde per 14 p 7 adhibetur. In quo nihil est, nisi medianorum inventio quedam.

14 & 15 p 8 unicam propositionem poterat affirmare. Si figuratus æqualium laterum metiatur homogeneum, & latus metietur latus, & contrà: Neque causa querenda erat: cum reciproca sit proprietas ad figuratos æqualium laterum, ut sint quadrati & cubi.

16 & 17 p 8 Sunt negationes prius affirmatarum proprietatum, ut si diceret. Si homo est, est risibilis: ut vulgus loquitur, & si risibilis est, homo est, unde negatum concluderet. Si non est homo, non est risibilis, & si non est risibilis, non est homo. Atqui præceptum artis debet imprimis esse affirmatum, & hæc est ratio affirmati. Quare propositiones hæc genere propositionis sunt ineptæ, genere demonstrationis ineptius sunt demonstratæ. Sunt enim quatuor assumptiones & complexiones syllogismorum conexorum secundæ modi. Prima pars 16 p 8 sic concluditur 2 secunda parte 14 p 8. Si latus metiatur latus, & quadratus metietur quadratum. Ergo si quadratus quadratum non metiatur, neque latus metietur latus. Secunda pars 16 p 8 sic item concluditur 2 prima parte 14 p 8. Si quadratus quadratum metiatur, & latus metietur latus. Ergo si latus non metiatur latus, neque quadratus quadratum metietur. Similiter 17 p 8 concluditur: prima pars nempe 2 secunda parte 15 p 8 hoc modo. Si latus cubi metiatur latus, & cubus cubum metietur. Ergo si cubus cubum non metiatur, neque latus metietur latus. Item secunda 2 prima sic. Si cubus metiatur cubum, & latus metietur latus. Ergo si latus non metiatur latus, neque cubus cubum metietur. Hæc sunt (inquam) syllogisticæ & assumptiones & complexiones, in quibus tamen syllogisticum nihil

li 3. anis

animadvertit vel Theon vel Campanus, datisq; syllogismorum antecedentibus complexiones demonstrat.

18 p 8 Est generalis ad 11 p 8. præposita que causam præponeret. Demonstratur quod innere, per 17 & 12 p 7. & per 11 p 5. per quas easdem etiam specialis illa 11 p 8 demonstrata est, ut nulla prorsus occasione, nisi sophisticarum demonstrationum specialis anteposita sit.

19 p 8 Simillima est genere sophismatis. Est enim generalis ad 12 p 8, & demonstratur per easdem, per quas demonstratur specialis.

20 & 21 p 8 sunt conversæ 18 & 19 p 8, & materiam ideæ postulandam, non demonstrandam ostendunt: non convertitur autem duplicatio & triplicatio, quia generalis etiam est, ad non quadratos & non cubos.

22 p 8 Consecrariū est 20 p 8, & tamē Theō negatū nō facit, sed propositionē.

23 p 8 Est item consecrariū 21 p 8. sophisma par est superiori.

24 & 25 p 8 magis etiam & negatiua sua demonstrant 18 & 19 p 8. sophisma paria sunt.

26.27 p 8 Sunt etiam superioribus proximis mirabiliores, dum genus speciei comparant, cum potius speciem debuerint generi. Quadrati enim duo sunt inter se similes plani, & duo cubi, similes solidi, non contrā.

P. RAMI SCHOLARVM MA-
THEMATICARVM LIB. 20. IN NONVM
elementorum.



iber nonus habet propositiones nulla methodi ratione dispositas, alias de simplicibus, paribus, imparibus, perfectis, alias de comparatis, alias de figuratis.

1 & 2 p 9 faciunt unam reciprocam. Similes plani faciunt quadratum, & facientes quadratum sunt similes plani: Causa verò proditur 19 p 7. Campanus hic quadruplex corollarium instituit, primū. Duo quadrati faciunt quadratum quia plani similes. Secundum: Per quem quadratus facit quadratū, ille quadratus est: quia quadratus est similis quadrato. Tertium: Per quem quadratus facit non quadratum, ille est nō quadratus. Quartū. Quadratus per non quadratum facit nō quadratum. Duo autem postrema sequuntur per negata consequentia duorum primorum. Hanc logicam laudo in Campano, magis autem laudarem, si in cæteris idem præstitisset, & tamen duo postrema consecraria negantiam tantum habent & inscientiam.

3.4.5.6 p 9 Talia de cubis consecraria esse debuerant, qualia de quadratis Campanus antea fecit: Campanus tamen hic etiā propositiones facit, nec consecraria animadvertit: complexiones syllogisticas cū Theone demonstrat. 3 & 4 p 9 Logicam habent multis jam locis adhibitam, sed in rebus tam propinquis nulla adhuc fuit, antecedens enim specialis est, ad consequentem: 27 p 7 ad 26 p 7 sic erat specialis. at specialis generalem sequitur: at totum hic contra est. Syllogistica igitur Theonis ea fuit,

5 p 9 Est conversa quædam 4 p 9. Si cubus multiplicet cubum, faciet cubum: & si cubus faciat cubum, multiplicabit cubum. Campanus hic negata consecra-
ria comminiscitur, ut antea.

6 p 9 Est etiã cõversa quædã 3 p 8. Cubus scipsū multiplicãs facit cubum: & per se faciẽs cubū, cubus est. Itaq; tota logica hæc valde agreffis est & sophistica.

7 p 9 Materies postulati protinus è 17 d 7.

8, 9, 10 p 9 Inventionẽ quadratorũ & cuborũ generalẽ quãdam suppeditant:

8 p 9 Consecrarium est è 22 p 8.

9 p 9 Consecrarium est è 23 p 8.

10 p 9 est consecrarium è 27. & 25 p 8. & 3 p 9. sed partim oppositum est antea cedentis, ut etiã Campanus hic adnotavit.

11, 12, 13 p 9 continent tres proprietates ratione multipla continuorum: alia enim ratio in hanc progressionem cadere non potest: Est autem proprietas hæc triplex de divisore continuorum.

11 p 9 Proprietatem habet reciprocã, si recte proponatur hoc modo. Si dati sint ab unitate continui, minor quisq; majorem metitur per aliquem continuor-
um: & si datorum minor quisque metiatur majorem per aliquem datorũ, erunt ab unitate continui. Itaque quamvis hic à Theone demonstretur sola 15 p 7. at-
tamen materies postulanda fuerat, non demonstranda.

12 p 9 Causam item suam indicat, quia numerus, qui est ad unitatem, est pri-
mus ille mensor ultimi: ut in 1. 2. 4. 8. item in 1. 3. 9. 27. item in 1. 5. 25. 125, aut cer-
tè est compositus è primo illo mensore ultimi: ut in 1. 6. 36: Hic enim 2. & 3. me-
tiantur ultimum. Ab illis etiã compositus est 6: Sic in 1. 10. 100, 2 & 5 primi me-
tiuntur 100, decem ab illis est factus. Sic in 1. 12. 144. extremus mensus est à 2 &
3 primis, à quibus etiã 12 componitur à 2 per 6 & à 3 per 4. Itaque hoc etiã
postulandum fuerat: & Theonis impossibile hic ineptum est.

13 p 9 Causam habet manifestiorem: Nam cū multiplices sint termini, om-
nes in hac progressionẽ à solis submultiplicibus dividuntur, at alii nulli sunt:
Quare etiã Theonis impossibile hic etiã ineptius est.

14 p 9 Causam item suam ostendit. Nam minimus dividiuus à numeris ab-
solutè primis est factus ab iis. Itaq; si quis alius primus metiatur factum, metie-
tur & factorem alterum.

15 p 9 Consecrarium est è generali cõceptione, quam definitio primorum in-
ter se suppeditat & è 2 p 8. Extremi minimorum continuorũ sunt primi inter se,
ideoq; si eorum alter cum quolibet referatur ad alterum, primi erũt. Quare de-
mõstratio Theonis hic sophistica est per tot præsertim propositiones alias. Cam-
panus longam digressionem hic habet: Primò. Quod metiens unum è cõtinuẽ
minimus sit compositus ad alterum datæ rationis minimum. Quod in Eucli-
de nõ est: Secundò. Quod quilibet cõtinuẽ minimorũ ad compositũ è reliquis
sit primus. Quod magis generale est de quotlibet, quàm Euclidis theorema de
tribus: & probat per præmissam illam. Probat tamen etiã idem propositionẽ
Theonis de tribus: Sed huc aggregat totas decem propositiones primas secũdi
libri

libri de lineis: Quin addit & undecimam secundi impossibilem esse in numeris: eaque omnia tanquam ab Euclide proposita demonstrat, ut hic etiam manifestum sit arabicum Euclidem, non graecum Campano propositum fuisse:

16 p 9 Confectarium est 19 & 21 p 7. Theon tamen hic 19 p 7 non appellat.

17 p 9 Causam habet ex eodem fonte, Theon tamen cogit per 13 & 21 p 7.

18 & 19 p 9 Confectaria sunt 19 p 7. Itaque Theon demonstrationes multas hic adhibet, ubi nulla esse debuerat. Notabile autem est in utraque propositione verbum *δυνατόν* possibile, quia non solet in problematis exprimi, ubi tamen semper intelligitur.

20 p 9 Specialis est, cum de omni specie numeri imo numerationis sit id verum. Additionis per 1.2.3. species infinitae sunt, sic subductionis, multiplicatio/nis, divisionis. Sic numeri compositi, impares, pares, imperfecti, perfecti plures sunt omni proposita multitudine. Quare postulandum id fuit generaliter numerum infinite crescere, non autem specialiter demonstrandum. Campanus autem, qui septimo libro postulavit, quolibet numero majorem dari posse. Item seriem numerorum in infinitum posse procedere. Campanus (inquam) istorum postulatorum postulator, de Euclidis constantia magis, quam de sua sollicitus specialiter demonstrat à seipso generaliter postulatum. Sequitur deinceps propositiones numero quatuordecim de numeris imparibus & paribus: eorumque differentiis & proprietatibus.

21 p 9 Confectarium est è definitione paris, quia binarius metitur partes omnes, ergo totum.

22 p 9 Est confectarium è definitione imparis, & 21 p 9. Nam detrahatur ex unoquoque unitas, totus è reliquis paribus erit par, & ex unitatibus ipsis paribus numero par erit.

23 p 9 Confectarium est è proxima per contrarium. Nam è multitudine pari par est, at reliquus impar additus pari constituit totum imparem.

24 p 9 Confectarium protinus est è principio, binarius metitur totum & partem, ergo reliquum.

25 p 9 Confectarium est è 22 p 9, quia impares additi sunt multitudine pari.

26 & 27 p 9 Debuerant potius per contrarium exprimi, Par & impar constituent imparem, & unde consequeretur. Si ab impari impar auferretur, parem relinqui, item. Si par tollatur ab impari, relinqui imparem.

28 p 9 Confectarium manifestum etiam est Theoni è 21 p 9, quia adduntur multitudine pari, & tamen Theon demonstrat.

29 p 9 Confectarium protinus est è 23 p 9. & tamen Theon syllogismum nullum videt.

30 p 9 Demonstratur à Theone novo quodam demonstrationis exemplo: primum probatur per impossibile, quod impar metiatur parem per parem: at principium est definitionis Campano, ut revera est è definitione paris: tum probatur

batur mensura dimidii per principium, quod tamen Theon in principiis nullum fuit: & quod propositione non minus obscurum sit. Si totus dividat totum per aliquem, dimidius dividet dimidium per eundem.

31 p 9 Cogitur per impossibile e proxima, quia dati essent compositi.

32 p 9 Proprietas est reciproca: ideoque postulanda fuerat: licet non admodum obscure, attamen frustra demonstratur a Theone per 13 p 9.

33 p 9 Proprietas item reciproca est. Itaque temere demonstratur per impossibile.

34 p 9 Materies est definitionis: unde tertia species parium definienda fuerat, talia sophismata fuerunt e definitionibus analogiarum libro quinto & septimo, ubi e materia definitionum facte erant propositiones. Sed aliud sophisma hic insuper est, quod praeceptum sit per negantiam, ut octavo libro quaedam propositiones fuerunt de quadratis & cubis.

35 p 9 Demonstratur per compositionem 17 & 12 p 5: Causa tamen ipsa est e progressionem continuorum.

36 p 9 Demonstratur a Theone prolixissima demonstratione, & omnes fere propositiones antegressas complectente: ut dilata in extremum propositio videretur, quae totam arithmetica ad sui demonstrationem requireret. At causa veri nulla hic est, & Apollonius, Quae eidem aequalia, isto modo iustissime demonstrasset.

P> RAMI SCHOLARVM MA

THEMATICARVM LIB. 21. IN PRIMAM PAR-

tem decimi elementorum generalem de symmetris, asymmetris, rationalibus, irrationalibus.



iber decimus communem magnitudinum differentiam continet symmetrarum, asymmetrarum, unde rationalium & irrationalium differentia derivatur: Quod in numeris antiquius est, sed valde dissimile. Numerus enim suapte natura primus est aut compositus: Deinde numeri duo quilibet inter se primi aut compositi: idque unitatis mensura iudicatur. At in magnitudine secus est. Neque enim ut in numero unitas, sic in magnitudine minima mensura nota est. Sed mensura magnitudinis tantum est *bis* positione & arbitrio geometrae statuentis digitum, palmum, pedem, aut aliud quodlibet mensurae genus pro mensura. Haec igitur materies est decimo libro proposita & eo modo tradita, ut in humanis literis atque artibus similem obscuritatem nusquam deprehenderim: obscuritatem dico non ad intelligendum quid praecipiat Euclides (id enim vel indoctis & illiteratis id solum quod adest, quodque praesens est intuitibus possit esse perspicuum) sed ad perspicuum penitus & explorandum quis finis & usus sit operi propositus, quae genera, species, differentiae sint rerum subjectarum: nihil enim unquam tam con-

Kk fufum

fufum vel involutum legi vel audiri. Quin ſuperſtitio Pythagoreorum (à quibus hæc inventa primo libro diximus) in hunc tanquã ſpecum inducta videatur. Itaque prodigioſi ſophiſmatis eſt ad duodecim linearum irrationalium inventionem tot propoſitiones, lemmata, demõſtrationes ab ingeniis ſolertibus quidem illis & peracutis, ſed certe otio intemperanter abuſis excogitatas eſſe: nulla pars geometriæ (ſi tamẽ in vero geometriæ uſu locum ullum acumina iſta habitura ſint) inutilior, nulla tamen præceptis & theorematis cumulatione. Geometria de planis excepto quadrilatero rectangulo, neque quolibet eſt irrationalis: nullum tamen verbum eſt in Euclide ad demonſtrandum quamobrem aut quomodo ſint hæc irrationalia: Geometria tota de ſolidis excepto recto, priſmate & cylindro eſt irrationalis, nullum tamen verbum eſt in Euclide ad demonſtrandum quamobrem aut quomodo ſint hæc irrationalia: neq; de lineis irrationalibus apodictica maior requirebatur. ſymmetria enim demonſtraret quæ actu & ſua longitudine rationales vel irrationales eſſent: Et tamen ſi quid irrationale eſſet, ſciri oportuit, ſatis fuit generaliter ſciri, quia hoc uno argumento teneatis tales lineas numero datæ menſuræ inexplicabiles eſſe, qua generis ſpecie quave differentia exquirere, vanus & inanis labor fuerit. Denique modolibus, converſionibus, reduktionibus & ejuſmodi quiſquiliis nihil jam miror logicam irretitam eſſe, cum ſeveriſſimam alioqui diſciplinam commentis iſtis velut exornatam videam. Equidem toto decimo libro ſtudioſe & accurate conſiderato nihil aliud iudicare potui quam crucem in eo fixam eſſe, qua generoſe mentes cruciarentur. Quare omni ſtudio diligentiaq; connitendum nobis eſt, ut iſta clariſſime evoluuntur, miſeraque & funeſta crux evertatur & proſternatur, atque in perpetuum affligatur. Partiemur igitur totam operis molem duas in partes, primam de generalibus & communibus elementis, ſecundam ſpecialem de irrationalibus tum affirmatis, tum negatis: & ſic Euclides ipſe vel imprudens neq; quidquam de methodi ullius luce cogitans, definitionum ſuarum principia tribus differentibus locis diſtribuit. Prima pars igitur erit in definitionibus undecim & propoſitionibus viginti. In definitionibus autẽ Euclides aliam & diſſimilem ſuperiori logicam adhibuit: accumulavit definitiones ſex librorum communes initio primi libri, in quinque proximis proprias accommodavit: Initio ſeptimi cumulum rursus fecit ſeptimi, octavi, noni communem. In decimo uno & ſolo tres ordines definitionum diſtinxit: communes præpoſuit, ſpeciales poſt. poſuit, quod genere ipſo laudabile eſt, ſed multo fuiſſet laudabilius, ſi ſuam cuique generi ſpecieiꝝ definitionem ut logica methodus exigebat, adſunxiſſet. Verum tamen definitiones primas videamus, quid ſint magnitudines ſymmetræ, aſymmetræ, rationales, irrationales, id enim definitiones undecim definiunt. 1 & 2 d propriis verbis exprimunt partitionem ſymmetrorum & aſymmetrorum, quæ eſt in arithmetica primorum inter ſe & compoſitorum inter ſe numerorum: Sed arithmetica de numeris primis præcipua fuit, unde intelligeretur arithmetica compoſitorum: & quidem de primis numeris arithmetica ſuccincta fuit.

ita fuit. Huc verò repetuntur ab Euclide quædam jam de numeris proposita, & de symmetris totidem præcipiuntur, quot de asymmetris, elementorumque numerus de symmetris & asymmetris duplicatur.

3. 4. 5 d Symmetriam & asymmetriam rectarum duplicem indicant, alteram rei & actus, alteram vis & potentia tantum. Atqui hæc vis in lineis dicitur κατὰ τὴν μεταπορείαν ἢ τὴν ὁμοιότητα, ut inquit Aristoteles 5 & 9 philosophia. Ut enim in seminibus est causa stirpium, sic in lineis rectis origo quadratorum, omninoque rectangulorum: utque semina possunt stirpes, sic lineæ rectæ quadrata & oblonga id est rectangula, unde secundo libro rectangulum dicitur sub duabus lineis rectis comprehendi. Nec recta sola & solitarie considerata quadratum potest, sed recta per rectam. Verum quia æqualis bis est assumpta, una dicitur quæ duplex est. Ergo rectæ potentia quadratum dicitur, lateraque quadratorum metaphorâ conlimili vocantur radices quadratorum. Sic ἀναγόμενα (ait ibidem Aristoteles) ἐπὶ τὰς ἀρχὰς inveniuntur actus, ut cur duo recti in triangulo: quia circa idem punctum duo anguli duobus rectis sunt æquales. Potentia autem hæc tota decimo libro attribuitur lineæ rectæ non superficiæ, non corpori. Sed de utraque definitione, pauca separatim.

3 d 10 Rectæ potentia symmetræ sunt, quando ipsarum quadrata eadem area metitur. Ut latus 3 pedum, & latus 5 pedum. Area enim pedis unius hæc quadrata metitur, ideoque lineæ illæ sunt per potentiam suam symmetræ: re verò & actu asymmetræ.

4 d Asymmetræ autem quædo ipsarum quadratis nullam accedit aream communem mensuram esse, ut sunt latus lateris 7, & latus lateris 3. Nam quadrata earum linearum latus septenarii, & latus ternarii nulla area communiter metitur. Ex his autem quatuor definitionibus sequitur in Euclide initium Geometriæ obscurioris: littera Euclidis ita est.

5 d 10 His positis constat propositæ rectæ rectas esse multitudine innumerabiles, tum symmetras, tum asymmetras, alias quidem longitudine, & potentia: alias verò potentia solum: vocetur igitur proposita recta rationalis. Hæc Euclidis verba sunt, quorum singula pondera diligenter examinanda sunt: Propositæ rectæ dari possunt innumerabiles symmetræ re: Ut rectæ 7 pedum, symmetræ sunt rectæ pedum 8. 10. 12, & ejusmodi infinitæ, tum potentia, ut latera quadratorum pedum 8. 10. 12 & ejusmodi innumerabiles rectæ: dari etiam possunt rectæ asymmetræ eidem tum longitudine, ut latera proxima quadratorum 8. 10. 12. tum potentia, ut latera proximorum laterum, & similia infinita. Mutes verò propositam, & dato latus 7 pedum, huic etiā dari possunt innumerabiles symmetræ, tum longitudine, ut latus 28, latus 63, ut postea patebit. At potentia tantum symmetra sunt latus 7 & latus 3, ejusmodique infinita, denique asymmetra sunt idem latus illud 7, & latus lateris 3 seu 5, & similia. Quapropter propositæ rectæ dari possunt innumerabiles juxta Euclidis verba, tum symmetræ, tum asymmetræ, aliæ longitudine & potentia, aliæ verò potentia solæ. Verumtamen quid habet consecrariū,

Kk 2 ut de-

ut definitio dicatur: sane quod in eo postremum est, definire videtur *ἡ δὲ ἐκ τῆς* rectam rationalem. Quid enim in litera Euclidis est reliquum? Vocetur (inquit Euclides) proposita illa recta *ῥητὴ* id est explicabilis, & tanquam diceretur explicabilis. De hoc in geometria diximus, neque prohibet hic latius agi. Quæro igitur *ῥητὸν* istud quomodo explicabile intelligitur? *ῥητὴ* (ut Pachymerius refert) definita à nonnullis *ἀπὸ εἰθμῶν γνωρίμων* per numeros nota, quam definitionem ipse non probat, quia sit ex accidente. Verum Pachymerius hic parum consideravit ex isto accidente 5. 6. 7. 8. 9 p 10 effici, hinc totam de rectis irrationalibus naturam toto libro declarari: ex numeris enim dissimilibus ē quadratis totæ species irrationaliū declarabuntur. Et sic Marinus in protheoria Datorum. Proprie verò (ait) per se *ῥητὸν* est, quod secundum aliquem numerum cognoscimus, & secundum aliquā positione mensuram, ut palmum vel bi gratia vel digitum: Sic (inquam) Pachymerius, sic Marinus, Euclides tamen & in primis & in secundis tertisque definitionibus *ῥητὴν* accipit aut datam ipsam ex arbitrio & thesi assumptam, vel positæ datæque symmetram. Et quidem cum sumis mēsuram tripedalem, facis triplam pedis unius, quin si pedalem statuas, etiam comparabitur pedis unitati, ad eamque rationalis erit. Atque ex ipso τὸ λόγον rationis comparativo & arithmetico nomine proprie magnitudo λογική ἢ ἀλογος rationalis aut irrationalis magis proprie dicitur quam *ῥητὴ* ἢ ἀῖρητος explicabilis aut inexplificabilis quia hoc magis est generale: & rationale atque irrationale sic ad aliud referuntur, ut eorum species æquale & inæquale: λόγος enim genus est æqualitatis & inæqualitatis. sed res teneatur. Sic enim Euclides (ut dixi) loquitur, sic item Theon ad 11 p 10 *ῥητὴν* veluti definiendo ait, *ἡ ῥητὴ ἐφαμεν τὰ μέτρα λαμβάνειν*, à qua diximus mensuras capi. Sed lubet ad eandem rem proferre consimilem interpretationem Peripateticorum. Author enim quidam inter Aristotelis est opera de lineis individuis, qui totum generis hujus Euclidem in illud opus transfuit, aitque propositam lineam *ὥσπερ σημείον προσημειονοῦν καὶ ὁμολογούμενον* velut signum propositum & confessum, idque *πύριον ὄνομα* proprium & peculiare verbum à Geometris usurpari. Age (inquam) ista *ῥητὴ* mensura est, quæ dicitur vulgo à Geometris famosa, & ideo nota numero. Quid tum *ῥητὴ* (ait) καὶ ἀλογοὶ πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, lineæ explicabiles & inexplificabiles id est rationales & irrationales inter se erunt, hic non satis manifestus est: videtur tamen dicere magnitudinē non dici absolute *ῥητὴν* καὶ ἀλογον, sed relatione ad propositum, ut numerus ad alium primus, & ad aliū compositus, inductus fortasse Euclidis auctoritate, qui prius rectas *σύμμετρον* καὶ *ἀσύμμετρον* definivit, posterius *ῥητὴν* καὶ ἀλογον: sed tamen nequa dubitatio esset, idem ille ipse author sententiam suam manifestius dicit. Itaque (ait) *σύμμετρον* καὶ *ἀσύμμετρον* φύσει natura sunt, *ῥητὸν* verò & ἀλογον θέσει positione, ut si proposita recta, hæc quidem *ῥητὴ* ut *σύμμετρον*, illa verò ἀλογος, ut *ἀσύμμετρον*, & rursus *ῥητὴ* huic, illi ἀλογος, & ἀλογος huic, illi pariter *ῥητὴ*. Hæc authoris huius decreta sunt, ubi manifeste docet *ῥητὴν* καὶ ἀλογον rectam dici non per se, nec absolute, sed tantum relatione ad positam. Quam sententiam videtur & Pachymerius sequi, qui nominatim ait *σύμμετρον* καὶ *ἀσύμμετρον* τῇ φύσει, *ῥητὸν* καὶ ἀλογον

τοῦ δὲ ἑαυτοῦ, ἀλλὰ πρὸς ὑποθέσειαν. Itaque sententia Euclidis & Geometrarum istorum definitio rationalis rectæ non est quod sit proposita, sed quod sit symmetra propositæ, ut mox definitur, sed tamen videamus quid deinde Euclides loquatur: Cum igitur propositam illam statuisset, cui essent rectæ innumerabiles & symmetræ & asymmetræ, ait.

6 d Et huic symmetræ sive longitudine & potentia, sive potentia tantum explicabiles.

7 d Et huic asymmetræ irrationales vocentur. Hæ duæ definitiones respondent quintæ, ut *ἐν τῷ* definiunt per relationem & per symmetriam, tanquam *ῥῆμα* τῷ *καὶ ἀλογον* species sint *συμμέτρου καὶ ἀσυμμέτρου* ad propositam. Postremo hic etiam elenchus Aristotelis ille notabilis est speciei pro genere. Etenim quod hic Euclides specialiter exponit, generale est, & omnis magnitudinis cōmune. Nam si duæ magnitudines sint symmetræ propositæ magnitudini, sunt etiam rationales: & si asymmetræ, sunt irrationales. Hunc elenchum Theon ad ultimam libri huius propositionem, & Pachymerius post Theonem adnotarunt. Id (inquā) generale est, quod hic tamen specialiter Euclides proposuit. Quatuor reliquæ definitiones in eadem obscuritate versantur.

8 d Et à proposita recta quadratum rationale.

9 d Et huic symmetra rationalia. Hic autem de quovis rectilīneo generaliter præcipit Euclides, eaque ait esse rationalia, quæ symmetra fuerint quadrato rationali.

10 d Et quæ huic asymmetra, irrationalia vocentur. Rectilīnea igitur irrationalia erunt, quæ sunt asymmetra quadrato rationali. Denique *ἐν τῷ καὶ ἀλογον* subjiciuntur hic & postea, subjicientur symmetræ & asymmetræ.

11 d Et rectæ quæ ipsa possunt, irrationales, si quidem quadrata sunt ipsa latera: sin autem alia quædam rectilīnea, rectæ quæ describunt æqualia ipsis quadrata. Ex his igitur definitionibus videmus quomodo magnitudo symmetra sit & asymmetra, rationalis & irrationalis: propositiones viginti (quæ est de cōmunibus pars reliqua) consideremus, in iis porro de numeris iterantur nominatim nonnullæ, aliæ uelut umbræ quædam sunt numerorum.

1 p similiter ostenderetur, si dimidium subduceretur (ait Theon) & sic dimidium tolletur 16 p 12: contrarium verò de numero sumitur à Theone ad 1 p 7. quod numerus infinite non dividatur, sed recidat in minimum, unitatem quippe: Nunc verò secus docetur esse in magnitudine, quod infinite dividua sit. Quare propositio hæc diligenter animadvertenda est, quod hinc illud theorema de magnitudine semper dividua aperte nasci videatur.

2 p responder omnino primæ propositioni septimi libri, & simili impossibili demonstratur. Tautologiam Campanus vidit. Propositio autem ista ex hypothesis tantum agit. Nam minimum in magnitudine nihil esse statuit. Vtrum autem aliqua metiatur, secunda & quarta partes non docebūt, ut intelligas duas rectas esse symmetras actu.

3 & 4 p & earum consecutaria plane respondent propositionibus secundæ &

Kk. 3. tertia,

tertiæ, earumque consecrariis in septimo libro demonstrationumque vis eadem. Itaque Campanum tædedit hujus tautologiæ, neque demonstravit. Ergo propositiones adhuc quatuor tautologiam tantum habent ex arithmetica numerorum, sequentes quinque umbras quasdam referunt numerorum, è quibus etiam definitio illam rationalis à Pachymerio improbatam considerare poteris.

5 & 6 p non difficilem demonstrationem habent: attamen postulata potius è definitionibus proximis perspicua erant. Nam quia symmetra proponuntur, eorum certa mensura est & numero explicabilis, istaque consecraria longe clariora essent, quam quæ corollariis definitionum libri hujus continentur. Duo hinc consecraria deducuntur. Primum.

Ut est datus numerus ad datum numerum, sic ad datam rectam alia dari potest: ut patet per 12 p 6. Secundum.

Ut est datus numerus ad datum numerum, sic ad quadratum data rectæ dari potest quadratum rectæ: ut patet per 13 p 6. inventa media inter duas superioris consecrari, tum enim per consecrarium 20 p 6, ut prima est ad tertiam, sic rectilineum constitutum ad primam erit rectilineo ad secundam constituto. Sed consecrarium utrumque speciale est.

7 & 8 p 10 sunt assumptiones & complexiones è duabus proximis. Itaque quinta & septima, item sexta & octava, una esse debuerant, ut consecutio appareret. Atque istæ sunt syllogisticæ complexiones, quas tertio libro diximus à Theone demonstrari. Campanus hanc utramque propositionem præterit, & quidem in eo, Theone λογικώτερον, non solum quia res ex paterent, sed quia negationes essent artis alienæ.

9 p quatuor partes habet totidem demonstrationibus prolixè magis quam obscurè demonstratas: attamen prima pars & secunda materiæ definitionis aut certe postulati è definitione *πρῶτος* continent. Tertia autem & quarta syllogisticæ sunt complexiones & assumptiones. Itaque hic etiam syllogisticæ complexiones sunt demonstrabiles Euclidi & Theoni: Campanus syllogismos animadvertit, & speciem syllogismi notavit à destructione consequentis, ut loquitur. Sunt enim syllogismi connexi modi secundi, & geometram nostrum non ignarum quidem Geometriæ, sed certè logicæ valde inopem tot exemplis coarguunt. Campanus deducit è quarta parte diametrum quadrati esse longitudine asymmetrum costæ, per quintam hujus & 47 p 1. Sed id postea Theon ad propositionem ultimam proprie docebit, si tamen Theon sit. Quatuor hinc demonstrantur à Theone.

Si rectæ sunt symmetræ longitudine, sunt & potentia, per primam partem 9 & 6 p 10.

Si rectæ sunt symmetræ potentia, non continuo sunt & longitudine, per primam & quartam hujus partem.

Si rectæ sunt asymmetræ longitudine, non continuo sunt & potentia, per quartam partem hujus & 6 p 10.

Si rectæ sunt asymmetræ potentia, sunt & longitudine, per 7 p 10 & quartam partem hujus.

At ista omnia è definitione symmetrorum & asymmetrorum postulanda erant, & exempla

& exemplo, si quid opus esset, declaranda. Sic principia etiam demonstrabilia sunt Theoni. Hæc verò propositio, ut deinceps 11. 14. 15. 16. 17. 18 p 10 attinet ad symmetriam & asymmetriam rectarum.

10 p demonstrationem difficilem non habet, sed propositionis tamen ipsius materia est definitione & proportionis & symmetrarum, atque asymmetrarum magnitudinum multo clarior est. Falleret autem in numeris, ut in 4. 6. 2. 3. Nec enim quia 4 ad 6 est compositus, ideo & 2 ad 3 compositus est, & symmetria magnitudinum dissimilis est compositionis numerorum. Secunda verò pars propositionis hujus potest etiam per assumptionem & complexionem syllogisticam est prima deduci.

11 p Sententia problematis est.

Si due rectæ comparentur ad datam prior ut plani dissimiles, posterior proportionalis, inter utramque erunt ad datam asymmetra prior re, posterior vi. Problematis (inquam) sententia hæc est: usus autem quinam sit considerato: Neque enim postea usquam appellatur. Et certe supervacaneum sit de problematis hujus utilitate querere, cum omnia decimi libri problemata quæ numero sunt duo & viginti, vel ad irrationabilium inventionem, quo comparata sunt, plane sint inutilia: hæc vero propositio, ut decima, attinet ad symmetriam & asymmetriam rectarum.

12 p demonstrare vult idem principium, quod axioma primum primi libri fumpsit. Elenchus hic idem est qui fuit ad 31 p 1. ad 11 p 5. ad 21 p 6. Lemma propositionis hujus falleret in numeris, ut 20. 3. 4. atque huc captiosissimus elenchus ille ex hac propositione ne redeat. Quæ eidem sunt asymmetra, sunt inter se asymmetra, ut 13, & 19 sunt asymmetra ad 5, & tamen inter se sunt symmetra. Talis enim fuit elenchus ille. Quæ eidem inæqualia. Ergo hæc Euclidis & Theonis logica est in principiis demonstrandis.

13 p assumptio & complexio est proximo lemmate.

Si due magnitudines sint eidem altera symmetra, altera asymmetra, sunt asymmetra. Ergo si sunt symmetra, non erunt eidem altera symmetra, altera asymmetra. Sed si una symmetra sit, altera erit etiam symmetra. Valet etiam contrarium. Ergo si sunt symmetra, alteraque sit alicui symmetra, reliqua eidem symmetra erit. Tales antea syllogisticarum complexionum demonstrationes fuisse.

LEMMA DUPLEX.

Datis duabus rectis invenire quantum major sit potentior minore. item. Quæ possit utramque datam. Hoc utrumque lemma melius esset ad 1 p 4. Ex occasione enim illius propositionis & 31 p 3 hoc utrumque inventum est.

14 p specialis est de lineis ad 10 p de magnitudinibus.

15 p est eadem 30 p 7.

16 p continet assumptiones & complexiones est proxima, quales ante fuisse ad 7. 2. 9. 10. 13 p 10. ita de propositionibus adhuc sexdecim videmus alias ex arithmetica numerorum nugatorie repetitas, alias est principiis confictas, alias multo absurdissime de syllogisticis complexionibus, id est est clarissimis judiciis in-

questio.

quæstionem contortas. Reliqua de communibus geometriam propius attin-
gunt, logicam tamen & utilitatem parem habebunt.

17 p. multitudine rerum perobscura & ad sui fabricam adhibet 28 p. 6. omnium
que sex primis libris traduntur, difficillimam. Campanus autem paulo clario-
rem fecit brevioris fabrica oblongi hic necessarij, & per s p. 2. quam Theon per
28 p. 6. perque 5 p. 2.

as p^o, perque q^o p^o p^o affumpriones habet & complexionēs ē 17 p 10. prima pars ad illius secundam, secunda ad illius primam, quod etiam Campanus adueniuit, & syllogismos, ut antea notauit. Atque hæc egregia logica fuit ad 7.8.9.10.13.16 p 10. in demonstrando syllogismi iudicio. Sed sophistica tolerari utcumq; potuit, si utilitas subesset. Videntur autem propositiones hæc duæ fundamenta quædam esse futuris inventionibus rectarum irrationum. At inde prorsus nulla ad eam rem utilitas erit, ut tum docebitur. Scholiū Procli nomine hic interpositum est, cujus fortasse fuit & illud ad 5 d 6, & erunt postea ad fines 13.14.15 l. Sed tamen hoc scholium hic ineptum est, quia tantum repetit dicta ad 9 p 10. Duæ propositiones proximæ usum aliquem geometricum præseferunt de figuris rationalibus. E' planis enim solum rationale est rectangulum, neque tamen omne, sed tantum quale hic describitur. Materies autem utraque postulanda potius, quam demonstranda fuerat, & materies quidem arithmetica ē legibus multiplicationis & diuisionis. Multiplicatio enim laterum ostendit aream, diuisio areę per datum latus ostendit latus reliquum.

19 p Hæc verba *ἡτοιμασμένη* *πρὸς τὸν* *θεόν* secundum aliquem prædicto-
rum modorum, non sunt in præsentī Theonis demonstratīone, repetuntur ta-
men ab eo ad 20 p 10, & referuntur ad genitivum *πρὸς τὸν*, ut sit sensus propositio-
nis. Sub rectis secundum aliquem prædictorum modorum rationalibus & lon-
gitudinē symmetris comprehensum rectangulum rationale est, & modi prædi-
cti intelligentur de rationali, quæ ideo sit talis quia proponitur, vel quia est sym-
metra propositæ, ut in sequenti propositione Theon plamius interpretatur. Non
igitur prædicti modi referendi sunt (ut litera ambiguitas ostendit) ad longitudi-
nē symmetras, præsertim cum modus *τῆς συμμετρίας* exprimitur.

20 p demonstrat antepositum in Theone lemma. Quod recta potens irrationale est irrationalis. At nominatum id antea in 11 d 10 fuit. Ita materies eadem & principium est Theoni, & non principium. Sed in Theone etiam elenchus hic absurdior, idem enim prorsus in propositione ipsa habetur, quod ab eo constituitur in lemmate. Atq; ut 9 p 10, sumit in principio potest, sic & ista propositio ex illius contrario. Hic assumitur ē 1 p 5, ut recta est ad rectam, sic quadratum alterius esse ad rectangulum utriusque.

P. RAMI

P ▶ RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIB. 22. IN GEOMETRIAM DECIMI LIBRI DE IRRATIONALIBUS AFFIRMATIS.



Dhuc prima pars decimi elementorum nobis in communibus & generalibus: Reliqua Geometria libri hujus deinceps specialis erit in rectis irrationalibus simplici & composita: Composita bipartita & quadripartita, sed de compositis primum affirmatis, quæ pars specialis hujus Geometriæ prior erit: posterior erit de negatis. Ergo de simplici primum agitur in 21. 22. 23. 24. 26. 115 p 10.

21 p vocatur hic recta potens ἀλογον & irrationale non solum ἀλογον ut antea, sed μέση media, quia sit media proportionalis inter duas rationales vi tantum symmetras, quomodo & rectangulum ipsum medium dici potest, ut dicetur paulo post, quia similiter medium est inter laterum suorum quadrata. Denique μέσον & ῥητόν Euclidi & Theoni opponuntur 25 p 10, ut μέσον & ἀλογον idem esse videatur. At irrationale tamen generale est, & medium speciale modo est Euclidi pro simplici irrationali, & medium oblongum tantum Euclidi placuit dici quod æquatur quadrato mediæ simplicis. Alioquin omnes irrationales mediæ, & omnia rectangula irrationalia media dici possunt: quin ab Euclide ipso duobus senariis quinto & sexto compositæ sex, binomia, bimedia prima, bimedia secunda, major, rationale mediumque potens, & duo media potens, quæ dicentur, sicut mediæ inter rationalem & binomias speciales. Ergo hic geometriæ quidem placitum non autem certum iudicium attendatur.

22 p Theon hic lemma proponit. Ut duarum rectarum prima est ad secundā, sic quadratum alterius ad rectangulum utriusque. At id protinus ē 1 p 6 patet, ut lemmare eo nihil esset opus ad hanc propositionem demonstrandum, si demonstrabilis esset. At sumitur ex opposito 20 p 10. oblongum enim ponitur æquale mediæ quadrato, id est irrationali & medio. Itaque est irrationale, & ponitur alterum latus ejus rationale. Quare reliquum latus est rationale & longitudine asymmetrum primo.

23 p tam est principium quā fuit 9 d 10. Rationali symmetrum est rationale. Nam & hoc contrarium est, irrationali symmetrum est irrationale. Et si contrariorum alterum principium sit, reliquum etiam principium erit. Illud enim logicum est Aristotelis axioma, principium tam clarum esse oportere, ut etiam contrarium inde sit manifestum, tale est & consecrarium hujus propositionis.

Rectangulum medio rectangulo symmetrum est medium.

Nec tamen iccirco omne medium omni medio symmetrum, ut apparebit 35 p 10. Sed de hoc rursus ad 26 p 10.

24 p non obscure demonstratur ē consecrario proximo; attamen ex opposito 19 p 10 deducitur. Deinceps verò sunt genera irrationalium compositarum affirmatarum usque ad 73 p 10 in propositionibus sex & quadraginta. Com-

LI posita

posita affirmata est bipartita (ut dixi) aut quadripartita: bipartita binomia aut bimedia, bimedia affirmata est duabus rationalibus vi tantum symmetricis, ubi duo genera sunt & generis utriusque ternæ species, ut mox dicetur. Bimedia affirmata est duabus mediis modo rationale comprehendentibus modo medium, unde bimedia prima & secunda, ut patebit senario primo. Quadripartita tres dicuntur major rationale, mediumque potens, duo media potens. Atque ad hæc undecim genera definiendum & partiendum, cum pauca verba requirerentur, incredibile est quæ pythagorea somnia inventa sint, primo denarius est pro positionum obscuritate præcipua insignis ad inventionem compositarum affirmatarum: Inventionem obscuram, difficilem, laboriosam, equidem expertus confiteor, sed nugatoriam prorsus & inutilem valde profiteor, ut in quinto & sexto senario demonstrabo, ut in quarto compositarum negatarum senario rursus admonebo.

25 p est definitio quadam bimedia, & ejus partitio primæ nempe & secundæ bimedia, quas Euclides ipse postea generi uni, tanquam species subjecit, ne partitionis argumentum longius repetatur. Neque quia medium specialiter modo sumitur, minus in subiecto speciali necessaria disjunctio est. Itaque materia ista est principii indemonstrabilis. Est verò elenchus demonstrationis in hoc absurdus, quod ad probandum disjunctivam medio carentem postulat disjunctivam consimiliter medio carentem. Nam ut probet rectangulum esse rationale aut medium, postulat rationalem esse datæ, symmetricam vel asymmetricam, quæ disjunctiva generis ejusdem est, talis demonstratio fuit disjunctio nis ad 4 & 34 p 7. Quando verò rationale fiat, docebit 27 p 10, quando mediū; docebit 28 p 10.

26 p minime debuit interponi partitioni illi superiori, & ejus partibus, sed partium explicatio protinus partitionem istam sequi debuit, & Campanus id eo recte partes subjungit toti, & hoc quidquid est, non recte per negationem proponitur, & principii naturam potius redolet, quàm propositionis. Si irrationalis rectanguli pars est irrationalis, reliqua est irrationalis: nam contrariū illud, Rationalis rectanguli pars est rationalis, postulatur & sumitur à Theone ad 33.34.35 p 10. item ad 79 p 10 postulatur differentiam rationalis à rationali esse rationalem: quod è 9 d 10 deducitur, & illud est quod attigeram ad 23 p 10: ut hæc & illa pari jure in principiis habendæ sint. Sed ista propositio temere interposita denarium turbavit. huc igitur redeatur. Proximæ novem propositiones docent compositarum irrationalium inventionem doctrina insolentē antequam definitæ imò nominatæ sint, irrationales ipse, ad quas inveniendum inducimur: nominandum siquidem & definiendum antea fuerat quid esset, antequam ejus inventio præponeretur. Simile hoc Menonii problematis est, querere quod nescias. Nam si inveneris, attamen non agnosces, quia quid sit nescias.

27 & 28 p tradunt inventionem utriusque bimedia.

29 & 30 p binomialium inventionē suppeditat, in duobus intermediis generibus.

31 & 32

31 & 32 p. præcipue ducuntur è 27 & 28, perque eas solas cum 14 p. 10 demon-
strantur. Theon autem adhibet lemma illud ad 31 p. 10. Si tres rectæ sint, sicut
prima est ad tertiam, sic rectangulum primæ & secundæ ad rectangulum secun-
dæ & tertiæ, quod deducit è 1 p. 6, & lemmate ad 21 p. 10. Id tamen generale est, &
è numeris potest educi per 17 p. 7. Adhibet & lemma hoc alterum: Si basis trian-
guli rectanguli secatur à perpendiculari ex angulo recto, segmenta sunt ut qua-
drata crurum, quod est è fabrica 47 p. 1. Atqui tamen hæ duæ propositiones
quem usum vel ad nugas inventionis institutæ habeant, considerato.

33. 34. 35 p. logicam habent admirabilem ad inventionem rectarum quadripar-
titarum majoris, rationale, & medium potentis, duo media potētis. Sophisma-
te enim singulari obscuritas hæc augetur, quod triplicis speciei cōmunia & pro-
pria simul miscetur, & in tribus singulis iterantur. Ergo denarius adhuc fuit,
propositionum ad inveniendum rectas irracionales, quæ nondum nominatæ,
nondum definitæ essent. Pythagorea deinceps religio quædā erit in senariis octo
vel novem. Senarius pythagoreis sacer erat. Itaque rectarum irrationalium occul-
ta & arcana mysteria senariis consecrata sunt: inventæ sunt binomiæ per 29. 30.
31. 32 p. 10. bimediam primam: secundam per 27. 28 p. 10: major, rationale, mediūque
potens, duo media potens per 33. 34. 35 p. 10. Inventæ igitur & nominibus & de-
finitionibus exornantur. Sed exornatio ista cujusmodi sit attendamus. Primo
senario traditur generis compositarum (ait Scholiastes Proclus, aut alius ne-
scio quis) & certè definiuntur binomia, bimedia prima, & secunda, major, ratio-
nale, mediūque potens, duo media potens. In quibus logica Euclidis & Theo-
nis eadem est, quæ fuit in definitionibus quinti libri: factæ enim sunt hic propo-
sitiones è materia definitionum, & tamen non tota definitio demonstratur de
suo definito, sed demonstratur genus tantum nempe ἀλογον. Differentia generi
addita de specie non demonstratur. Atqui minime gentium, genus de specie de-
monstrabile est, sed prima mentis intelligentia assumendum, alioqui & definitio
inde composita demonstrabilis tota fuerit, quod geometræ quamvis logicæ
inscientissimo, tamen nemini unquam in mentem venit. Neque enim cum de-
finitiones demonstrant Euclides vel Theon, animadvertunt definitiones aut
definitionis partem à se demonstrari, neque enim id unquam facerent, & ta-
men quod mirabilius sit, postea speciales singularum binomiarum definitio-
nes in principiis ab Euclide statuentur. Atque omnino si è specialibus defini-
tionibus propositiones fieri oportuit, duodenarius faciendus fuit è media, è
sex binomiis, è duabus bimedius, è tribus quadripartitis. Sed tamen si quis
geometræ autoritate permotus subtilius hæc à nobis quàm verius agi arbi-
tratur, excitet sese, & in totis elementis requirat quid sit binomia, quid bime-
dia prima & secunda, quid major, quid rationale, mediūque potens, quid
duo media potens, si usquam definitiones in Euclide reperiat alias quàm
quæ propositionibus istis obscurantur, tum desinet mirari quam obrem sophis-
ticā tam odiosam tamque publicis ingenuæ juventutis studiis adversam tam so-
licitè refellamus. Verum pergamus. Prima pars cōposita appellatur ab Euclide

L1 2 ex binis

ex binis nominibus. Et Euclides ipse ita postea loquitur. Binomia igitur consistat ex duabus rationalibus, ut definitio ipsa ostendit, reliquæ ex irrationalibus. Sed binomia genera certa & certæ species sunt, quæ sequi protinus debuerant ante reliqua genera. Sed hic in tantis elenchis elenchus est levissimus.

37.38 p. genus binomiarum per species comprehendunt. Bimedia è duabus irrationalibus vi tantum symmetris genus est, species ejus duæ. Prima quando irrationales comprehendunt rationale, secunda, quando irrationale: itaq; sophisma superioris sophismatis dissimile hic est, illic enim conversa est definitio generalis in propositionem demonstrabilem, hic præterita generali definitione speciales definitiones convertuntur in propositiones demonstrabiles.

39.40.41 p. comprehendit quadripartitam per ultimas species. Genera enim hic certa sunt & gradus distincti. Primum genus est quadripartita, nempe è duabus vi asymmetris, quarum etiam oblongum asymmetrū simul utriq; quadrato. Deinde generis partes duæ major, & potens medium: potētis mediū species sunt item duæ potens mediū & rationale, potens duo media. Hæc categoria distinguenda sic fuit. Reliqua attendamus. Appellatur major (ait Theon) quia quadrata rationalia majora sunt oblongis, & à rationalibus præstabat nomen imponere. At (inquā) si major illa recta dicta sit: debuit opposita minor appellari, secus quā factū sit. Hæc Theonis est singularis in totis elementis Grammatica nominū. Nullius enim nominis, quod meminerim, præterea causam ullam attulit. Sed in definitione duo media potentis tertium illud asymmetrū quadratis ipsarum quid facit: oblongum enim in utraq; specie etiam est asymmetrum, collecto è quadratis quod antea ideo à nobis propositum est generaliter. Atq; ita primus senarius è definitionibus, id est è principiis in demonstrabilibus propositiones & quæstiones demonstrabiles habuit. In hoc igitur senario propositioni locus non erat, totus erat definitionum. Perge, sacrum senarii secundum audiatur.

42.43.44.45.46.47 p. secundus deinde senarius tradit *Αριθμητικῶν* compositarum (ut Scholiastes ait) sed absurdior est superiore, & elenchum generis per species inutiliter iterati valde notabilem habet. Sententia enim generalis est, & generaliter ideo semelq; dicenda, & quidem generalis in cōpositione prius quā in divisione. Recta irrationalis componitur unico puncto, unde sequebatur, ut unico puncto divideretur, quod protinus ex ipsa definitione & cōpositione intelligitur: ut si cōponas rectam 6 pedū plus 1 5. sic 6 + 1 5 majori rectæ sex pedū, alia recta, neq; major neq; minor quā latus quinq; pedum addi potest, ut eadem binonia 6 + 1 5 componatur. Cū dicis 4 plus 3, dicis re ipsa 7: quid igitur ad 4 addi potest aliud quā 3 ut fiat 7? Certe nihil. Ergo si compositio ista perspicue diceretur, pronus ut esset intellecta, approbaretur, neq; demonstrationē ullam desideraret, & tamen hoc ipsum dicendum fuit protinus in summo ipso cōpositionis genere, cū recta irrationalis cōposita definirēt: quia generalissimū id esset, nō fuit per species tautologia tam sophisticè deducenda. Tautologia Aristoteles in mathematicis reprehendebat, qui demonstrarent generalem

trian

trianguli affectionē per species. Ecquid si tautologiā tā insolentē in sex istis, ppo-
sitionibus animadvertisset, quā sophisticā aut quo tandē nomine appellasset?
Hic igitur Euclides fecit sex ppositiones, & sex demonstrationes ē principio uno. Tū
verō id etiā est in hac tautologia cōsiderandū. Tautologia ducitur per duas spe-
cies bimedix per tres species quadripartitæ, per species binomiæ nō ducitur: ut
jam plane appareat anilem Pythagoreorū superstitionē, & alogis ipsis rectis de
quibus agitur multo *αλογώτερον* fuisse, ut senarius congrueret binomiæ genus
assumitur, species amputantur, contrā genus bimedix, itemque genera quadri-
partitæ amputantur, species assumuntur: & hac religiosa Geometriæ *ἀλογία* cui-
quam logico & attento probabitur. Utrum verō duces rationis certæ hic specia-
ræ sint, quibus binomiæ speciales sex opponerentur? Hoc enim sacramentum
mysterii huius videatur fuisse, & sic postea senarius quintus & sextus instituen-
tur. Ergo illuc referantur effata hæc, tum enim cōmodius & intelligentius agen-
tur. Tertius senarius sequitur in definitionibus specialibus binomiæ cuiusque
in quibus Euclides est paulo *λογιώτερον*, quā ante fuit. Definitiones pro prin-
cipiis assumit, non demonstrat. At binomiæ definitio id est generis multo ma-
gis in principiis numeranda erat, sicut ad 33. 34 p 1 de parallelogrammo con-
questus sum, quā modo binomiæ primæ, secundæ, & reliquarum, quæ tantum
species definiunt. Etsi speciales definitiones principia potius esse statuebat Eu-
clides, speciales definitiones bimedix primæ & secundæ, trium deinde quadri-
partitarum in principiis numerare debuerat. Hic igitur Euclides illius Euclidis
manifestum sophisma convincit. Veruntamen in isto senario genera duo ab Eu-
clide describuntur, & ternæ cuiusquam species, ut octonarius potius videri de-
beat. Atqui etiam logica methodus ista est, de qua initio disserui, quod Euclides
contra librorum aliorum methodum non accumulatur omnes definitiones libri
decimi unum in locum: sed tripartitō distribuit primas in principio, secundas in
medio, tertias tandē in extremo collocabit.

48. 49. 50. 51. 52. 53 p senarius quartus sequitur in specialibus inventionibus
sex binomiarum, ubi sex ppositiones valde ridiculæ sunt, cū sit una inven-
tio generalis & communis omnium. Nam cū generis cuiusque numeros exco-
gitatis, ut Euclides & Theon jubent excogitari, ut numerus est ad numerum, sic
recta per consecrarium ad 6 p 10. esse potest ad rectam. Itaque ista religiosa senarii
quarti logica valde superstitiosa sophistica deprehenditur. Theon hic assum-
plit ē 1 p 6. Rectangulum esse proportionale inter quadrata laterum suorum.

54. 55. 56. 57. 58. 59 p senarius quintus & sextus instruitur argumento valde
insolenti, ut enim inter duas rationales potētia tantum symmetricas, una simplex
irrationalis est proportionalis, & media, sic inter rationalem & binomiā spe-
cialem aliquam mediæ sunt proportionales, primam binomiā, secundam bi-
mediā primā, tertiam bimedia secundā, quartam maiorem, quintam rationalem, me-
diūque potens, sextam, duæ mediæ potens. Itaque per 17 p 6 sequebatur, ut ob-
longum rationalis & binomiæ specialis æquaretur quadrato suæ mediæ, quod
erat (ut dixi) per 17 p 6 manifestissimum, itaque ad 21 p 10 irrationalis simplex

L1 3. & me

& media iumpta est, nulla propositio est facta ex hoc argumento. At hic facta est sextuplex: cum tamen si proponendum aliquid fuit, generaliter & semel proponi debuit, nempe hoc modo. Oblongum rationalis & binomiae specialis aequatur suae mediae quadrato.

Hinc igitur intelligitur, quàm sophistica sit senarii huius geometria, quae ex una propositione sex efficiat: totidemque demonstrationes, & certè quidquid hic demonstratur, demonstratur mutato tantum figure genere, cum transfertur binomiae qualitas per partes ab oblongi latere in aequalis quadrati latus, ut in aequali demonstretur quod propositum est per aequale.

60. 61. 62. 63. 64. 65 p senarius sextus est logica multo absurdior. Etenim si propositio hic aliqua necessaria fuit, fuit utique unica opus, ut in proximo senario. Quadratum mediae aequatur oblongo extremarum. Itaque sex propositiones speciales pro una facere, hic etiam valde sophisticum est, & in demonstrationibus sex, totum multo magis est sophisticum. Nam cum docueris è duobus primum secundo aequari, quid quaeso, aut quorsum demonstratur secundum quodque aequari primo: nonne id iam conclusum & iudicatum erat? Verba Euclidis in his propositionibus paululum diversa sunt, res tamè ipsa est, quam dixi, neque aliud quinto sextoque senario agitur, quàm ut doceatur in tribus proportionalibus oblongum extremarum aequari quadrato mediae, & quadratum mediae aequari oblongo extremarum. Itaque pythagorea duorum senariorum mysteria valde superstitionem suam traducunt, & istud nimirum sacramentum fuit ad primum senariū: quamobrem ex tam dissimilibus pedibus versus ille compositus esset: modo generalibus tanquam longioribus & tardioribus, modo specialibus & veluti magis brevibus & concitatis. Etenim ut doceres inter rationalem & binomiam specialem medias proportionales esse binomiam aliquam, bimediam primam, secundamque, tres denique quadripartitas, quid istius senarii poemate opus fuit? Sed tamen senarius hic uterque quintus (inquam) & sextus denarium illum propositionum ad inveniendas irrationales ineptissime & stultissime inventum clarissime demonstrant. Etenim via haec generalis una est & communis & facillima ducibus illis inveniendis, mirificeque infinitam & infinitam obscuritatis vanitatem ante oculos proponit. Hunc igitur utrumque senarium valde complector & suspicio, quod ejus lumine tenebras tam densas tamque spissas discutere liceat.

66. 67. 68. 69. 70. 71 p senarius septimus explicatur adhuc omnium ineptissimus. Argumentum enim est omnium non solum propositionum senarii huius commune, sed etiam simplicis mediae, nempe quod irrationalis symmetra irrationali sit una specie. Id enim antea fuit ad 23 p 10.

Mediae symmetra media est: id est irrationali simplici symmetra est irrationalis simplex, & generaliter, igitur id proponendum erat & semel initio totius huius geometriae. Atque hic etiam senarius uno pede, mancum versum efficit quinque tantum propositionibus propositis de binomia, de bimedia in genere, de maiore, de rationale mediumque potente, de duo media potente dissimili primi senarii

senarii sophismate. Illic enim genere praterito duæ bimedix ad complendū carminis numerum distinctæ sunt: hic contra genus ipsum numeratum est.

71.72 p. senarius octavus ad binarium propositionum rediit, eumque valde præposterum ex oblongis duobus compositis quarere latera, unde ipsa facta sint, idque demonstrare, ut in quinto & sexto senario translatione figurarum.

Nonus tanquam senarius additus tandem à Theone de differentia tredecim irrationalium, qua inertia nihil adhuc inertius fuit, & jam desino communiones & differentias in Porphyrio mirari, cum videam in accuratissimam disciplinam tales nugas infusas esse.

P> RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIB. 23. IN TERTIAM PARTEM decimi elementorum.

73.74.75.76.77.78 p.



Athenus Geometria fuit affirmatarum irrationalium in propositionibus septem & triginta, sequitur deinceps negatarum residuarum in propositionibus una & quadraginta, de quibus brevius nobis dicendum sit, quod sophismatis ejusdem species totidem senariis perpetuatur. Logica igitur affirmatarum & integrarum valde insolens fuit, negatarum & residuarum longè est insolentior: affirmata non est definita generaliter, neque definitur hic residua, imò ne generaliter quidem appellatur, ut neque affirmata generaliter appellata est *ἀποτέμν*, segmentum seu residuum hic appellatur in tribus primis ducibus, non appellatur in reliquis: Id in utroque senario sophisma commune est. Primus irrationalis affirmata senarius, illic fecit è definitionibus propositiones, hic etiam facit, id commune est. Sed novum est, quod speciatim residua definire necesse non erat, satis erat residua generaliter definitam esse, unde intelligeretur è singularibus affirmatis residuas similiter effici, generaq; differentias, species, proprietates residuas totidem esse quot totius & affirmata. Quare speciales istæ sex residuarum definitiones cum specialibus illis affirmatarum definitionibus demonstrant è duodecim principiis sophisticas propositiones, duodecim sophisticas demonstrationes factas esse.

79.80.81.82.83.84 p. 10. secundus senarius residuarum, respondet secundo senario affirmatarum. Illic sex propositiones fuere pro nulla quidem propositione, sed tantum pro unico axioma, hic amplius etiam addo ex utroque senario & illo affirmata & hoc residua unicum axioma faciendum esse, quia divisio illius senarii, & hujus senarii compositio una omnino res est. Partes irrationalis affirmata dividuntur unico puncto, ut eadem nempe composita sit, neutra pars major, neutra minor effici potest, nec alia majori data, quam data minor addi potest, ut tota compleatur. Et si dixisset Euclides unicam minorem majori *ἀγνίσκει* cōvenire seu componi, dixisset idem quod illic ait partes unico puncto dividi, hic verò cū ait residua unicam rectā componi, nō majorem quippe alia non mi-

non minorem, ut tota restituatur, nō aliud dicit, quā si dixisset partes residuæ unico puncto componi, ut cūm dicis quod antea jam monui, 3 plus 4, dicis 7, partesque istæ 3 & 4, unico puncto dividuntur, ut fiat tota linea 7. Nec alia linea addi potest lineæ 3 quam 4, ut fiat linea 7. ita cūm dicis 7 minus 4, dicis 3: cui non alia potest addi linea, ut fiat tota linea 7, quā linea 4, quod ipsum, ut in-
replectum est, protinus est & probatum. Quare concludo ē duobus senariis & eorum propositionibus duodecim, propositionem prorsus nullā, sed unicum axioma constituendum fuisse, ut jam dictu pene sit horribile otiosus & acerbis ingentis & in exactissima disciplina versantibus, tales tamēn commentationes accidisse, abundantia, vel redundātia potius & orti & ingenii ista fuit, aut etiam pythagorea illa senarii religio fuit. Sed pergamus, hic duo senarii propositionē nullam habent. Tertius qualis est, habet definitiones singularum residuarum, quæ residua prima, secunda, tertia, quarta, quinta, sexta appellantur, ut tertius ante senarius appellavit binomiam primam, secundam, tertiam, quartam, quin-
tam, sextam, sed res hic confusus agitur quā antea. Nam in tribus primis ge-
nus & generis definitio iteratur, in cæteris præponitur generaliter: Attamen om-
nes hæ definitiones etiam si hoc genere nil peccarent, tamē essent inanes & otio-
sæ, ut antea dixi. Residuam satis est semel definiri generaliter, genera, differentie,
species, proprietates residuarum per genera, differentias, species, proprietates,
satis superque intelligerentur.

85. 86. 87. 88. 89. 90 p 10 quartus senarius residuarum sex specialium prorsus eandem inventionem habet quam senarius quartus binomiarum, multo etiam majorem tautologia putidis auribus molesta prorsus atque odiosa. Nam si bi-
nomiæ singulares ejusmodi inventionem necessario docerēt, residuæ tamen ne-
cessario non iterarent, cūm posset ex affirmatione negatio intelligi. At illic to-
tam illam senarii inventionē supervacuam esse jam docuimus. Hic igitur quan-
do binomiæ inventæ fuerint, minorq; pars tantū majori subducenda sit, quan-
to magis nugatoria est tota istiusmodi Geometria? Et quidem specialis ista in-
ventio ad irrationales negatas comites sic iterata valde fatua, vel illinc arguitur.
27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35 p 10 instructa est inventio affirmatarum ducum,
& novenarius illic consumptus est. Novenarius ille in ducibus negatis inveni-
endis non est iteratus, oblivio an iudiciū fuerit, divinato. Sed tamen geome-
tres pythagoreus, quisquis hic fuit, iudicavit duces negatas ex affirmatis inve-
niri posse. Ecquid, igitur, negatæ comites cur inveniri non poterunt ex affirma-
tis comitibus? cur in similibus causis tam dissimilia iudicia cernuntur? Quare
quem logicum & attentum lectorem, non jam dico sophisticæ, sed miseræ vani-
tatis non tædeat, pudeatque?

91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 89. 99. 100. 101. 102 p 10 senarius quintus & sextus re-
siduarum comitum respondent quinto & sexto senario compositarum ducum.
Senarii duo illi tota pythagoreæ superstitionis mysteria valde anilia fecerunt,
cūm ex eis habeatur una inventio generalis omnium ducum, pro quibus tamē
tot ante propositiones, tamque difficiles erant instituta. Et quis non miretur py-
thagoreum

thagoreis istorum senariorum somniatoribus tantum à seriis rebus otii super-
fuisse, ut ingenuæ juventuti somnia ista perdiscenda proponerent.

103. 104. 105. 106. 107 p 10 senarius septimus est mancus unius propositionis
pede, ut septimus senarius binomiarum antea fuit, & tamen tam inanis & super
vacaneus quàm superior ille fuit.

108. 109. 110 p 10 contrahitur senarius octavus in ternarium, qui antea con-
tractus est in binarium. Vanitas tamen ejusdem generis est cum vanitate 71 &
72 p 10. quærere originem rectarum è rectangulis.

111 p 10 & scholium consequens senarium nonum, qui in affirmatis irrationali-
bus fuit, genere sophismatis plane referunt, utrobique enim communionem &
differentias porphyrianorum categorematum dixeris. Differentiæ autem sunt
ut antea è quadratis ad rationales comparatis. efficitur numerus irrationalium
tredecim: At ista differentia subductio nugatoria est, cum generum definitiones
speciesque perceptæ sint. Neque verò species sunt tantum tredecim, si ultimarum
numerus habeatur. Est enim media simplex una, quæ neque affirmatur, neque
negatur. Sunt compositæ duces sex comites insuper quinque, totusque compo-
situm numerus est undecim, cui par numerus est residuarum. Itaque ad hujus
authoris subductionem essent tres & viginti irrationales. At species non erant
isto modo numerandæ, sed genus summum statuendum, *ἡ πᾶσι δὲ* distribuenda,
& ad extremas species perveniendum.

112. 113. 114 p 10 continent proportionem rationalis inter residuam & suam
binomiam. Itaque quadratum rationalis comparatum ad binomiam habet in
latitudine oppositam residuam, & comparatum ad residuam habet oppositam
binomiam, vicissimque oblongum ex oppositis binomia & residua æquatur qua-
drato rationalis, qualis comparatio fuit antea in quatuor senariis quinto & sex-
to affirmatarum, quinto item & sexto residuarum, unde patet ut in bimedia pri-
ma & rationale mediumque potente, rationale comprehendere posse ab irratio-
nalibus.

115 p 10 hæc propositio sequi debuerat 22 p 10: ubi de media actum est. Pro-
ponit autem à media infinitas medias diversas oriri. At medias esse necesse est,
nec dicit quomodo. Sententia autem propositionis erat. *Si recta fuerit proportio*
nalis inter mediam & rationalem, erit media & dissimilis.

Media ut patet è definitione mediæ, & dissimilis, quia erit inter datam mediam
& rationalem.

116 p videtur huc addita gratia Aristotelis à quo tam sæpe citatur: & quidem
Aristotelis argumento demonstratur, quod impar æquaretur pari. Theon hoc
loco & Campanus ad sextam hujus libri propositionem suam idè demonstrant
etiã brevius, quia si diameter esset longitudine commensurabilis costæ, qua-
dratum esset ad quadratum, ut numeri quadrati, & ut quadratum diametri du-
plum est ad quadratum costæ, sic quadratus numerus duplus esset quadrati:
dupla autem ratio non est in numeris quadratis. At uterque tanquam princi-
pium sumit, quod numerus quadratus non possit esse quadrati duplus, quod

M m tamen

tamen demonstratum non est. Brevius autem & elegantius demonstratur ab auctore de lineis individuis, ut in Geometria nostra docuimus. Attamen propositio hæc qualiscunque sit, ad rectas irracionales nihil admodum attinet: pos sunt enim diameter & costa, rationales esse & potentia symmetra, & post 5 p. 10 protinus potuit ista propositio demonstrari. Ad finem verò libri totius Theon admonet de generali elenchō libri universi, quod asymmetria longitudinis nō sit propria rectarum, sed communis magnitudinum. Nam ut duarum rectarum prima est ad secundam, sic est rectilineum comparatum primæ ad rectilineum comparatum proportionali inter utramque simile similiterque situm per 20 p. 6. item. Circuli sunt inter se ut à diametris quadrata per 2 p. 12. item in solidis. Nam pyramides prismata, coni, cylindri in eadem altitudine sunt inter se ut bases, ut patet 29. 30. 31. 32 p. 11: 5. 6. 11 p. 12. Itaque si bases sint symmetra, corpora ipsa symmetra erunt: secus asymmetra. Quamobrem decimus liber centum & quindecim propositionibus elenchum admirabilem continuavit.

P> RAMI SCHOLARVM MATHE-
 MATICARVM LIB. 24. DE NUMERATIONE
 rerum rationalium & irrationalium rectarum.



Amet si decimus elementorum liber studiose nobis expositus est, attamen veriti ne tanta obscuritas novitiis & rudibus satis aperta esset, constituimus totam libri materiam de lineis irrationalibus nostra ratione atque via tanquam artem aliquam deducere: ut apertissime planissimeque laboriosissimi operis laboriosissima quoque vanitas intelligatur. Cogitaveram primo in his cavernis thesaurum sapientie quendam reconditum esse: sed rebus omnibus effosis palamque prolatis, & principiorum nostrorum igne lentius & fastidiosius probatis animadverti, nullum in his acuminibus irrationalium linearum usum in ulla humanitatis parte unquam versatum esse. Quod non dubito quin plerisque novum & insolens esse videatur: sed res ipsa penitus perspecta & animadversa fidem affirmationi nostræ faciet. Itaque pro demonstratione tantī paradoxī, totius libri quam clarissima fieri poterit, & ex algebreis etiam subtilitatibus repetita expositio nobis erit, in eoque vicesimus quartus & quintus scholarum mathematicarum libri confumentur. Ergo tanquam technologia quædam hic attendatur.

Ratio rectanguli in quadrato & oblongo complectitur numerationem & descriptionem rectarum irrationalium: numeratio verò sui generis hic quædam est, primo communis rationalium & irrationalium, deinde propria irrationalium.

Numeratur primum per signa + — id est plus & minus: Majus minori, ideoque affirmatum negato præponitur: ut dices non — 7 + 8, sed 8 — 7.

Additio

Additio & subductio in iisdem signis habent idem signum, in diversis additio est subductio, & reliquus habet signum maioris.

Subductio contra est additio, & totus habet signum superioris.

Subducendus si desit à quo subducatur, relinquetur cum diverso signo: Item si major est in iisdem signis, tollitur ab eo superior, & reliquus habet diversum signum.

Additionis exempla.

$$\begin{array}{r|l} 10 + 8 = 6 & 7 + 8 = 5 + 4 \\ 6 + 4 = 8 & 4 - 9 + 6 = 4 \\ \hline 16 + 12 = 14 & 11 - 1 + 1 \end{array}$$

Subductionis exempla.

$$\begin{array}{r|l|l} 8 + 14 = 12 & 8 + 7 + 9 & 14 + 9 + 6 = 4 \\ 5 + 7 = 8 & 5 - 10 - 19 = 7 & 9 + 12 + 8 = 9 \\ \hline 3 + 7 = 4 & 3 + 17 + 28 + 7 & 5 - 3 - 2 + 5 \end{array}$$

Multiplicatio & divisio ex iisdem signis plus, è diversis minus efficit.

Multiplicationis exempla.

$$\begin{array}{r|l} 8 + 9 & 8 - 9 \\ 8 + 9 & 8 - 9 \\ \hline + 72 + 81 & - 72 + 81 \\ 64 + 72 & 64 - 72 \\ \hline 64 + 144 + 81 & 64 - 144 + 81 \end{array}$$

In secundo exemplo è duobus negatis fit affirmatus, quia multiplicator non est integer. Itaque si multiplices separatim, veluti quadratos & inter se & cum numeris, fiet è quadratis biquadratus, è numeris numerus, è quadrato & numero quadratus, tumque planus factus per negatum in subductione negatus affirmabitur: quia tollendus relinquetur cum diverso signo, ut hic vides.

$$\begin{array}{r} 8q - 9 \\ 8 \\ \hline 64bq - 72q \\ 8q - 9 \\ \hline 9 \\ \hline - 72q - 81 \end{array}$$

Mm 2 64bq

$$\begin{array}{r} 64 \text{ bq} - 72 \text{ q} \\ 72 \text{ q} - 81 \\ \hline 64 \text{ bq} - 144 \text{ q} + 81 \end{array}$$

Divisionis exempla.

$$\begin{array}{r} 9 + 4 \quad (3 + 1\frac{1}{3}) : 18 - 12 \quad (4\frac{1}{2} - 3) \\ 3 \quad 3 \quad \cdot \quad 4 \quad 4 \end{array}$$

Atque hæc numeratio est communis: numeratio irrationalium magis hic peculiaris est ac primo simplicium. Additio & subductio simplicium irrationalium numeros reducit ad quadratos per communem divisorem, & è reductorum lateribus totum vel reliquum primo per se pro suo genere multiplicatum rursus per communem divisorem multiplicat, factique latus invenit.

Additionis exempla in quadratis.

$$\begin{array}{r} 127 \text{ ad } 112 \\ 3 \overline{) 9 \quad 4} \\ \underline{3 \quad 2} \\ 5 \\ 25 \\ 175 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1\frac{2}{16} \text{ ad } 1\frac{1}{16} \\ \frac{1}{16} \overline{) 9 \quad 25} \\ \underline{3 \quad 5} \\ 8 \\ 64 \\ 1\frac{5}{16} \text{ id est } \frac{21}{16} \text{ vel } 2\frac{5}{16} \end{array}$$

Si latus ad idem latus addendum sit, reductio erit eadem, ut 17 ad 17, sic

$$\begin{array}{r} 17 \quad 17 \\ 7 \overline{) 1 \quad 1} \\ \underline{1 \quad 1} \\ 2 \\ 4 \\ 128. \end{array}$$

Additionis exempla in biquadratis.

$$\begin{array}{r} 1132 \text{ ad } 1162 \\ 2 \overline{) 16 \quad 81} \\ \underline{4 \quad 9} \\ 2 \quad 3 \\ 5 \\ 625 \\ 11250 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11\frac{8}{16} \text{ ad } 11\frac{5}{16} \\ \frac{1}{16} \overline{) 81 \quad 625} \\ \underline{9 \quad 25} \\ 3 \quad 5 \\ 8 \\ 4096 \\ 11256 \text{ id est } 4. \end{array}$$

Subditum

Subductionis exempla in quadratis.

$$\begin{array}{r}
 127 \text{ de } 175 \\
 3 \overline{) 9 \quad 25} \\
 \underline{3 \quad 5} \\
 2 \\
 4 \\
 12
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1 \frac{2}{16} \text{ de } 1 \frac{2}{16} \\
 \frac{1}{16} \overline{) 9 \quad 25} \\
 \underline{3 \quad 5} \\
 2 \\
 4 \\
 1 \frac{2}{16} \text{ id est } \frac{1}{4}
 \end{array}$$

Si latus ab eodem latere tollatur, numeratione alia non est opus.

$$\begin{array}{r}
 17 \text{ de } 17 \\
 7 \overline{) 1 \quad 1} \\
 \underline{1 \quad 1} \\
 0 \\
 0 \\
 10
 \end{array}$$

Subductionis exempla in biquadratis.

$$\begin{array}{r}
 1132 \text{ de } 11162 \\
 2 \overline{) 16 \quad 81} \\
 \underline{4 \quad 9} \\
 2 \quad 3 \\
 1 \\
 1 \\
 12
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 11 \frac{5}{16} \text{ de } 11 \frac{5}{16} \\
 \frac{1}{16} \overline{) 81} \\
 \underline{81} \\
 625 \\
 9 \\
 25 \\
 3 \quad 5 \\
 2 \\
 16
 \end{array}$$

$11 \frac{5}{16}$ id est $1 \frac{1}{4}$.

Multiplicatio & divisio liberior est per solos numeros servata figura, potestque ex irrationalibus lateribus rationale facere.

Multiplicationis exempla in quadratis.

$$\begin{array}{r}
 17 \quad 154 \quad 124 \quad 1 \frac{2}{3} \text{ per } 1 \frac{2}{3} \text{ facit } 1 \frac{2}{3} \cdot 1 \frac{2}{3} \\
 18 \quad 124 \quad 1 \quad 6 \\
 \hline
 156 \quad 11296 \cdot 1 \cdot 36 \cdot 1144 \cdot 1 \cdot 12
 \end{array}$$

Quoties latus per se ipsum multiplicatur, quadratus assumitur pro plano, ut 17 per 17 facit 289.

Multiplicationis exempla in biquadratis.

$$\begin{array}{r}
 1121 \quad 1127 \quad 11 \frac{2}{3} \text{ per } 11 \frac{2}{3} \text{ facit } 11 \frac{2}{3} \cdot 11 \frac{2}{3} \text{ vel } 2 \frac{2}{3} \\
 1112 \quad 1112 \\
 \hline
 11252 \quad 11324 \cdot 1 \cdot 118
 \end{array}$$

Divisionis exempla in quadratis.

$$\begin{array}{r}
 156 \text{ (} 17 \cdot 172 \cdot 19 \cdot 13 \cdot 1 \frac{2}{3} \text{) in } 1, 21 \text{ (} 1 \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 121 \frac{2}{3} \text{)} \\
 18 \quad 18 \\
 \hline
 1 \frac{2}{3} \text{ in } 1 \frac{4}{9} \text{ (} \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \text{) } 1, 116 \frac{1}{3}
 \end{array}$$

Mm 3 Divisio

Divisionis exempla in biquadratis.

$$\begin{array}{l} 1184 \text{ (1112: 1148 (114 vel 12 11 } \frac{3}{7} \text{ in 11 } \frac{1}{5} \text{ (11 } \frac{180}{111} \text{ vel } \frac{4}{3} \\ 117 \quad 1112 \end{array}$$

Si termini sint diversi generis, reducentur multiplicatione minoris per nomen majoris, sic 2 & 18 redeunt ad 4 & 18, sic 19 & 116 redeunt ad 1181, & 1116. Ex hac reductione pater si latus sibi ipsi addendum sit, duplicandum tantum esse id est per 4 primum quadratum multiplicandum, si latus lateris sibi ipsi addendum, sic multiplicandum per 16 primum biquadratum.

Numeratio irrationalium compositorum sequitur leges simplicium.

Additionis exempla.

$$\begin{array}{r} 4+17 \\ 4+18 \\ \hline 8+18+17 \end{array} \quad \begin{array}{r} 127+115 \\ 127+118 \\ \hline 1108+118+115 \end{array}$$

Hic duo irrationales sunt iidem, Itaq; alter tantum duplicetur.

$$\begin{array}{r} 4-17 \\ 4-18 \\ \hline 8-18-17. \end{array}$$

At si prius addas 17 & 18, deinde totū tollas, summa erit 8 — cōposito 18 + 17.

$$\begin{array}{r} 148-6 \\ 13-1 \\ \hline 175-7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11620-18 \\ 54- \\ \hline 11620. \end{array}$$

hic si transponas terminos, facilius numerabis, sic

$$\begin{array}{r} 11620-18 \\ -11620+54 \\ \hline 36 \end{array}$$

Subductionis exempla.

$$\begin{array}{r} 112+3 \\ 112+2 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12+163 \\ 8+128 \\ \hline 4+17 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4+18 \\ 4+17 \\ \hline 18-17. \end{array}$$

hic terminus superior cum suo, subducendus cum diverso signo relinquitur.

$$\begin{array}{r} 4-17 \\ 4-18 \\ \hline 18-17. \end{array}$$

hic subducendus major relinquitur cum diverso signo.

$$\begin{array}{r} 4-18 \\ 4-17 \text{ Impossibile vel manet — toto} \\ \hline 18-17. \end{array}$$

$$160 - 120$$

120 — 115 Transpositis terminis, facilius numerabis, sic

$$160 - 120$$

$$- 115 + 120$$

$$115 - 180.$$

$$6 - 124. \quad 1108 - 9. \quad 4 + 17. \quad 127 - 8. \text{ impossibile}$$

$$3 - 16. \quad 148 - 4. \quad 4 - 17. \quad 13 + 4.$$

$$3 - 16. \quad 112 - 5. \quad 128. \quad 112 - 12.$$

$$24 + 124 \quad 24 + 112$$

$$16 - 112. \text{ vel } 16 - 124 \text{ manent } 8 + 124 + 112.$$

Hic tanquam superior defuit, subducendus relinquitur cum diverso signo.

$$24 - 124$$

$$16 + 112$$

$$8 - 124 - 112 \text{ vel man. — toto } 124 + 112.$$

Multiplicationis exempla.

$$4 + 17$$

$$4 + 17$$

$$6 + 112$$

$$4 + 18$$

$$4 - 17.$$

$$6 - 112$$

$$16 + 112 + 1128 + 156. \quad 9 \quad 24$$

In secundo & tertio exemplo & consimilibus duarum partium affirmatus per negatum multiplicatur tollendo quadratum minoris partis de maiore quadrato, quia duo plani æquales alter affirmatus, alter negatus sese tollunt.

$$12 + 120 \quad 6 + 112 \quad 112 - 6 \quad 112 + 3$$

$$12 + 120 \quad 6 + 112 \quad 6 - 112 \quad 112 + 2$$

$$144 + 111520 + 20. \quad 48 + 11728. \quad 11728 - 48. \quad 18 + 1300.$$

$$6 - 15.$$

$$6 - 15$$

$$41 - 1720.$$

Hic è septima secundi à quadratis totius & segmenti tollitur planus duplex totius & prædicti segmenti, ut relinquatur quadratus reliqui segmenti. Nam 6 est totus, & 15 segmentum alterum.

Divisionis exempla.

$$8 - 120 \text{ in } 2 \text{ quotus est } (4 - 15)$$

$$124 - 8 \text{ in } 3 \text{ quotus est } (12 \frac{2}{3} - 2 \frac{2}{3})$$

$$8 + 120 \text{ in } 15 \text{ quotus est } (112 \frac{4}{5} + 2)$$

$$124 - 8 \text{ in } 16 \text{ quotus est } (2 - 110 \frac{2}{5})$$

P. R.A.

PRAMI GEOMETRICA RUM SCHOLARUM LIBER 25. DE IRRATIONALIUM RECTARUM DESCRIPTIONE.



Tque hæc numeratio est irrationalium, geometria dicatur è generibus irrationalium rectarum.

Si recta est symmetra irrationali, est irrationalis ejusdem speciei è 23. 66. 67. 68. 69. 70 p 10.

Irrationalis est media inter rationalem & irrationalem. Ideoq; potest oblongum extremarum, & contra quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum.

Media autè dicatur dux irrationalis tertiæ, & tertia irrationalis comes mediæ. Si recta sit proportionalis inter datam irrationalem & rationalem, erit mediæ dissimilis datæ è 115 p 10.

Itaque

Mediæ innumerabiles & dissimiles oriuntur à mediâ.

Irrationalis est simplex aut composita.

Simplex est mediâ inter duas simplices rationales vi tantum symmetras è 21 p 10. ut 11 20 inter 2 & latus 5. quod è figura clarius est.

Atqui simplex irrationalis antiquæ autoritatis privi legio mediâ appellatur, mediæq; quadratum medium & ei æquale oblongum medium. Tamen in elementis quodlibet irrationale medium dicitur.

Triangulum æquilaterum lateris rationalis est irrationale. Camp. 12 p 14.

Oblongum comprehensum à rationalibus, vi tantum symmetris est irrationale 21 p 10.

Oblongum comprehensum à mediis, re symmetris est medium 24 p 10.

Hic enim oblongum 132 per thesim & 1 p 6 & 10 p 10 est symmetrum quadrato 128 mediõ, quia lateris mediõ. Ergo medium per 23 p 10.

Atque hæc de mediâ, sequitur de composita generaliter primum.

Irrationalis composita est recta irrationalis, quæ componitur è duabus rectis re asymmetris.

Partes compositæ affirmatæ unico puncto dividuntur è 43. 44. 45. 46. 47. 48 p 10. Neq; majus minusve majori minorive addi potest, ut eadem componatur.

Negata dicitur residua quando pars compositæ minor negatur de majore. 73 p 10 ut 3—15: hinc tria sequuntur.

Partes residuæ unico puncto componuntur. Itaque unica recta addi potest residuæ, ut affirmatæ pars major compleatur. 79. 80. 81. 82. 83. 84 p 10.

Genera

| | | |
|---|------------|-------------|
| | | $\Gamma 20$ |
| 2 | 4 | $\Gamma 20$ |
| | $\Gamma 5$ | 5 |

| | | |
|---|-------------|---|
| 9 | $\Gamma 27$ | 3 |
| | $\Gamma 3$ | |

| | | |
|--------------|-------------|--------------|
| $\Gamma 128$ | $\Gamma 32$ | $\Gamma 128$ |
| | $\Gamma 8$ | |

Genera speciesque residuarum velut è regione respondent suis compositis, id-
eoque conjunctam doctrinam requirunt.

Composita est bipartita aut quadripartita.

Bipartita quæ constat è duabus simplicibus partibus, estque binomia aut bimedia.
Binomia est bipartita è duabus rectis rationalibus vi tantum symmetris. Hic
partes nomina dicuntur, quia rationales sunt & numeris tanquam nomini-
bus appellari possint è 36 p 10.

Itaque simplex irrationalis est media inter nomina binomia.

Residua binomia hic propriae residua dicitur.

Binomia est excessus symmetri vel asymmetri.

Symmetri quando majus nomen plus potest quam minus quadrato re sibi sym-
metra, è secundis d 10 & 14. 17. 18. 29. 30. 31. 32 p 10.

Binomia excessus symmetri est alterius nominis, rationalis aut utriusque irra-
tionalis, quæ dicuntur prima, secunda, tertia, earumque residua prima, secunda, tertia.

Binomia prima quando majus nomen est rationale ut $6 + 120$. Nam è 6 qua-
dratum est 36, cujus supra 20 quadratum minoris nominis excessus est 16 qua-
dratus è latere 4 symmetri ad ipsum 6, & 6 ipse rationalis est. Residua autè pri-
ma $6 - 120$, è secundis d 10.

Binomia prima est comes binomia, 54 & 60 p 10.

Residua prima est comes residua, 91 & 97 p 10.

Binomia secunda quando minus nomen est rationale ut $18 + 4$. è secundis.
d 10. Residua secunda. $18 - 4$. è tertiis d 10.

Binomia tertia quando utrumque nomen est irrationale ut $124 + 118$. Residua
tertia $124 - 118$, è secundis & tertiis d 10.

Binomia excessus asymmetri est quando majus nomen plus potest quadrato
re sibi asymmetra.

Binomia excessus asymmetri est nominis alterius rationalis, aut utriusque irra-
tionalis, quæ dicuntur binomia quarta, quinta, sexta. Residua item quarta,
quinta, sexta.

Binomia quarta quando majus nomen est rationale, ut $6 + 124$. Nam 36 qua-
dratum est majoris nominis, cujus supra 24 excessus est 12 quadratus è latere,
asymmetri ipsi nempe. Nam 12 re asymmetrum est ipsi 6. Residua quarta est
 $6 - 124$, è secundis & tertiis d 10.

Quinta est quando minus nomen est rationale, ut $124 + 112$.

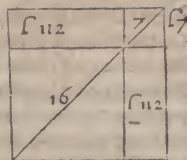
Binomia sexta est quando neutrum nomen est rationale ut $124 + 112$. Residua
sexta $124 - 112$ è secundis & tertiis d 10.

Ergo hæc de binomiis earumque residuis singulus quarum inventio patet è nu-
meris in quoque exemplo propositis, & eorum similibus. Ut enim numerus est
ad numerum, sic per consecutarium ad 6 p 10. recta potest esse ad rectam è 48. 49.
50. 51. 52. 56. 85. 86. 87. 88. 89. 90 p 10.

Irrationalis composita qualibet est quadrata, ejusque latus certum, sed in bi-
nomiis earumque residuis res est tum facilior, propter nomina rationalia tum

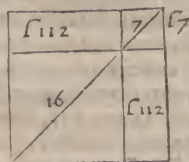
Nn commo-

commodior ad inventionem reliquarum compositarum.
Binomia igitur est quadrata, ut patet ϵ 4 p 2.
Est enim planus duplex duorum complementorum α ,
qualium cum duobus quadratis, ut hic vides.
Latus autem retexitur, si quadratus de dimidio minoris
nominis, tollatur a quadrato de dimidio majoris, & re-
liqui latus dimidio majoris addatur, & subducatur.
Nam totius & reliqui latera partes erunt quasi lateris,
ut hic vides.

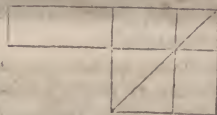


$$\begin{array}{r} 23 \quad + \quad 1448 \\ 21 \frac{1}{2} \quad 112 \\ 132 \quad \frac{1}{4} \quad 112 \\ 20 \quad \frac{1}{4} \\ \hline 81 \\ \hline 4 \\ \hline 9 \\ \hline 21 \frac{1}{2} \quad (16 \quad 7 \\ 4 \quad + \quad 17 \end{array}$$

Inventio autem lateris in binomii est ϵ 4 & 5 p 2, quod
& genesis primum, deinde analysis docent. Nam cum
quadratum feceris ϵ latere $4 + 17$, ut patet in proxi-
ma figura.



Videbis in maiore nomine proposita comprehendi
quadrata 16 & 7, in minore comprehendi duo ob-
longa 112, & 112. Atque hac genesis brevior est per 4
p 2, unde etiam discimus oblongum 112 medium es-
se proportionale inter quadrata 16 & 7, ejusque ideo
quadratum æquari oblongo ϵ 16 & 7. Analysis autem
per 5 p 2, ut hic vides.



Sumit 23 tanquam rectam sectam equaliter & in qua-
liter, ejusque segmenta illa inæqualia 7 & 16 investi-
gat subducendo quadratum alterius oblongi in 1448
comprehensi a quadrato de dimidio illius sectæ. Tum enim relinquetur inter-
medii quadratum, cujus latus tum additum dimidio facit segmentum majus,
id est 16; tum detractum facit minus 7. Atque ut 23 pro duobus confusis quadra-
tis una recta fuit, ita nunc ejus segmenta pro iisdem quadratis distinctis accipi-
enda sunt, eorumque latera iecirco eruenda.

Bimedia est bipartita ϵ duabus mediis ϵ 25 p 10.
Bimedia est prima aut secunda.

Bimedia prima est ϵ cujus partibus oblongum est rationale ϵ 37 p 10.
Bimedia prima est duplex bimedia secunda.

Refi

Residua bimedia prima dicitur residua media prima 24 p 10.

Residua media prima est dux residua secunda 92.98 p 10.

Sic recta potens oblongum est rationali pedali & binomia secunda, 118 + 4 est bimedia prima, nempe 118 + 112. sic. Residua media prima est 118 — 112.

Bimedia secunda est eujus partibus oblongum est medium 38 p 10.

Bimedia secunda est dux binomia tertia 56.62 p 10.

Residua bimedia secunda dicitur residua media secunda 75 p 10.

Residua media secunda est dux residua tertia 93.99 p 10.

Sic recta potens oblongum est rationali pedali & binomia 1448. + 1336 est bimedia secunda nempe 11252 + 1128, sic residua media secunda est 11252 — 1128.

Quadrupartita est eujus partes sunt bipartita vi asymmetra, earumque oblongum simul utrique quadrato asymmetrum 33.34.35 p 10.

Quadrupartita est potens rationale aut potens medium.

Potens rationale est eujus partibus simul utrumque quadratum est rationale 35 & 39 p 10: & major item dicatur.

Major est dux binomie quarta 57.63 p 10.

Sic est rationali pedali & binomia quarta 24 + 1448, fiet major 16.112 + 132. + 1112 — 3.

Residua majoris dicitur minor 76 p 10.

Minor est dux residua quarta 94.100 p 10. contra minor erit 16.112 + 132 — 1112 — 3.

Potens medium est eujus partibus quadratum simul utrumque est medium.

Potens medium potest etiam rationale aut duo media.

Medium & rationale potens est eujus partibus oblongum est rationale 40 p 10.

Rationale mediumque potens est dux binomia quinta 58.64 p 10.

Residua rationale mediumque potentis dicitur cum rationali medium totum faciens 77 p 10.

Cum rationali medium totum faciens est dux quarta residua 95.101 p 10.

Sic est rationali pedali & binomia quinta 1448 + 12 fiet rationale mediumque potens 16.112 + 176 + 1112 — 176. Contra fiet cum rationali medium totum faciens 16.112 + 176 — 1112 — 176.

Duo media potens est eujus partibus oblongum est medium 41 p 10. Duo media potens est dux binomia sexta 59.65 p 10.

Residua duo media potentis dicitur cum medio totum faciens 78 p 10.

Cum medio medium totum faciens est dux residua sexta 96.102 p 10. Itaque est rationali pedali & sexta binomia 1448. + 1352 fiet duo media potens 16.112 + 176 + 1112 — 176. Contra cum medio medium totum faciens erit 16.112 + 176 — 1112 — 176.

Nn 2 P. RA

Ref.

P ▶ RAMI SCHOLARVM MA-
THEMATICARVM LIB. 26. IN
definitiones undecimi elementorum.



Vinque postremi elementorum libri continent doctrinam variā de solidis, linea, superficie, corpore. Nam de propositionibus horum librorum quædam sunt de linea solida, quædam de superficie solida, id est quarum intelligentia in solido concipitur. Sic antea lineæ planæ dictæ sunt quæ in uno plano conciperentur. Papæ 7 theo. tertii libri facit problemata alia plana, alia solida, alia grammica, sed paulo secus. Totius autem stereometriæ magna inopia fuerit, si communia geometriæ & stereometriæ, si propria geometriæ subducantur, & antecedenti parti, ut methodus doctrinæ requirit, attribuantur. Nam de 85. propositionibus librorum quinque sequentium solæ 24 sunt stereometrici generis propriæ, reliquæ 61 sunt communes vel ad geometriam propriè attinent, ut in singulis libris subtiliter explicabitur. sed de libris singulis agatur.

Liber undecimus habet definitiones 29 communes quinque librorum euclidæ methodo accumulatas, quarum 15 sunt communes geometricarum & stereometricarum rerum, quatuordecim tantum propriæ.

1 & 2 d 11. sunt simplices ut antea fuerunt in linea & superficie, corpusque triplici dimensione longitudinis, latitudinis, altitudinis, explicatur, unde perfecta magnitudinis trinitas agnoscitur, de qua Aristoteles primo de celo.

3 & 4 d 11. definiunt perpendicularem solidam tum lineam, tum superficiem, sicuti decima definitione primi definita est linea perpendicularis plana: Neque tamen definitio hic ulla est, sed cōsecutaria sunt ex illa definitione primi libri. Rectæ sunt perpendiculares quarum altera incidens in alteram æqualiter interfacet, æqualem verò interfacentiam si qua res efficiat, requirit, perpendiculum sublimis in rectas omnes subjectas ostendet nempe ut in omnes partes æqualiter interfaceat. Sed Euclides ex antecedentibus consecutorum principia facit, & numerat in definitionibus. Et conversis autem facit 4 & 38 p 11, de quibus postea dicetur. Deinde in tertia definitione quod recta sublimis dicitur perpendicularis plano si sit perpendicularis omnibus rectis, numerus (omnibus) sensum turbat, rectis in univèrsum satis est, sive duæ tantum sint, sive innumerabiles. Sed hac de re ad 4 p 11 commodius agetur. Potest enim uni tantum comparari, ut mox 6 p 11: potest verò in eodem secum plano sitis parallelis infinitis recta perpendicularis esse, nec tamen ideo solida perpendicularis, nec eidem subjecto perpendicularis erit. Contactus autem verborum hic improprie sumitur. In quarta definitione communis sectio planorum (quæ dicitur) est una linea recta, ut nominatim proponetur 3 p 11 & re ipsa hic usurpatur pro principio, quod postea demonstratur, & similiter mox usurpatur 6 d 11. Talem logicam quinto libro præcipue Euclides expressit. Atque hic numerus etiam rem magis obscurat quam antea, unica enim recta sufficit, multitudine necessario non est opus,

est opus, ut nominatim proponetur 18. 19. 38 p 11. Quare & elenchus iste compa-
ratione propositionis illius manifestior erit. Veruntamen in his duabus defini-
tionibus, quod appellatur linea perpendicularis, recta ad planum & planum
perpendiculare, rectum ad planum propriè appellatur, quia ab ejus sublimi ter-
mino in subiectum planum brevior esse recta nulla potest, ideoque æqualiter
interjacet: sic & rectum planum ad planum, quia ab ejus sublimi termino bre-
vius in subiectum planum aliud esse planum non potest. Septem proximæ de-
finitiones majorem cõsiderationem requirunt. Tres primæ de inclinatione nul-
lum usum in Euclidis elementis prorsus habent: nec usquam appellantur, exce-
pto ad 35 p 11 paululo quopiam & Isidori scholio quodã ad finem decimi quin-
ti libri addito, de cujus ineptiis tum dissetetur. Sed tamen de singulis agatur.

5 & 6 d 11 definiuntur magnitudines inter se inclinatæ, sed obliquitas est de-
clinatio vel inclinatio, declinatio facit obtusum angulum, inclinatio acutum.
Inclinatio sola definitur ab Euclide. Quare pro genere species hic definitur: ne-
que tamen obliquatio definienda fuerat, sed linea ad planum obliqua definien-
da fuerat, aut certè ex ipsa obliquitate rectitudini opposita intelligi debuit, ut è
parallelismo contrariis nutus intelligitur, & tamen in 5 d 11 notabis perpendi-
cularem à sublimi puncto in subiectum planum postulari, quod postea 11 p 11
tanquam dubium proponitur, & demonstratur: quod rursus ad 11 p 11 dicitur.
7 d 11 definitur planum ad planum similiter inclinatam, ubi logica Euclidis
convincit superiorem proximam. Neque enim definitur similis inclinatio ut an-
tea inclinatio & rectæ & plani, sed similiter inclinatam. Quod tamen si re idem
est, attamen quoniam coeperat Euclides definire rectam perpendicularem, pla-
num perpendiculare, non perpendiculum rectæ, nõ perpendiculum plani, con-
stantiæ fuerat perseverare, neque interponere definitionis genus in quinta &
sexta definitione dissimile antecedenti & consequenti definitionum modo, sed
id levius est, definitur igitur similiter inclinatam planum ex æqualitate angulo-
rum. Similitudo autem in elementis sæpe jam dicta est. Sed hic *de quibus* positum
videtur pro *isus*, quia inclinatio ipsa angulus est, ut definitiones proximæ decla-
rarunt. Theodosius ad 6 d 1 & ad 21 th. 2 sphericorum similiter inclinos cir-
culos dicit pro æqualiter, ut hic Euclides loquitur, & sic (ut Proclus ad 5 p 1) Ta-
les dixerat æquicuri angulos similes pro æqualibus: & sic Aristoteles 14 c 2 de
cælo dicit gravia ferri deorsum ad similes angulos, id est æquales & rectos.

8 d 11 definiuntur parallela plana *ἀεὶ μὴ συναντῶντα* inconcurrētia, id est quæ nusquā
possunt coincidere, de quo argumento multa dicta sunt à nobis primo libro,
& Campanus hic verè monet lineas non parallelas non esse necessario concu-
suras, nisi in eodem plano sitæ fuerint, sed intellecta generali definitione linea-
rum parallelarum, quæ ubique distant æqualiter, specialis ista definitio vacua-
bit, ut 5. 6. 7 d 11 vacarunt. Consecrarium tamen hinc sumi potest.

9 d 11 definiuntur similes figuræ solidæ ex similibus planis, plana ipsa ex æ-
qualitate angulorum & proportionem laterum definita antea sunt, de qua spe-

Nn. 3 ciali.

ciali similitudinis definitione dictum est 10 d 3, & 1 d 6, 21 d 7, ut definitio generalis similium figurarum esset una, quæ angulos haberet æquales & æqualium crura proportionalia: quæ definitio etiam corporibus cõveniret. In planis enim solidis crura angulorum solidorum erunt plana, quæ hic æqualia & similia dicuntur. Itaque definitio hic non est similitudinis, sed consecrarium est definitio, ne illa generali. Sed ista definitio elenchum præterea illum continet, quod definitum generale sit, nempe figura solida: definitio autem est figuræ solidæ planæ, neque enim sphaera, conus, cylindrus planis comprehenduntur. Itaque pluribus convenit definitum, definitio ideoque vitiosa.

10 d 11 inani tautologia repetit definitionem similium figurarum, frustra quoque. Nam definitio æqualium prior est. Sed elenchus superioris definitionis rursus offenditur in ista definitione, promittitur genus, præstatur species, logica nempe vel arithmetica æqualitas est, neque omnino antea definitæ sunt æquales vel lineæ, vel superficies, sed in illo summo *ipazpósteus* axioma sensus iste sine ulla definitione mathematica sumptus est. Quæ eidem sunt æqualia, sunt inter se æqualia. Quare figuras solidas æquales definire supervacaneum est. Consecrarium tamen hic esse poterat ex illa generali æqualitatis intelligentia, solida plana æquari, quorum plana sunt æqualia multitudine & magnitudine.

11 d 11 definitur angulus solidus duplici definitione, prima autem videtur non satis accurata, quia angulus est lineatum in communi sectione terminorum. At qui rectæ quamlibet multæ corpus terminare non possunt, nec secunda valde accuratior est. Angulus enim non omnis est planus, sed quidam est sphaericus, quidam mistus, unde fieri non potest iste Euclidis angulus. Itaque superior elenchus ille huc credit, & vitiosas definitiones convincit, quæ definitis sint angustiores. Attamen utraque definitio videtur dicere voluisse angulum esse lineatum in communi sectione terminorum. sed de hoc in geometria.

12 & 13 d 11 definiuntur duæ species solidi plani pyramis & prisma, sed in singulis elencho duplici repetitur definitio generis. Nam solidum planum est, quod comprehenditur à superficiebus planis: pro qua definitione genus ipsum definitum satis esset in unaquaque specie cum propria differentia. Deinceps verò corpora definiuntur è differentiis superficialium à quibus terminantur, ut antea superficies definitæ sunt & distributæ è differentiis linearum à quibus terminantur. Plana igitur solida definiuntur è superficiebus planis quibus terminantur. Græci plana ipsa *éplanas* appellant, unde tetraedrum, pentaedrum, hexaedrum, polyedrum corpus dicitur.

13 d 11 Campanus hic definit prisma pressius quam Euclides, & quinque planis tantum comprehendit. Euclidis autem definitio generalis est, prismaque facit è quavis basi triangula, quadrangula, multangula, ut sit pyramis, & sic demonstratio Theonis ad 10 p 12 manifeste faciet prisma etiam parallelopipe-dum, id est cuius latera omnia opposita sunt parallelogramma parallela, imo faciet prisma decaedrum ex octangula basi. Quare Campanus hoc loco, ut ple-

risque

risque aliis locis indicat Euclidem verum nunquā sibi cognitum fuisse, sed arabicum tantum, in eoque valde ac vehementer errat, dum ex infinita prismatum multitudine unicum esse arbitratur. Et tamen hic error ex Euclide ipso natus videtur, qui postea usurpat prisma pro pentaedro, ut 40 p 11:3 & 4 p 12. sed generis nomen pro specie hoc modo frequenter usurpat, ut antea rectangulum pro oblongo, ut postea pyramidem & tetraedrum pro tetraedro ordinato. Tres deinde sequentes definitiones sphaeram, conum, cylindrum e sua compositione definiunt, qualis compositio circuli postulatur tertio postulado primi libri, e quibus definitionibus intelligimus fabricam cujusque figurae, materiam esse principii assumendi propter insitam claritatem, non propositionis propter obscuritatem adjunctam demonstrabilis. Nam si fabricae modum disertis verbis expressum conceperis, nihil ultra requires, ut antea patuit, & patebit postea. Conuenientius tamen erat definire a suis superficiebus, ut planum intellectum est & superficies ipsas ante definire, ut in geometria fecimus.

14 d 11 Sphaera definitur e modo fabricanda sphaera, quomodo definiri potuit qualibet figura, attamen elegantior definitio fuisset e genere & differentia corpus comprehensum a superficie sphaerica. De sphaera stercometria Euclidis perexigua est, in 17. 18 p 12.

15. 16. 17 d 11 definiuntur axis, centrum, diameter, quae tamē communia sunt non propriae sphaerae. Centrum & diameter sunt omnis figurae, & axis in iis definitionibus attribuitur sphaerae, cono, cylindro, postea etiam pyramidi. Itaque si quis existimet axem definiri diametrum, circa quam sphaera moveatur, ut Theodorus definit, quæri possit, an conversionis ullus motus in composito & fabricato corpore vel sphaera, vel coni, vel cylindri ad geometram pertineat, fabricatur enim geometra figuras istas, earumque proprias affectiones interpretatur, utrum verō quiescant ea corpora, an moveantur, geometrae nihil esse videatur, ut axe nihil hic etiam sit opus, sed diametro tantum. Id tamen amplius considerari possit, ut geometricus sit etiam quidem motus. Deinceps definiuntur conus & cylindrus recti tantum, & quorum axes basibus ad centrum sunt perpendiculares.

18 d 11 conus definitur ab Euclide rectus, in eoque altitudinis differentia triplex sumitur e triplici angulorum differentia, qua dimidiati coni vertex distinguitur, cujus tamen differentiae nullus postea in elementis usus erit, quin differentia haec optica potius quam geometrica videatur. Conus enim eminus videtur instar trianguli. Itaque pro differentia altitudinis apparebit vertice rectangulo, obtusangulo, acutangulo, neque ista differentia coni geometrica esset, sed optica. Verum praeter hoc alienum neque postea in elementis usurpatum, tota de conicis stercometria apud Euclidem perexigua est. Itaque Apollonius post Euclidem libris octo (quorum quatuor extant) materiam istam est persequutus, & Euclidem in proemio nominatim carpit, velut inscium conicarum sectionum, nec ideo inventas ab eo medias proportionales duas, ac vix quidem unam satis feliciter. Vide Eutocium hac de re in Apollonium & Pappum l 7. Conus igitur

nus igitur ab Apollonio i lib. conicorum definitur non rectus solum, ut ab Euclide, sed generaliter conus quivis seu rectus seu obliquus, Apolloniique sententia, si ab aliquo sublimi puncto ad peripheriam subjecti circuli recta infinita convertatur, cōficiet duas superficies conicas infinitas, unde conus definitur corpus comprehensum à circulo & superficie conica, idemque Proclus ad 7 d 1. Rectus autem Apollonio est conus, cuius axis est perpendicularis basi, *ὁμαλὸς* id est varius & obliquus, cuius axis varius est & obliquus basi. Hæc conidifferentia fuit ignota Euclidi. Ideoque Apollonius propter conicam doctrinam generalius & altius extructam magnus geometra dictus est, ut Geminus apud Eutocium author est. Talis autem definitio corporis per suam superficiem jam definitam congruentior est & affinium definitioni pyramidis & prismatis, quæ per suas superficies definiuntur. Sed Euclides nullam obliquæ superficiei geometriam didicerat, aut certe in elementis non docuit: atque inde videtur orta veteris illa divisio artis metricæ in geometriam de planis & stereometriam de solidis, tãquam geometria de superficie spherica & varia nullatum esset: divisumque pro toto quod ex parte teneretur. Atqui in hac definitione & ejus differentia triplici obscuritas major est quam in plerisque demonstratis propositionibus, sicut ad 10 d 5 præmonui.

19 d definitur axis similiter ut in sphaera per fabricam, at fabricati jam corporis & constituti motus hic geometricus quisnam erit?

20 d definitur basis coni, ut postea 23 d basis cylindri. At ex fabrica in definitionibus & coni & cylindri comprehensa, bases istæ comprehensæ sunt: Conversio enim lateris in triangulo & parallelogrammo circulum efficit, ac perinde basis pyramidis & prismatis definiri potuerunt, & basis in triangulis sine ulla definitione sumpta est, sumpta in parallelogrammis: aut si basis definienda fuit, generaliter definienda fuit, quia res generalis esset & cōmunis omnium figurarum.

21 d definitur cylindrus parallelogrammi conversione, ut definitus est conus conversione trianguli. Serenus hic Apollonium sequutus, cumque nominatim appellans similiter definit cylindraceam superficiem, atque inde cylindrum, superficies primo per cōversiones rectæ hoc modo, unde cylindrus definitur, corpus comprehensum à duobus circulis parallelis & cylindracea superficie, unde etiam axis ei definitur recta per centra circulorum: item latus cylindri, recta in superficie cylindri ad utramque basim terminata: definitur etiam è basi cylindrus rectus, ut antea conus, nempe cuius axis est perpendicularis basibus, *ὁμαλὸς* autem cuius axis est obliquus basibus.

22 & 23 d definiuntur axis & basis cylindri, ut ante definiuntur in cono, similis elenchus est.

24 d similitudo specialiter definitur, sicuti 10 d 3, 1 d 6, 27 d 7, 9 d 11. At (ut antea dixi) definitio una & communis & generalis est. figuræ similes sunt, quarum anguli sunt æquales, & æqualium crura proportionalia: in cono enim & cylindro anguli sunt potentia: ut in circulo & sphaera, quibus sectione aliqua patefactis & expressis partes similitudinis in angulis æqualibus & æqualium proportionali-

tionalibus cruribus manifestæ erunt: unde consecrarium hoc in Euclidis 24. d. comprehensum similium conorum & cylindrorum axes esse proportionales diametris basium, id est altitudines basibus, id est causas efficientes similium effectorum proportionales esse, & tamen consecrarium videtur commune pyramidis & prismatis. Quamvis enim similitudo solidorum est suis planis antea verè recteque sumpta sit, tamen videtur etiam ex axibus & diametris basium sumi posse. In solidis enim planis similibus videntur etiam axes esse proportionales diametris basium, quamvis enim neque basis neque axis definiantur antea in pyramide & prisma, sunt nihilominus, quin postea nominatim axis pyramidis dicatur diameter, & 39 p. 11 in prismate constituantur. Quare considerandum hoc consecrarium fuerit, saltem in quibusdam solidis id verum fuerit si non in omnibus, sed id alias. Interea tamē constet definitionem esse omnium similium figurarum. figuræ similes sunt quæ angulos habent æquales & æqualium crura proportionalia. Deinceps vero quinque corporum (quæ vulgo regularia dicuntur) definitiones sequuntur. Pappus & græci alii uocant τετραγμῆν ἐνταῦτα ordinata bene ordinata: & nos ita dicemus. figura igitur in universum est ordinata quæ terminis & angulis æquatur, ut patuit 7 e 4. Hæc verò definitio figuræ ordinatæ repetitur quinque vel integra, ut in dodecaedri definitione, vel parte una ex qua aliæ sequuntur. Hic elenchus igitur quintuplex una admonitione admonetur.

25 d. definitur cubus per genus generalissimum, tanquam ὑπερσπυρίδιον & subalternum deesset, at cubus est species parallelopipedi rectanguli, ut quadratum parallelogrammi rectanguli. Idem prorsus elenchus est in reliquis postea definitionibus.

26 d. præmittitur proximum genus pyramis: At postea 13 p. 13, item in scholio 13 lib. pyramis appellabitur. Atqui hoc nomē ut cetera deinceps octaedrum, icosaedrum, dodecaedrum magis commune est quam res nomini subiecta: potest enim figura tot facies habere, ut pyramis octaedra, icosaedra, dodecaedra, item prisma octaedrum, icosaedrum, dodecaedrum dicatur, neque tamen tales figuræ essent ordinatæ, quin corpora est planis æquilateris & æquiangularibus, sed neque æqualibus inter se, neque similibus multo plura esse possunt, qualia sunt Archimedis tredecim corpora apud Pappum lib. 5. sed differentia horum corporum in eo est, quod comprehenduntur ab ordinatis quidem, sed inter se neque æqualibus neque similibus. Itaque ordinata ipsa esse non possunt: Primum octaedrum est quatuor triangulis & 4 sexangulis, deinde triplex tesseradecaedrum primum ex 8 triangulis, 6 octangulis: secundum est 6 quadratis, 8 sexangulis. Tercio duplex hoc icosaedrum primum ex 8 triangulis & 18 quadratis, secundum est duodecim quadratis, 8 sexangulis, 6 octangulis. Quarto duotriacontaedrum triplex, primum est 20 triangulis, 12 decangulis: secundum est 12 quinquangulis, 20 sexangulis: tertium est 20 triangulis, 12 quadratis. Quinto octotriacontaedrum est 32 triangulis, 6 quadratis. Sexto duplex duodecacontaedrum,

O o edrum,

edrum, primum ē 20 triangulis, 30 quadratis, 12 quinquangulis: secundum ē 30 quadratis, 20 sexangulis, 12 decangulis. septimo duodemicontaedrum ex 80 triangulis, 12 quinquangulis. Ergo corpora hæc Archimedis tredecim sic à Papo memorantur, de quibus singulis, si quis plura desideret, videat l'appum eo loco.

27 d comprehendit sub æquilateris planis æqualitatem angulorum.

28 d subtiliter explicat omnes differentias ex æqualibus æquilateris æquiangulis, quia hæc omnia in quinquangulis separari possunt.

29 d æqualitatem angulorum comprehendit sub æqualitate laterum, ut 27 d. Hoc enim ex basibus triangulis utrique commune est.

P R A M I S C H O L A R V M M A T H E M A T I C A R U M L I B. 27. I N P R O P O S I T I O N E S u n d e c i m i e l e m e n t o r u m .



Dhuc igitur 29 definitionum materies fuit: sequitur doctrina propositionum, in quibus primum declaratur ad vicesimam usque propositionem linearum & planorum perpendicularum & parallelis. Materies enim ferè est principii aut è principio protinus postulandi. Itaque elenchus quinti & decimi libri huc præcipue recurrit, quo materies principiorum per se evidentium in disputabiles quæstiones convertitur. Sed elenchus in singulis propositionibus manifestus apparebit. Duæ propositiones primæ sunt de lineis rectis planis, neque stereometricum quidquam habent.

1 p 11 negatio est, ideoque expers artis. Ars enim duntaxat præcepta affirmata recipit. Debit igitur, si quid tamen interesset, sic affirmati. Recta tota est in uno plano. At isto modo etiam insolens propositio esset, quia definitio quedam esset lineæ rectæ, ut patuit 4 d 1. Demonstratur autem à Theone per impossibile nō minus absurdum. Esto enim lineæ rectæ *abc* pars *ab* in plano, pars *bc* in sublimi, & continuetur *bd*, duabus lineis rectis *abc* & *abd*, ut hic vides *a—bc—d* non erit tantum unum commune punctum, sed totum segmentum commune erit, quod tanquam principium est Theoni. At id in nullo antea principio à Theone nominatum est. Et causa fuit illa Zenoni epicureo Euclidem carpendi ad fabricam trianguli æquilateri, de quo antea. Campano autem deducitur 13 p 1 tanquam si ad utriusque rectæ concursum perpendicularum aliquod caderet, faceret utrinque duos angulos æquales duobus rectis, unde pars efficeretur æqualis toti vel contra *ἰσότητις*, quod duarum rectarum pars congrueret, pars non congrueret. At aliud deduci posset incommodum brevius, quod recta unica faceret rectilineum angulum. Verum sumendum id fuit & postulandum multo etiam iustius quam argumentum quo ab Euclide vel Theone demonstratur, postulandum (inquam) lineam rectam esse in uno plano: quod si obijcias lineam rectam

rectam esse in superficie conica & cylindracea, respondebo rectam illam esse terminum plani conum & cylindrum secantis.

2 p 11 Si duæ rectæ secant sese, in uno sunt plano, & omne triangulum in uno est plano. Propositio hæc mistam habet doctrinam de linea & triangulo, & pars posterior probatur prius, unde prior posterius approbatur, hystorologia est Euclidis familiaris, ut elenchi ceteri. Triangulum verò non dicitur esse in eodẽ plano, ut accidēs, cum Euclidis triangulum ex se planum sit, & tam insolens est ista propositio, quam si proponeretur omnem hominem esse in animali: Triangulum siquidem Euclidis est species plani, nempe figura plana rectilinea, à tribus rectis lineis comprehensa. Quare materies ista non est demonstrabilis propositionis, cum sit generis de specie, sed principii. Talis elenchus fuit decimo libro de rectis irrationalibus, ubi genus similiter demonstratur de specie. Ergo cum demonstravit Euclides omne triangulum esse in uno plano, tum demum concludit ex eo rectas intersectas, quia latera sunt trianguli, esse in uno plano. At videntur etiam in diversis posse concipi. Sic enim recta est ad planum, nempe omnibus intersectis perpendicularis in communi sectione. Utrum igitur in 3 d 11 tot plana concipienda sunt, quot duarum rectarum concursus? sane id enim 18 p 11 percipietur. Si recta est perpendicularis subjecto plano, omnia per eam plana erunt eidem perpendicularia, binarius tamen rectarum intersectarum nō major numerus. Nec enim tres aut plures intersectas in eodem plano esse necessesse est. Quare propositionis hujus pars prima postulanda fuit, secunda ne postulanda quidem, cum ex suo genere intelligatur.

3 p 11 est de planis, demonstratur autem non obscuro impossibili. Quod si communis sectio non esset una recta, sed duæ rectæ, superficiem clauderent contra 12 ax. At confectarium est ex illo communi principio. Magnitudo secatur iisdem, quibus terminatur, planum terminatur linea: ergo secatur linea, linea lineam secat unico puncto, & planum planum secat unica recta, & planum secat solidam figuram unico plano, denique sectio magnitudinum fit unico ipsarum termino. Itaque propositio ista inanis est, debuitque de definitionibus assumi sententia hæc, quin quod antea jam monui id ipsum tanquam principium usurpatum est 4 & 6 d 11, & elenchus prorsus idem redit, qui antea fuit.

4 p 11 demonstrat duos angulos æquales esse per triangula quatuordecim & propositionibus primi libri 15. 4. 15. 26. 4. 4. 8. 4. 9 & 3 d 11. Sed via ista valde tortuosa & obliqua est, duorum angulorum æqualitatem tot meandris tanq; præposteris exquirere. Et propositio tamen ista nihil à 3 d 11 differt nisi linearum numero, quia illic omnibus intersectis in subjecto plano, hic duabus sublimis perpendicularis efficitur: At neque omnibus neque duabus addi necesse fuit: Nam si duabus, etiam omnibus: Satis fuit in universum & generaliter intersectas dici & intelligi: siue duæ sint tantum, siue plures, nihil ad rem: duæ enim solæ etiam intersectantur & communem sectionem faciunt. Quare materies principii hic fuit assumendi per se, non propositionis demonstrabi-

□ o 2 lis. At

lis. Atque hic interea etiam noto communem sectionem dici punctum in lineis intersectis, ut dicitur linea in planis intersectis. sed elenchus hic etiam gravior est, quod Euclides e converso faciat principium (ut praedixi) hic autem ex antecedente faciat propositionem demonstrabilem, vel absurdius etiam quiddam est, quod idem hic proponatur de duabus quod illic de omnibus. Atque hic interea noto communem sectionem linearum dici punctum.

5 p 11 demonstratur impossibili non obscuro, quia pars toti esset aequalis, angulus nempe rectus pars recti. Confectarium est e perpendiculari & communi sectione, & tamen de duabus rectis intersectis etiam verum, sed vanum, quia de duabus intersectis est 2 p 11.

6 p 11 causam manifestam habet e lege parallelismi & communi, nempe perpendiculari, neque ab Euclide demonstratur, parallelismus propositus, sed situs rectarum in eodem plano, qui tamen propositus non erat. Itaque secundi libri Lycophron huc redit, aliud proponitur, aliud agitur.

7 p 11 impossibile habet idem quod habuit tertia, atque ut illa est in principio constituta, sic & ista constituatur.

8 p 11 est conversa quaedam sextae, qualis est axiomatis illa conversio. Si duo sunt eidem aequalia, sunt inter se aequalia: & si aequalium alterum est aequale tertio, reliquum erit aequale eidem. Itaque bella illa sextae propositionis demonstratio huc isdem vestigiis iteratur. Sed elenchus est hic manifestior. Nam definitio ne parallelarum aequalitas perpendicularorum intermediorum continetur, ut 35 d 1 dictum est a nobis, & mox dicitur 14 p 11.

9 p 11 tam principium est quam fuit. Quae eidem aequalia. Neque plani diversitas magis immutat syllogismum parallelismi, quam immutat aequalitatis in illo principio. Itaque sexto loco jam sophisma simile continuatur, nempe 31 p 1, 11 p 5, 21 p 6, 12 p 10.

10 p 11 praecipue deducitur e parallelogrammi lege ad 33 p 1 proposita. Itaque ut illud postulandum fuit ad parallelogrammi definitionem, sic istud postulandum modo fuerit. Quin antecedens propositionis manifestam consequentis causam continet ex axioma aequalium angulorum: imo vero propositio ista plane nugatoria est, neque quicquam proponit nisi axioma illud aequalium angulorum, nempe angulos aequicruros & aequibasilos equari. Id enim re ipsa propositio ista proponit: in litera Euclidis est *negi pro napae*.

11 & 12 p 11 respondent perpendicularis planis in 12 & 11 p 1, sed ordine praestitero, ut demonstratio Theonis procederet, sed utraque perpendiculari solidi constitutio constat per causam 4 p 11, ut nempe perpendicularis sublimis sit duabus rectis in plano subiecto contiguis, id enim satis erat: nec aliud Euclides parallelismi hystorologia complectitur: sed absque parallelis, ut duae primae perpendiculares in subiectam communem, sic tertia duci potest in duarum intersectionum communem sectionem, quod Euclides ipse ad 5 d 11 antea usurpavit: denique ad idem punctum recti anguli ex sublimi cum intersectis totum hoc sublime perpendicularum comprehendunt. Quod autem hic casus nescio quis.

quis fortuitus adhibetur ab Euclide vel Theone, ut 1 p 4. 28 p 6: res artis aliena & indigna est, fac lineam ut fors tulerit, si perpendicularis est subjecto plano, habes quod quæris. At (inquam) præcepta artis è logicis legibus generaliter præcipere debent *κατὰ πάντας, κατ' αὐτό, κατ' ὅλον πῶτος* non temere, ut hic Stereometres modo præcipit. Quare logica ista geometriam alioqui artium severissimam valde dedecet. Verum geometricus perpendicularorum usus jam antea disputatus est 11 & 12 p 1, & idem iudicium de duobus istis problematis modo facimus scholarum *διαγγραμμάτων* causa confingi.

13 p 11 negatio est, quales fuere primi libri axioma ultimum & 7 p 1 & 1 p 11. Res autem affirmatè, imo generaliter de omni linea proponi potest, ut ad c 10 e 5. Adhibita est autem hæc propositio ad demonstrationem sequentium, ut decimæ nonæ. At de rectis perpendicularibus planis, id etiam postulari potest.

14 p 11 aperte indicat definitionem generalem parallelarum, quia lineæ parallelæ sunt, quæ distant communi perpendicularo.

15 p 11 thesim decimæ continet, & ejus antecedens est causa consequentis ex illa generali parallelarum lege. Si lineæ rectæ connectunt æquales & parallelas, sunt æquales & parallelæ. itaque etiam id postulandum fuit. Atque hinc etiam litera Euclidis habet *περὶ* pro *παρά*.

16 p 11 facilem probationem habet in Theone, si sectiones non essent parallelæ, neque plana ipsa essent parallelæ.

17 p 11 Euclides hanc deducit è 2 p 6: at totum contra: 2 p 6 deducenda fuit ex ista bene tamen proposita, ut 13 e 5 proposuimus. At certe Theon hic quidem quid est, justius postulare potuit quam 10 d 5 quam partem 18 d 11.

18 p 11 Confectarium est quoddam è 4 d 11, & quidem disertius expressum quam antecedens illa definitio, satis enim est ad perpendicularum planorum, ut unica recta altero perpendicularis communi sectioni sit perpendicularis subjecto plano. Itaque ad rectam perpendicularem demonstrandum numero & multitudine contiguarum nihil opus est. At in perpendicularo planorum unica recta perpendicularis esse non potest, quin protinus sint innumerabiles.

19 p 11 est conversa proxima: si recte pronuntietur, hoc nempe modo: Si communis intersectio planorum sublimium est perpendicularis subjecto plano, intersecta plana sunt perpendicularia. Stereometria solidorum sequit, cōplexa tamē propositionibus octodecim variis de planis tum rectilincis generū omnium, ut sunt triangula, quadrangula, multangula, tum obliquilincis, de quibus suo loco. Prima solidi doctrina est in angulis solidis.

20 p 11 respondet 20 p 1 de triangulis, & logica prorsus eadem est. Itaq; paratus etiam Zenoni locus hic est. Nam si duo plani essent reliquo minores vel æquales, nullam magnitudinem intermediam cum eo concluderent. Jam vero quæri hic etiam potest, utrum generaliter de quibuscumque angulis, planis, sphaericis, mixtis verum id fuerit. Tunc id considerato.

21 p 11 elenchum generis habet pro specie, proponit enim generaliter quod

Q. 3. specia

specialiter intelligatur de angulo solido plano, quod ostendit comparatio cum quatuor angulis rectis: demonstrationem autem habet non obscuram est subditis reliquis angulis triangulorum planorum solidum componentium. Est autem superioris proximae ad similes. Nam si quatuor rectis æquarètur, plani complerent locum planum, neque angulum facerent. Erit autem usus propositionis hujus ad probandum quinque duntaxat esse corpora ordinata ad finem 13 libri. 22 p 11 confectarium est de triangulis primi libri & tota est geometria, ad stereometricum nihil attinet: hic verò adhibita est gratia proximae propositionis. At fructus ejus potest uberius esse in geometria, deinceps quæ ad stereometriam possit traduci, ut omnia geometriae elementa. Coniungatur igitur cum 22 p 1 ad trianguli fabricam. Quare res ipsa accuratius animadversa nullum demonstrationis argumentum requirit.

23 p 11 respondet 22 p 1, logicam autem continet in demonstratione prorsus admirabilem, propter ineptissimas nugae quinque partium, quod radius sive sit intra latera, sive in latere, sive extra, neque equalis, neque major esse possit. Huc etiam sex & viginti syllogismi ex totidem propositionibus intextuntur, & hoc videlicet Theoni vel Euclidi est demonstrare rem per se manifestam, tot nebulis involvere & obscurare. Etenim propositio ista est conversa 20 & 21 p 11. Nam si tres anguli plani minores quatuor rectis constituent angulum solidum, duo quilibet sunt majores reliquo, & contra, si sunt tres anguli plani minores quatuor rectis, duo quilibet majores reliquo, constituent angulum solidum. Itaque sic antecedens per se manifestum sit, ut est, conversa quoque per se manifesta est. Nec tamen hæc anguli constitutio generalis est. Nec enim potest esse planis angulis sphaericis aut mixtus fieri. Itaque pollicetur hic Euclides genus, præstat speciem, ut sæpe jam antea.

24 p 11 de certo genere plani præcipit, sed valde incerta oratione. Itaque Campanus hic obstrepens nescio cui ait, ista propositione solidum parallelis planis comprehensum tantum esse paraliterum quidem à senario terminorum numero deinceps infinitum, neque tamen paraliterum quodlibet hic intelligi posse, sed parallelogrammum duntaxat, cum omnes termini sunt parallelogrammi, ideoque duntaxat sexaedrum, quod si verum est parallelepipedum respondet in planis parallelogrammo, id est quadrato, oblongo, rhombo, rhomboidi. Itaque propositio ista vera tantum esset de primate, non de mixto polyedro. Nec enim octaedrum, icosaedrum, dodecaedrum (quamvis comprehensa est planis parallelis) habent oppositos terminos parallelogrammos: habent enim triangulos octaedrum & icosaedrum: dodecaedrum autem habet quinquangulos. Quod autem Campanus ait propositionem istam intelligi posse tantum de solido parallelogrammo, accipio, sed hæcenus, ut parallelogrammum dicatur etiam multipagulum æquiterminum & paraliterminum, cujus nempe opposita plana sunt parallela. Quod enim ait parallelogrammum solidum tantum esse hexaedrum, id si probasset probatio ejus æstimaretur. Cur enim paralitermina illa à senario infinita, quæ facit, ista propositione non comprehenduntur, habent enim plana opposita parallelogramma

lelogramma & æqualia. Sic enim parallelogrammū generaliter in multangulis accipi potest, ut Proclus docet ad 34 p. 1. quamvis Euclides parallelogrammū tantū videatur in quadrilateris posuisse, ut ex 41 p. 1. perspicitur. Et verō propositionū de parallelepipedis veritas conveniet omnibus prismatis pariter terminis & parallelogrammis. Causa autem propositionis tam captiosa est omīssa partitio & definitio. Nam si partitus esset Euclides genera solidi plani, si hoc ipsum parallelepipedum definisset, tota confusio esset sublata. Atqui ut in 33 & 34 p. 1. definitio parallelogrammi, ita hic prismatis parallelogrammi definitio in propositionem sophistice est conversa.

25 p. 11. deducitur ē lege primarum figurarū. Quapropter Theonis demonstratōnem ad eas aggregato, quibus principia & definitiones demonstrantur, parallelismo enim indicatur æqualis altitudo, nec aliud hic adhibet Theon, præter illam singularem quinti libri sextam definitionem, quam & 1 & 33 p. 6 adhibuit. At hic duæ efficientes causæ solæ comparantur altitudo & latitudo. Itaque cum altitudo sit eadem, solum discrimen est ē basis latitudine. Quare demonstratio Theonis hoc loco simillima est superiori. Sed docet hic Campanus hanc propositionē cōvenire ferratilibus illis suis, id est prismatis pentaedris, putatque omnia quæ Euclides solis parallelepipedis duodecim propositionibus attribuit, prismatis pentaedris cōvenire, quia sunt dimidia parallelepipedorū. Quod perinde est, ac si Euclides in planorum doctrina proprie attribuisset parallelogrammis, quæ essent tamen triangulorum cōmunia. Locus hic habet clenchum animadversione omnium, qui adhuc fuerūt, dignissimū, elēchus specialis doctrinæ pro generali infinitus antea deprehensus est: hic verō tot propositionibus continuatus ceteros omnes superavit. Nec tamen Campanus hic satis vidit. Omnibus enim prismatis nō solū ferratilibus & pentaedris convenit quod proponitur. Prismatis siquidem secti plano planis oppositis parallelo, segmenta sunt ut bases, quia parallelogramma sunt æqualia.

26 p. 11. specialis est de angulo solido plano, non generalis de solido. Nec enim Theonis demonstratio angulum sphericum aut mixtum constituit, & tamen quod Theon hic instituit nihil est aliud, quā si partes partibus æquales sint, totum totū æquale esse. Et hæc bella anguli æquatio continetur æqualium angulorū axiomate, neque stereometrici falsi ulla præterea mica est. Ita duæ propositiones de angulo plano solidoque ex uno æqualium angulorum axiomate fabricas disputabiles & demonstrabiles nobis invenerunt.

27 p. 11. *ὁμοπλάσιον* superiori consimilem habet, fabrica tamen potest omnibus prismatis, imo figuris omnibus convenire, nō solis parallelepipedis: neque prorsus aliud hoc problemate traditur, quā continetur definitione figurarum similitum & similiter sitarum ad 18 p. 6, neque hic quicquam est disputatione dignum aut demonstratione. Ita duæ propositiones 18 p. 6 & 27 p. 11 ē definitione similitum & similiter sitarum figurarum factæ sunt, quæ tamen novi præcepti nihil requirerent.

28 p. 11. ducitur ē definitione parallelogrammi ad 34 p. 1. unde admonemur aliquid

liquid esse commune planorum & solidorum, id est figuræ parallelogrammæ proprium, imo esse omnino in omni magnitudine bisectione aliquâ, seu punctum, seu lineam, seu superficiem, quæ magnitudo bifariam secatur, id in figura plana diameter & diagonus, si est per angulos oppositos, dicitur, in solida nomine caret. Itaque nomine generali esset opus ad hanc generalem affectionem declarandum. Itaque propositio ista materiam principii ac definitionis habet.

Quatuor proximæ propositiones 29.30.31.32. præter elenchum propositum, parallelepipedo attribuunt, quod est prismatis commune, valde præpostero ordine posita sunt. Nam 32 est maxime omnium generalis, & cæteras antecedentes speciales complexa, tum 31 simili ratione complectitur 29 & 30. Omninoque si 32 præcessisset, consequerentur tres reliquæ, item si præcessisset 31, concluderentur ex ea duæ 29 & 30. In 29 & 30 rectas insistentes esse & non esse in iisdem rectis, est superiorum planorum duo qualibet latera in unam rectam continuari aut non continuari, vel solida ipsa sub eandem rectam vel non eandem constitui. Sed multo præstantius est illud, atque nobilius, quod disputatum est à nobis primo libro, una propositione tam multas propositiones comprehensas esse. figuræ primæ inter se sunt ut bases, longeque præstantissima & nobilissima demonstratio una illa è geminis causis planè perfecteque satisfacet, quarum altera per altitudinem data solum discrimen superest ex altera, id est è basi.

33 p 11 Derivata est propositio hæc è 19 & 20 p 6. At & illæ & ista in unam propositionem generalem geometria longe nobiliore & luculentiore includuntur, quod fecimus 15 e 4: causæque tam generalis est illa è compositione rationum tradita ad 5 d 6. Ex hac verò propositione & ejus consecutario deducitur via duplicandi cubi, de quo ad 4 e 24. Sed enim Campanus isto loco vehementius specialiter de parallelepipedis, ea prismatis & ferratilibus convenire, magnumque Euclidis errorem & multiplicem convincit, attribuentis solis parallelepipedis quæ prismatis aliis natura prioribus conveniant. At Campanus ipse licet caput altius extulerit, quam Euclides, summum tamen non attigit. Nec enim (ut dixi) theoria tot propositionum convenit solis prismatis pentaedris, quæ Campanus sola putat, & Euclidis parallelepipedis, sed omnibus omnino corporibus planis, quorum duo plana opposita sunt æqualia & similia & parallela, reliqua autem latera parallelogramma: imo convenit omnibus euclideanis corporibus: primis primum, deinde æquemultiplicibus primorum. Itaque Campani error hic aliquis, sed Euclidis multo est gravior, & tamen Euclides etiam videretur Campano & erroris istius causam attulisse, qui prisma non aliud quam pentaedrum dicere videatur.

34 p 11 demonstrationem habet simillimam demonstrationi vicesimæ tertie. Partitio duplex est de perpendicularibus insistentibus vel non perpendicularibus, tum in primo genere de basibus æqualibus, vel inæqualibus totidemque conversæ sunt, ita demonstrationes sunt sex pro unica, imo vero pro nulla. Deducta enim propositio est è primarum figurarum proprietate, ubi causæ efficiens

cientes illa sola sunt basis & altitudo, & generalem propositionem faciendam esse ē 14. 15 p 6, ē 34 p 11. demonstratio in his prorsus eadem manifeste demonstrat, nempe primarum figurarum æqualiū bases & altitudines esse reciprocas. 35 p 11 fabricam & demonstrationem admirabilem continet: Adhibentur enim sex & quadraginta syllogismi, quod unico angulorum equalium axioma te transigi potuit, æqualis nempe sublimibus & perpendicularis ad docendū crurum æqualium bases æquales esse. Itaq; & consecratio Theonis concluditur, si tales anguli sunt æquales, etiam perpendiculares ipsas æquales esse, & tamē thesis de duobus planis deque binis æqualibus angulis æqualitatem angulorum continebat. Quapropter (ut sæpe antea) sic isto loco subiit admirari otiosos & literatos homines otio & literis tam intemperanter abusus esse. Nihil igitur huius neq; propositionis neq; demonstrationis in geometria retinemus.

36 p 11 proponit generaliter de omni parallelepipedo æquiangolo, quod poterat similiter de quovis parallelogrammo æquiangolo 16 & 17 p 6, unde hæc derivantur, proponere. Hic tamen nihil proponitur analogum 16 p 6.

37 p 11 respondet 22 p 6, & magnum fuit indicium ē duabus specialibus unam generalem fieri posse, cum demonstratio per sortitem graduum quatuor duabus una conveniat. Neque verò parallelepipedis tantum solidis convenit, sed omnibus primis figuris & earum æquemultiplicibus. Itaque ex hac propositione & illa unum generale consecratum in geometria fecimus.

38 p 11 non est in Campano, neque in geometria esse debuit. Est enim conversa quædam 4 d 11, & Ptolemæi adversus Euclidem logica hæc nostra est. Conversio tamen non recte facta est: antecedens enim & conversa sunt. Si recta in altero intersectorum planorum perpendicularis communi sectioni est perpendicularis subiecto plano, plana ipsa sunt perpendicularia: & si intersecta plana sunt perpendicularia recta in altero perpendicularis communi sectioni est perpendicularis reliquo, sic (inquam) esset legitima conversio. At Euclides convertit præposterè. Si plana sint perpendicularia, recta in altero perpendicularis reliquo, cadet in communem sectionem, & probat per impossibile duorum rectorum in triangulo.

39 p 11 potest esse omnis prismatis, ut 25 & 28, dummodo diagonus generaliter in omni figura intelligatur, id nempe quo biseclatur figura: talis enim est in omni figura biseclio: & sic ad 28 p 11 monuimus. Atque hoc quidquid est, demonstrabile omnino non fuit, nisi forte & demonstrabile videatur ejusdem figuræ parallelogrammæ diametros inter se biseclari: nihil enim aliud ista propositio loquitur: adhibetur autem ad 17 p 13.

40 p 11 præponi debuit 33 p 11, quia de æqualitate præcipit. Nec tamen satis accurate proponit: Debuit enim addere prismata pentaedra, his enim solis id potest convenire. Quomodo autem loquitur, falsa est, ut si sumas prismata parallelepipeda hexaedra ejusdem & basis & altitudinis, erunt æqualia per 32 p 11. At si alternis dimidium cum altero integro compares, erunt æqualia, alteriusque basis triangula, alterius parallelogramma dupla triangula,

Pp neque

neque tamen erunt æqualia. Quare falsa hæc est propositio nisi specialiter intelligatur, ut in hoc libro, & definitiones & propositiones antea tam multæ, quæ generi tribuunt, quod est speciale, aut contra speciei quod est generale. Adhuc igitur stereometria fuit unius & viginti propositionum, è quibus tamen tres 2. 3. 5. 3 fuerunt de planis, non de solidis. Itaque octodecim tantum erunt de solidis, de angulo solido quatuor 20. 21. 23. 26. quatuordecim reliquæ de prismate parallelepipedo, quarum tamen duodecim 25. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 36. 37. 39 sunt communes omnium prismatum, ut prisma definitum est ab Euclide: 24 definit parallelepipedam speciem, nempe prismatis, cui tamen specialiter nihil esset attribuendum. Contra 40 tribuit generi prismatum, quod de unica specie tantum possit esse verum. Sed in toto libro undecimo multo magis est illud admirandum è propositionibus quadraginta nullam omnino propositionem esse, quæ demonstrationem meruerit, sed omnes unica vel definitione, vel propositione (unde sequerentur) contentas esse. Atque omnino è propositionibus quadraginta cum seceveris octo de lineis & planis solidis 4. 5. 10. 15. 16. 17. 18. 19, septem de solidis 20. 21. 23. 24. 25. 36. 40. reliquæ omnes viginti quinque vel communes vel propriæ geometrici generis reperientur, nil ad stereometriam proprie attinebunt. Atque ista est inopia quam initio proposui, quæque major etiam postea reperietur.

P> RAMI SCHOLARVM MA-
THEMATICARVM LIBER 28. IN

12. elementorum.



Undecimus liber habet propositiones 18. è quibus tres sunt de planis 1. 2. 16. reliquæ de solidis, quatuor de pyramide 5. 6. 8. 9. tres de pyramidis & prismatis ratione 3. 4. 7. de sphaera duæ 17. 18. de cylindro unica est 13. de cono & cylindro quinque 10. 11. 12. 14. 15. Sed quindecim de solidis propositionum, decem sunt communes 5. 6. 8. 9. 11. 12. 13. 14. 15. 18. è quinque reliquis duæ 7 & 10. solidam utilitatem habent, tres reliquæ 3. 4. 17. demonstrationum causa videantur esse factæ. Prima igitur, secunda & decima, sexta propositiones ad Geometriam pertinent, non ad Stereometriam.

1 p 12 elenchum habet in multis antea propositionibus deprehensum, speciei nempe pro genere. Proponit enim de multangulis, quod omnium rectilineorum commune est: imo vero quod omnium omnino figurarum commune videatur, ut amplius discretur 17 p 12. demonstratio non obscura est, causam tamen aliam nullam habet, sed propositio ipsa suæ veritatis causam continet è diametro & similitudine figurarum.

2 p 12 specialis est tertia post 19. & 20 p 6. ad figuras similes 15 e 4. diametri enim sunt pro lateribus homologis, quod 18 p 12. manifestius efficit. Itaque materies ista tam postulandi principii fuit, quam 1 d 3: quæ valde huic homogenea est: materies non fuit, demonstrabilis propositionis: demonstratio tamen obscura

obscurissima est omnium quæ adhuc fuerunt, & multis de causis animadvertenda. Labyrinthum hîc creticum quempiam stereometrico artificio affectatum credas. uno hoc in libro iteratus est sexies error iste inexplicabilis. Eo igitur diligentius tãquam filo Ariadnes retexendus est, ut ambages in uno semel explicatæ, nullum in cæteris negotium faceßant. Ergo attendatur. Impossibile per partes inducitur, sed inductione valde insolenti. Tria enim sibi sumit Euclides ad impossibile cogendum obscuriora & magis improbabilia quæstione ad quam probandum adhibentur. Primò. Si non sit ut quadratũ ad quadratũ, ita circulus ad circulũ, erit igitur (ait geometres) ita circulus ad aliquod aliud spatium. *χωρίον* id nominat, neq; cuius figuræ sit explicat, spatium confuse dicit. At propositio adhuc nulla fuit, quæ circulum cum quovis spatio rationalem esse demonstraret, quin omnium (quæ in rebus geometricis adhuc versatæ sunt) difficillima quæstio est, utrum circulus ad quadratum & quamnam rationem habeat: ut tamen inde certum sit, circuli ad quadratum rationem non esse impossibilem, quævis adhuc nemini possibilis, nemini nota fuerit, quæ etiam Aristotelis iudicio impossibilis est. Hoc igitur primũ est in ista demonstratione. Secundò. Si circulus esset rationalis ad quodlibet spatiũ, tamẽ nulla propositio fuit, quæ doceret tribus spatiis datis invenire quartũ proportionale: nam 11. 12. 13 p. 6. de linea recta proportionali tertia, quarta, media inveniendâ præcipitur: nulla autẽ de superficie vel tertia, vel quarta, vel mediâ, vel etiã talis corporis inventione geometria fuit. Itaq; sumere potuit Euclides datis tribus rectis quartã, datis autẽ tribus spatiis non potest ponere proportionale quartũ. Cum vero spatium informe & insiguratũ ita sumptũ sit proportionale, neq; minus neq; majus esse secundo circulo, ad prius illud assumitur aliud rectilineum inscribi posse dato circulo majus quavis data superficie minore, quam sit datus circulus, quod antea nusquã demonstratũ est, sed utcumq; colligitur ẽ 1 p. 10: præterea assumit inscriptũ majus esse dimidio circuli, quod etiam probat. Verum tamen si hîc mireris, cum duo inæqualia ita, p. p. in qua sint, ut inter ipsa nullũ sit mediũ, ut inter numeros 1 & 2, inter 2 & 3, sic in magnitudinib. duabus, quomodo ad 16 p. 3. dicitur angulũ semicirculi majore esse quovis dato angulo acuto rectilineo, ut jam inter rectũ rectilineũ differentia interjecta nulla cogitari possit: qd (inquies) fiet huic sumpto, qd inter duas quasvis magnitudines inæquales, tertiã tamẽ postulat minore majore, majore minore: Etenim si inter duas datas magnitudines inter mediã nõ dico cogitari possit, sed re ipsa ac naturæ veritate possit inveniri, poterit rursus quarta inter secundã & tertiã, quinta inter tertiã & quartã, & sic in infinitũ. Itaq; si quantulamcũq; differentia jam in de ab initio, p. p. suero, tamẽ infinitis sectionibus secũle facies, & quod vix initio semel secturus sis, tamẽ perpetuo atq; infinite secturum te profiteris. Admiratio tamen ista ad 10 p. 1 subla-
ta est. Archimedes tale quiddam sumpsit ad 5. th. 1. de sphaera. Sed tamen rectilineum istud majus dato spatio inscriptum sit secũdo circulo, sequitur deinde ut simile inscribatur primo, de quo tamẽ nominatim antea propositio nulla fuit, videtur autem assumi ẽ 13 p. 6. Hoc est notabile tertium. Ergo jam percipimus

P. p. 2 quã

quàm perspicuis & illustribus rebus demonstrator theorema sit additurus. Reliqua spectentur. His positis syllogismus ita concluditur. Ut primum quadratum est ad secundum, ita circulus primus est ad spatium: ut autem rectilineum primum est ad secundum, sic quadratum primum ad secundum: Itaque ut rectilineum ad rectilineum, sic circulus ad spatium. At alternè primū rectilineum minus est primo circulo. Ergo secundum minus est spatio, quo tamen majus esse ponebatur. Hoc impossibile est, idemque fuerit si incipias à secundo circulo, ut concludi omnino possit, ut est de quadratis alterum ad reliquum, sic circulum è duobus alterum ad spatium esse non posse, quod sit minus reliquo circulo. Atque id argumentum est secundi impossibilis futuri: Dicat igitur adversarius depulsus majoris assertionis spatium illud esse minus secundo circulo, tumque rejectis rectilineis inscriptis syllogismus ita procedet inverso modo per 13 d. 5. ut spatium ad primum circulum, ita secundum quadratum ad primum, & ut quadratum secundum ad primum, ita secundus circulus, si non ad primum circulum, saltem ad aliud spatium. Itaque ut primum spatium ad primum circulum, sic secundus circulus ad secundum spatium. At alternè primum spatium majus est secundo circulo. Ergo primus circulus major est secundo spatio. Quapropter erit ut è quadratis unum ad reliquum, sic è circulis secundus ad spatium minus reliquo circulo, contraquam primo impossibili erat conclusum. Hæc Euclidis vel Theonis est demonstratio ad 2 p 12. Hi sunt anfractus, hæ sunt ambages, hic deniq; labyrinthus. Veruntamen ut artificum licet excellentiū, tamen artificium vanum & inane intelligatur demonstratione hac tot modis, vel suspecta vel obscura, nihil omnino opus est. Materies enim est principii uti dixi, & (sicut antea sæpe factum est) conversā in propositionem demonstrabilē, quod non solum è generali illa causā ad 19 & 20 p 6, sicuti proposuimus initio, propositionis, sed, ppe oculis aspicitur. Etenim circuli sunt æquales, quorū diametri sunt æquales, materies definitionis fuit Euclidi ad 1 d 3: similes circuli definiti non sunt, sectiones contrā similes definiuntur 10 d 3. quæ capiunt angulos æquales, & 23. 24 p 3 dictum est similes sectiones esse æquales in æqualibus basibus. Itaq; cum circuli omnes omnibus sint similes, ut quadrata quadratis, nec ideo speciali definitione sit opus attamen proprietas quædam proportionis è rationis æqualitate deduci potest, ut deducitur in triangulis, in angulis, & in centro peripheriæ ad 1. & 33 p 6. triangula æqualia in basibus æqualibus sunt æqualia, & contrā, fuit 37. 38. 39. 40 p 1. Hinc animadvertum est 1 p 6. triangula æqualia esse ut bases. Itē. Si anguli in centro peripheriæve circulorū æqualium sunt æquales, insistant in peripheriis æqualibus, & contrā fuit 26 & 27 p 3. Hinc animadvertum est 33 p 6. angulos in centro peripheriæve circulorū æqualiū esse, ut sunt peripheriæ in quibus insistant. Sic cum patuerit nō propositione quidem, sed definitione circulos æquales esse, quorum diametri sunt æquales, facile fuit animadvertere circulos item æquales esse, quorum à diametris, quadrata essent æqualia, unde sicut antea deducere circulos esse ut à diametris quadrata, quia si quadrata essent æqualia, æquales esse, si in æqualia, tanto

tanto circulos inæquales esse. Quamobrem causa & generalis omnium figurarum communis & circuloꝝ ipsorum propria convincit propositionem hanc postulandam fuisse, & digito si quid opus esset, atque exemplo demonstrandam, non tot syllogismis obscurandam. Hæc logica mathematicis artibus imprimis periculosa & detrimentosa fuit. Itaque evitabitur à nobis imposterum, ubicumque similis reperietur; neque labyrinthum pro regia via proponemus. Utitur Euclides vel Theon principio in hac demonstratione, & postea utetur. Contentum minus esse continere, quod Archimedes primo de sphaera demonstrare voluit, sed specialiter è polygono & circulo, melius igitur id Euclides postulavit. Duæ sequentes propositiones mistam materiam habent de pyramide & prisma.

3 p 12 quinque partes habet, prima & secunda de æqualitate & similitudine particularium pyramidũ transiguntur eodem argumento: triangu- lara enim æqui- latera sunt etiam æquiangula, ideoque similia, & tertia pars ex eadem triangu- lorum similitudine ducitur, quarta per 4 o p 11. facilis est, quinta facillima om- nium. Prismata autem in hæc comparationem inclusit, quia sex pyramides, qui- bus prismata continentur, non sunt omnes similes toti & inter se. Sunt illæ qui- dem omnes æquales, ut è 7 p 12 patebit. At similes nō sunt omnes neque inter se, neque toti: quaternæ enim similes sunt, ideoque facta est illa sectio. Fuerat verò elegantius secare pyramidem tetraedram in octo pyramides tetraedras æqua- les, quaternas similes: quatuor autem angulares similes etiam toti. Sed hoc to- tum & propositionis & demonstrationis artificium quid utilitatis ad stereome- tricum usum habiturum sit, considerato. Ex hac propositione deduces. Si trian- guli æquilateri crura bisecta connectantur, quatuor æquilatera triangu- la con- stitui: quod ad 2 p 6 demonstravimus.

4 p 12 hystorologiam habet. Est enim consecrarium quintæ & sextæ sequen- tium, vel potius consecrarium est è proprietate primarum figurarum. Pyrami- des enim ipsæ æquealtæ sunt ut bases, item prismata æquealta ut bases, sed bases prismatum pentaedrorum sunt similes basibus pyramidum, quia æquiangula, & prismata ipsa pentaedra ut suæ bases, tota que parallelepipeda, ut pentaedra dimidia. Quare comparatio pyramidum & prismatum singularium ex illa ge- nerali causa peti debuit. Sed tamen quarta propositio demonstrationem Eucli- di vel Theoni nata est, ut inde quinta & sexta demonstraretur. At minimè prin- cipio tali indigebant. Atque artificii huius, ut superioris usum multò libentius requirerem.

5. & 6 p 12 ita speciales sunt ad primas figuras, ut undecimo libro fuerunt 29. 30. 31. ad 32. Sed hic tamen nulla generalis facta est ab Euclide, ut illic. Campa- nus autem generalem fecit. Si pyramides sunt æquealtæ, sunt ut bases: unam ve- rò generalem propositionem faciendam esse ex altitudine tam multæ proposi- tiones admonere Euclidem potuissent, si quid unquam de logica cogitasset. De- monstratio verò quintæ propositionis simillima est demonstrationi secundæ, & secundus labyrinthus pro via regia proponitur. Ariadnes solum exhibuimus, neque reperimus, præstabat igitur hic principium facere, quam sine ulla causa

Pp 3 tam

tam obscure demonstrare. Itaque talis demonstrationis gratia nequaquam quarta proponenda fuerat.

6 p 12 demonstrationem habet affirmatam, sed involucris propositionum variarum saepius iteratarum perobscuram. Hic tamen labyrinthum non appello, totaque res poterat solis 3 p 12 & 18 p 5 demonstrari: imo verò ut dixi poterat & debebat unum generale principium fieri, quo libri huius quarta quinta, sexta, cum ceteris primis continerentur.

7 p 12 certa utilitatis est ad pyramidum mensuram, & discrete proponit prisma triangulae basis, non solum quod prisma genus sit omnium solidorum planorum, quorum duo plana opposita sunt aequalia similia parallela, reliqua parallelogramma, ut constat 13 d 11. sed quia pyramides tres, in quas prisma quodlibet dividi possit, non perinde demonstrari queat. Itaque in generali corollario etiam illud discrete est propositum. Omnis pyramis est tertia pars prismatis aequalem basim & altitudinem habentis: quod exemplo dissecti prismatis & digito melius, quam ullo argumento demonstratur, ubi videas in prismatico pentaedro tres pyramides aequales, duas extremas similes, tertiam valde tota figurae specie dissimilem: in cubo similiter. At in parallelo pipedo oblongo, in rhombo, romboide dissimilitudo major apparebit. Itaque non collegit Euclides omne prisma dividi in tres pyramides aequales, sed omnem pyramidem esse tertiam partem prismatis, & velut ambiguum reliquit, utrum sesquialterum reliquum duas pyramides perspicuis partibus aquaret. Dissectio (inquam) id totum oculis subijciat, & dissectio quam Euclides sibi permittit: neque demonstrat dissectio nis facultatem aut modum, sed assumit segmenta, eaque demonstrat aequalia & similia in 3 & 4 p 12, aequalia tantum in 7 p 12. Quod etiam oculis & antea & postea est comparatione planorum comprehendendum perspicuum dissectio fecerit.

8 p 12 specialis est, sed corollarium habet generale. At ex generali speciale contra fuerat concludendum: elenchus igitur est speciei pro genere. Et tamen generalis etiam propositio de similibus pyramidibus specialis erit ad propositionem de figuris similibus: & consecutarium protinus illinc assumendum. Quare & propositio & propositionis demonstratio vacabit, ut jam 5 & 6 vacarunt.

9 p 12 similem elenchum habet de pyramidibus triangulis, quum tamen res sit omnium pyramidum communis. Imò ut antea consecutarium est genere illo altiore, primarum aequalium bases & altitudines esse reciprocas. Itaque ut 34 p 11. sic 9 p 12 vacabit, & propositionis item demonstratio vacabit neque praecipuum quicquam stereometriae hic est, commune totum est planorum & solidorum.

10 p 12 solida item utilitatis est, ut 7 p 12, ad dimensionem quippe conorum & cylindris: Sed demonstratio ipsius involvitur labyrintho, tertium est 2 & 5 p 12 repetito, attamen causam habet 7 p 12, & ejus consecutario, quod prisma sit triplum pyramidis eandem & basim & altitudinem habentis. Nam cylindrus refert

refert prisma, & conus pyramidem, imo verò latera cylindri sunt latera prismatis, & basis cylindri intra eadem latera complectitur basim prismatis, & polyedrum prisma possis intra eadem latera facere, ut cylindrus videatur è prismate fieri, sic latera coni, pyramidisque communia sunt, neque hic plana & bases pyramidis admodum polygonæ & polyedre valde differant: denique intra eosdem terminos cylindri & coni, prismatis & pyramidibus sunt proportionales: quod tam iuste postulabitur quam postulat Euclides conos & cylindros esse similes quorū diametri sunt proportionales diametris basium. Itaque si prisma pyramidis est triplum, & cylindrus coni triplas erit. Hæc causa fuit ad illam demonstrationem proferenda. Quare repetere huc labyrinthos 2 & 5 p 12. ut Euclides & Theon fecere, est impensa sophistica nimium gravis & importuna geometriam onerare.

11. 12. 14. 15 p 12 confusè de cylindris & conis præcipiunt. Itaque pro quatuor propositionibus, si tamen necessariæ fuissent, octo faciendæ erant, sed neque quatuor neque octo, imò nulla prorsus requirebatur.

11 p 12 est specialis ad illam inclytam matrem. Primæ figuræ æquealtæ sunt ut bases. Quare consecutarium est hæc specialis, ideoque vacat labyrinthus è demonstratione 2. 5. 10 p 12. ad hanc propositionem revocatus quarto loco.

12 p 12 specialis est ad similes primas, & labyrintho demonstrationis similisimo. Itaque demonstrationes 11. & 12 p 12 demonstrationibus secundæ, quintæ, decimæ simillimæ sunt demonstrandi genere, & labyrinthos germanissimos involvunt.

13 & 14 p 12 invertunt illud è primis: quod altitudines comparant ex basibus, cum antea contrà ex altitudinibus bases sint comparatæ. Sunt igitur ex eadem tautologia vicesima & vicesima prima propositiones factæ. Nam antea novemdecim præcesserant, quo licebat pro novemdecim antecedentibus totidem effingere, & triginta octo facere propositiones pro una.

13 p 12 demonstratur nugatorio illo demonstrationis modo, quo 25 p 11 demonstrata est. At consecutarium est è primis æquealtis.

14 p 12 conversa quædam est 11 p 12. coni & cylindri æquealti sunt ut bases dixit 11 p 12. & nunc coni & cylindri basium æqualium sunt ut altitudines. Itaque Campanus hanc propositionem non repetivit.

15 p 12 respondet nonnè hujus, & elenchum superioris habet, estque de genere tautologiæ hujus sexta: nempe post 14 & 15 p 6. post 33 p 11. post 8. & 12 p 12.

16 p 12 sententiam problematis hanc habet.

Si perpendicularis inscripta majori duorum concentricorum circulorum, tetigerit minorem in communi diametro, totiesque dimidium tollatur è dimidio peripheriæ majoris dum relinquatur minus comprehenso à perpendiculari & diametro, subtensa huic minori erit latus multanguli æquilateri & paræ-

& pariter paralateri majori circulo sic inscribendi ut minorem non tangat. Hæc sententia problematis est geometrici non stereometrici. Itaque & antea in geometria esse debuit, si tamen esse debuit: ut pleræque propositiones alia. neque propositio ista si verbis problema esset expressum, quicquam demonstrabile haberet, demonstrationem suam complecteretur: videtur autem adhibita tantum ad labyrinthum 18 p 12. Et enim hæc decimasexta ad decimam septimam proximam attinet, ut duabus his obsecundantibus columnis exadificetur demonstratio decimæ octavæ, sed artificiosi quis præterea erit usus?

17 p 12 præcipue ducitur è proxima. Sententiaque problematis est. Si multangula æquilatera & pariter paralatera inscribantur maximis circulis sphaeræ continentis concentricam sphaeram, primum quod contentam non tangat, reliqua transeuntibus per angulos inscripti, latera inscriptorum omnium parallelis connexa inscribent polyedrum continenti sphaeræ: quod contentam concentricam non tangat. Hæc sententia problematis est stereometrici. Polyedrum enim in solidis dicitur ut polygonum in planis, id verò quoniam fit exemplo polygoni æquilateri & pariter paralateri, necesse est, ut minimū tot hedrarū sit, quantum erit numerus planus ex angulis polygoni archetypi per dimidium multiplicatis, ut si polygonum fuerit angulorum 8, polyedrum erit basium 32. si fuerit angulorum 16, polyedrum erit basium 128. si fuerit angulorum 32, polyedrum erit basium 512. & sic deinceps. Nam tot sunt intervalla polyedri inscripti inter polos sphaeræ circumscriptæ, quot sunt latera polygoni, at in unoquoque intervallo, tot sunt bases, quot sunt latera in dimidio polygoni. Quare numerum basium dabit planus ex angulis polygoni per ipsius dimidium factus. Demonstratio igitur ista elegans & valde logica est ex argumēto partium & causarum totum constituentium concludere de ipso toto, ut si polygonum fuerit laterum 8, polyedrum erit basium 32, & è tricesima secunda parte de toto concludetur. At Theonis demonstratio quod quadrilatera id est bases polyedri sunt in uno plano, & quod inscriptum polyedrum non tangat, valde est inepta. Nam fabrica disertis verbis expressa demonstrationem suam totam complectitur, ut superior proxima complexa est, atque ista nimirum altera causa fuit problematis à theoremate separandi. Assumit autem Theon interea è 14 d 11 & 15 p 3. Si sphaera secatur plano, communē sectionem esse circulum, & maximum circulum esse, qui transit per centrum sphaeræ, ut sphaerica è circulis maioribus & minoribus doctrina tum quædam fuisse videatur, licet ab Euclide in elementis nequaquam tradita, & doctrina tamen simplex & suo sensu contenta, ut Theodosii demonstrationes nihil requireret. Ex eadem propositione decima septima deducitur corollarium, quod polyedra similia sphaeris inscripta sunt in triplicata ratione diametrorum sphaerarum. Vtrum vero corollarium hoc generaliter etiam verum est? Solida similia sphaeris inscripta sunt in triplicata ratione diametrorum sphaerarum. Nam de planis propositio præsens docet, de conis & cylindris utrum res conveniet propter proportionem cum pyramidibus & prismatis: Nā conis similes inter se habent rationem triplicatam, quam diametri basium per

12 p 12.

12 p 12. & pyramides inscriptæ conis habent triplicatam rationem laterum, & sphaera rationem habent, quam similes pyramides inscriptæ, idque tandem cylindris per conos conveniet, imò de figuris omnibus similibus utrum verum est, figuræ similes rotundis inscriptæ habent inter se rationem diametrorum æque multiplicatam dimensionibus. Utrum inquam, res ita est, & sic de propositionibus primariis tertia est hæc una. Hoc attendito & considerato. Atque inde etiam aliud consequetur. Sphaera inter se sunt in ratione polyedrorum similibus ipsis inscriptorum. Hæc autem propositio de polyedris inordinatis tantum est ut res ipsa manifestè demonstrat, è planis inæqualibus & inæquilateris, majora enim sunt à polo remota, totaque polyedri & inscriptio & demonstratio adhibita est, ut inde proximæ demonstrationis labyrinthus procederet. At id minime omnium requirebatur.

18 p 12. elenchum habet speciei pro genere, quem habuere 19 & 20 p 6. 33 p 11. item 8 & 12 p 12. Nam de corporibus omnibus similibus non solum sphaericis, sed planis & mistis res omnino vera est, imò de figuris omnibus similibus, ut antea jam patuit. In sphaeris autem diametri sunt pro lateribus homologis. Itaque potuit etiam de circulis idem dici quod de rectilineis similibus. Circuli inter se habent duplicatam rationem diametrorum, ut antea dixi, ad 2 p 12 ut pateat omnium figurarum similibus commune esse habere rationem homologorum laterum æquemultiplicatam dimensionibus. Demonstratio autem polyedrum inscriptum ita comparat ad sphaeram, ut antea ad conos & cylindros pyramides inscriptæ & prismata inscripta comparantur, conclusioque per labyrinthum non majoris, non minoris, atque utriusque partis incommoda procedit. Ita sexto loco cretensis labor inextricabilis iteratur. fuit enim labyrinthus iste 2. 5. 10. 11. 12. & nunc 18 p 12 ita sex demonstrationes in stereometria prorsus admirabilem logicam habuere, ut valde vehementerque adhibere, utrum post authorem harum demonstrationum logico quisquam & considerato iudicio ista perpenderit, labor cogitationum primarum sine authoribus gravissimus fuit: & videntur posterius difficultate deterriti nihil melius exquisisse, & certe experiendo facile adducor ut ignoscam, aliud tamen est veniam, aliud laudem mereri. Itaque eadem spe atque voluntate huc progressus minime in extremo concidendum fuit, sed ad finem usque perseverandum. Quare ex octodecim propositionibus duodecimi libri tres fuere de planis 1. 2. 16: de pyramide quatuor 5. 6. 8. 9: de prisma & pyramide tres generis stereometrici propriae 3. 4. 7. de sphaera duæ 17 propria, 18. in genere comprehensa, de cono & cylindro communiter quinque in generalibus comprehensa 11. 12. 13. 14. 15. unica 10 de cono & cylindro stereometrici generis propria: ita quod initio proposueram ex 18 propositionibus hujus libri, quinque solæ sunt stereometrici generis propriae: reliquis tredecim, tres sunt de planis, aliæ decem sunt inani tautologia ex generalibus factæ, & tamen ex illis quinque propriis 3. 4. 17. lucidiora stereometria potius quam seria & commoda documenta videantur.

Qq P. RAMI

► RAMI SCHOLARVM MA-
THEMATICARVM LIB. 29. IN DECIMUM TER-
tium elementorum.



Decimus tertius liber magis ad geometriam planorum attinet, quam ad stereometriam solidorum. Nam de propositionibus octodecim primæ duodecim sunt de planis, & quatuor primæ propositiones subtilius & curiosius à Theone demonstrantur, cum tamen fere consecraria sint ex 11 p 2, sicuti quinta nominatim à Theone deducitur ex eadem. Theon hic adhibet præterea *εὐθέσις* & *ἀνάλλοις* compositionem & resolutionem quinque primarum, tanquam res aliquas novas. *εὐθέσις* est assumptio concessi per consequentia ad quæsitum finem & comprehensionem, *ἀνάλλοις* est assumptio quæsitum tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Hæ sunt definitiones Theonis, quibus cōsentanea sunt illa, quæ Proclus primo libro elementorum protulit, mathematicas probationes esse à principiis vel ad principia, à principiis per se notis vel aliunde demonstratis, ad principia esse resolutiones & deductiones. Resolutiones quæ ponendorum principiorum vim habent, quibus compositiones opponuntur, cum à principiis ad quæsitum ordine progredimur. Deductiones ad impossibile habent vim destruendi: similiaque iis, Pappus affert initio septimi libri, velut *ἀνάλλοις* sit *ἀνάλυσις* & *παραγωγή*, eaque duplex *ἐνταυτῇ* & *ἐκταυτῇ*, quin libros τὸ ἀναλυμένον narrat 32 à tribus authoribus Euclide, Apollonio, Aristeo. Hæc (inquam) Procli & Pappi consentiunt cum Theonis ista doctrina, totumque genus huius retrogradæ (ut loquitur Campanus) doctrinæ commentitium est, & valde nugatorium. Hic enim pro quinque demonstrationibus factæ sunt à Theone quindecim: Primo quinque propositiones demonstrantur separatim deinde duæ cujusque demonstrationes aliæ factæ sunt, prima per resolutionem, secunda per compositionem. Analysis vero ista & sic à Theone definita rebus inveniendis utilis quidem est, eamque Plato veritatis inquirendæ viam in mathematicis inuenisse dicitur. At in componendis & demonstrandis rebus inventis contrariam geneleos viam adhibendam esse Plato idem admonet: *ἀνάλλοις* (inquam) ista est primæ observationis & experientiarum, artis & doctrinæ ordinanda non est: aliter res singulares primo inveniuntur, deinde genera colliguntur: aliter docenda posteaquam inventa sunt, à generalibus nempe incipiendo, & descendendo ad species. Hæc enim via sola præponit ea, quæ natura clariora sunt, at contra cum agitur, necesse est natura obscuriora præcedere, quæ hystérológia nullus est in docendo *φορδισμός* elenchus. Sed tamen analysim hanc ad formandam artem & doctrinam necessariam non esse Euclides vel Theon magno nobis argumento est; qui in
tot pro-

tot propositionibus aliis & antecedentibus antea, & postea in consequentibus nusquam adhibuerit. Nec in solis mathematicis ullus *ἀναλυτικός* usus reperitur quam in quadrato & cubo numero retexendo: cuius tamen analyticos in elementis Euclidis nullum verbum est. Elenchus igitur hic etiam Euclidis testimonio convincitur: Elenchus (ut dixi) valde foedus & sophisticus, sed unde interpretes Aristotelis, & Galenus in primis longe magis foedus, magisque literis omnibus exitiosum elenchus in scholas induxerunt, cum formam disciplinæ & ordinem id est methodum duplicem *ἀναλυτικὴν καὶ συνθετικὴν* commenti sunt. Nec enim mathematicus *ἀναλυτικὴν* illam methodum in tota vel Arithmetica vel Geometria disciplina, totoque artis unius corpore quisquam sequutus est, sed duntaxat in uno unius quaestionis syllogismo, idque, ut docui, omnino sophisticè. At interpretes hi docent non syllogismum quaestionis unius specialis, sed totius artis ordinem formamque analyti constitui posse: cuius commentum exemplum nullum in mathematica, imo nullum in ulla generis cuiusquam disciplina unquam viderunt. Sed hac de re actum est in dialectica ad caput de methodo. De singulis vero propositionibus aliquid separatim dicendum est. Sectio rectæ per mediam & extremam rationem tres proprietates in elementis habet reciprocas.

1 & 2 p 13 continent primam & simplicissimam, ubi quadratum unum quintuplum est unius, quæ materies est 1 & 3, in quibus etiam conversa vera est. Ex hac verò quintupli proprietate via patet secunda rectæ proportionaliter à Reamondo Poyneo Petragorio nobis proposita.

Si data recta continuata dimidio sit perpendicularis diametro ad idem dimidium hinc æquali, illinc quintupla, secabitur à peripheria proportionaliter. Ut in figura



Secunda proprietas sequitur.

4 p 13 Si recta secatur proportionaliter, tota & minus extremum possunt triplum majoris. Conversa hic etiam vera est, ut antea. Si recta & rectæ segmentum possunt triplum reliqui, recta ipsa secatur proportionaliter, & majus segmentum est reliquum. Ergo in hac utraque proprietate, & quintupli & tripli quadratorum est inter se comparatis, unde Euclides tamen nullam rectæ proportionaliter secandæ viam docuit. Proprietas ultima est in comparatione quadrati cum oblongo.

5 p 13 Ex hac æqualitatis comparatione viam geometria reperit rectæ proportionaliter secandæ ad 11 p 2 & 30 p 6.

6 p 13 proponit segmenta rectæ proportionaliter secta esse irrationalia, neque id tantum, sed speciem addit *ἄλογος*, nempe residua. At ut proponeretur generaliter irrationalia esse, certe specialiter residua nihil attinebat, & exemplo cuiuscumque numeri satis erat de genere dicere. Nam quemcumque numerum toti sectæ dederis, nullam unquam partem ipsius quotam segmentis attribues, idque

Qq 2 tamen

tamen perinde postulati potuit in geometria & assumi, sicuti postulat a Theone ad 11 6 p 1 numerum quadratum numeri quadrati duplum nullum esse, & hic sumitur ac postea sumetur quadratum quintuplum sub quintupli quadrati nullum esse, id (inquam) sic declarari & absque decimo libro percipi perinde potuit: imo verò cum geometriae partes pleræque sunt irrationales, quæ sine illo dogmate præcipuo è definitione rationalis intelligantur, nihil necesse fuit doceri segmenta rectæ proportionaliter sectæ esse irrationalia: una definitio rationalium satis superque fuerat irrationalibus omnibus, neque demonstratione generis, sed multo minus speciei opus erat: sed de his prædictum est in præfatione 10 lib. Hic verò nil aliud actum video, quam ut libri decimi aliquis videlicet usus ostenderetur.

7 p 13 demonstrationem difficilem non habet, causam tamen suæ veritatis videtur ipsa continere, & secunda demonstratio de angulis non deinceps communis est utrique parti, & faciliior superiore.

8 p 13 demonstrationem perinde facilem habet, ac proxima. Demonstratio autem demonstrat de inscripto quinquangulo, ex eaque deducitur fabrica pentagoni ordinati.

9 p 13 Conversio etiam vera est & demonstratur à Campano: verum sumi potest ut consecrarium è demonstratione antecedentis.

10 p 13 demonstrationem eandem iterat, ut probet duo oblonga separatim æqualia quadratis sexanguli & decanguli.

11 p 13 proponit diametrum circuli rationalem esse irrationalem ad latus inscripti quinquanguli, & demonstrat demonstratione omnium quæ adhuc fuerunt, prolixissima & odiosissima, satisfactio ad elenchum erit eadem quæ fuit in præfatione decimi libri, quæ 6 p 13 & hic affectatio consimilis fuit ad pompam libri decimi, cuius tam ingenti artificio opus esset ad rem nihili demonstrandum.

12 p 13 tam facilem demonstrationem, quam difficilem habuit superior proxima.

13. 14. 15. 16. 17 p 13 Sequentes quinque propositiones continent veteris theologiæ stereometriam opinione Pythagoreorum & Platoniorum admirabilem ad mundanorum corporum figuras constituendum: At in figuris elementorum constituendis Aristoteles philosophus Pythagora & Platone accuratior atque elegantior fuit, dum totam illam cosmopœiam per figuras ordinatorum corporum ab istis philosophis constructam diruit. In singulis propositionibus Euclides complectitur ordinati corporis fabricam, inscriptionem, rationem lateris ad axem circumscriptæ sphaeræ: At separatim hæc tria fuerunt explicanda. fabrica enim fuerat separatim in singulis declaranda antequam de sphaera diceretur, tandè expositis sphaericis inscriptio & comparatio laterum demonstranda. Hæc enim tria temere permiscuntur, neque tamen fabrica Euclidis generalis est, sed inscriptioni accommodata. In geometria planorum Euclides λογισ

μάτης

ἀντίρροπος & accuratior fuit, docuit fabricā trianguli quadrati multanguli circuli, primo libro, quarto adscriptionē docuit: Sic in stereometria separare artes istas debuit. Pappus tertio libro inscribit quinque eadem corpora per circulos parallelos: & fortasse possit alius aliter, sed inutilis subtilitas non placet. Nos igitur fabricas cujusque corporis suo loco in geometria tradidimus, tum sphaericis expostitis communem inscriptionem & rationem laterum conjunximus. Hac semel illic exposita, huc repeti nihil necesse erit.

13 p 13 habet inscriptionem propriam tetraedri: inscriptio autem reliquorum quatuor corporum communis est. figura enim æquilatæ sunt & æquiangulæ. Itaque per conversam 31 p 3. Si semicirculus diametri æqualis diametro datæ sphaeræ transeat per angulum unum qui necessario rectus est, nempe eorum ad terminos diametri connexorum, transibit eadem de causa per reliquos, & unusquisque angulus inscripti tanget peripheriam & inscribetur. Itaque elenchus hic quadruplus est. Tertia pars de ratione diametri sphaeræ ad latus tetraedri adhibet propositionem geometricam, quæ præcedere in geometria debuerat, & ad omnes res (quibus servire poterat) accommodari, quam ideo fecimus 6 e 12.

14 p 13 geometricam proportionem in tertia parte continet. Si basis trianguli rectanguli bisecetur à perpendiculari ex angulo recto, poterit duplum proportionis inter sectam & bisegmentum. ut patet ex 8 p 6 & 47 p 1. Campanus deducit 14 p 13 octaedrum secari in duas pyramides æquealtas, quarum altitudo sit radius sphaeræ, basis autem quadratum subduplum ad quadratum axis, sed præterea deducit 13 & 14 p 13 basim tetraedri esse potentia sesquiterciam ad basim octaedri eidem sphaeræ inscripti. Nam triangula in quadratis eadem basi habebunt rationem quadratorum: At quadratum lateris tetraedri est ad quadratum lateris octaedri, ut 4 ad 3. Itaque & triangula basis ad triangulam basim talis erit. Contra docet superficiem octaedri esse sesquialteram ad superficiem tetraedri. Nam cum superficies tetraedri constet ex basibus 4, quarum quælibet sit ut 4, omnes erunt ut 16: contra cum superficies octaedri constet ex octo talibus basibus quarum quælibet sit ut 3, Ergo omnes erunt ut 24: tota itaque superficies octaedri ad superficiem tetraedri erit ut 24 ad 16, id est sesquialtera. Ubi præterea Campani est indidem deducta propositio ejusmodi.

Octaedrum ad octaedrum eidem sphaeræ inscriptum, ut quadratum axis ad rectangulum est recta potente sesquitercium ad tres quartas lateris tetraedri, & est recta superquintupartiente vicesimas septimas earum quartarum. Indidem ab eodem deducitur: Perpendicularem à centro sphaeræ in basim tetraedri inscripti æqualem esse sextæ parti axis, quæ omnia geometram ingenii plenum demonstrant, mallet demonstrarent de artis usu fructuque sollicitum: talium enim inventionum ultima nunquam dabitur.

15 p 13 Prima pars separatim tractatur & communiter de fabrica cubi paulo tolerabilius: neque hac in parte ambitio superiorum demonstrationum iteratur: attamen definitio cubi hanc etiam fabricam complectebatur. Neque omnino quadrata sex ad quatuor angulos componi possunt, quin cubus efficiatur.

Qq 3 Ergo

Ergo hic etiam fabrica demonstrationis est, non demonstratio fabricæ. Tertia pars propositionem habet item geometricam ejusmodi.

Si basis trianguli rectanguli secetur dupla ratione à perpendiculari ex angulo recto, poterit triplum proportionalis inter sectam & minus segmentum. Hoc autem corpus ordinatum singulare est in genere quadrangulorum. Hinc etiam Campanus deducit duplex quadratum diametri sphericæ æquale esse superficiei cubi. Nam quadratum axis est triplum ad quadratum lateris cubici, id est ad unam basim cubi. At in cubo sunt sex bases. Itaque duplex erit æquale sex basibus. In idem etiam deducitur è dimidio lateris cubici in bessellem quadrati axis fieri soliditatē. Quam ingenti elegantia in propositionibus hisce postremis Campanus præcipue demonstravit, sed ostentatio ista fructum artis exquirentibus valde putida est. Fumi enim ejusmodi nil nisi geometricas utilitates impediunt.

16 p 13 *ἀπὸ τοῦ ἡμισίου* lateris ad diagonium & *ἀπὸ τοῦ ἡμισίου* speciem proponit, sed hac de re antea jam ad 6 & 11 p 13 docui, speciem *ἀπὸ τοῦ ἡμισίου* exquirere vanæ ostentationis & otiosæ, totusque liber decimus ad istorum corporum mysteria compositus videatur.

17 p 13 Demonstrationem Euclides prima parte triplicem facit, quod quinquangulum sit in uno plano, quod æquilaterum, quod æquiangulū. At quod demonstrat Euclides in uno plano esse quinquangulum, superstitiosa admodum demonstratio videatur, & tamen potuit etiam conclusio demonstrationis negari: Neque enim si una recta sit in quinquangulo, necesse protinus est omnes rectas esse, potest enim id accidere in quinquangulo cylindraceo & conico, tamen si planum unum est, quia recta in eo una est, cum rectæ fabrica permittatur regulæ, cur non & regulæ permittitur judicium de planicie? In hac tamen bella demonstratione notabilis est 32 p 6, quæ nusquam alias adhuc adhibita est. Tertia pars propositionis proponit lateris *ἀπὸ τοῦ ἡμισίου* & *ἀπὸ τοῦ ἡμισίου* speciem: elenchus refutatio erit hic eadem quæ fuit ad 6.11.16 p 13.

18 p 13 Epilogus quidam est retollectus è 13.14.15.16.17 p 13: unde promptum est data circumscriptæ spheræ diametro invenire latera inscriptorū corporum: In tribus primis repetitur idem prorsus, nisi quod tetraedrū & cubus cōjunguntur propter sectionis similitudinem, quia in utroq; diameter secatur dupla ratione, & cubus etiam pyramidatum est natura prius octaedro: icosædri autem latus curiose admodum & prolixè investigatur, cum breviter possit vel Theonis argumento inveniri, ut in geometria docuimus. Scholium autem hic adhibitū nomine Theonis in græco exemplari est. At ejusmodi antea scholia in sexto & decimo authoris cujusdam diversi facta sunt, quamvis plana ordinata innumerabilia possint esse: attamen demonstratio hæc accurate sane & manifeste colligit è generibus angulorum quinque tantum corpora ordinata institui posse, unde tetraedrum, octaedrum, icosædrum, basi triangula, cubus quadrangula, do-decaedrum quinquangula componitur. Atque ita geometria Pythagoræ theologiam quandam ex iis quinque corporibus ordinatis reperit. Itaque sic in Timæo mundum deus architectatur, ut igni tetraedrum, terræ cubum, aëri octaedrum, aquæ

aquæ icosaedrum, universo dodecaedrum tribuat, omnia in eandem & æqualē sphaeram concludat, in quo tamen analogiam potius figurarum quam veritatē & naturam cernas, ut figuræ illæ symbola sint in elementis quietis & motus, respondetq; tetraedrum ignis velocitati, cubus terræ immobilitati, octaedrum aëris liquori, icosaedrum aquæ fluxui, dodecaedrum calis capacitati. Alia etiam causā est apud Alcinoū de 12 signis in Zodiaco divisīs in quina triangula: numeroq; trecēta sexaginta, quot & Zodiaci sunt gradus. Itaq; Aristoteles 3 cap. 3 de celo labefactavit genus hoc geometriæ physicae, id est geometricis figuris incongruis elementa physica demonstrantis. Neq; verō Aristoteles geometricas figuras ad motum vel quietem rerum naturalium ineptas vel incongruas putavit: imo contrariū plane, ut in mathematico proemio docuimus, affirmavit: sed iudicavit corporibus illis tales figuras non congruere. Neq; si pythagoreum somnium ab Aristotele merito derisum est, idcirco ulla geometria vel dignitas vel utilitas imminuetur. Sed id in physica ipsa considerabitur amplius.

P ▶ RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIBER 30. IN

14. lib. elementorum.



Libri duo reliqui, ut nescio qui in titulis librorū ignari librarii dubitant, non sunt Euclidis, sed ex Apollonio per Hypsiclem descripti, ut epistola declarat. Euclides comparationē quinque pythagorearum figurarum instituit, rationemq; laterum docuit in tribus primis cum diametro sphaerae. Latera vero icosaedri & dodecaedri *ἀλλοιᾶ* esse demonstravit, nihil præterea, quod idem cum plerisque aliis à veteribus mathematicis traditū fuerat, ab Aristeo præsertim, quē Pappus Euclidē facit antiquiorē, sexq; librorum de solidis autorem memorat initio lib 7, & certe Aristeus nominatim in his postremis liberis appellatur: sed res Euclidis fortasse visa est imperfectior aut alienior, ut hinc constet duobus his libris institui doctrinam non modo non euclidean, sed Euclidis ipsi improbatā. Susceperat igitur Apollonius nobilis geometra, cuiusque hodie ē multis monumentis supersunt quatuor libri de conicis icosaedri & dodecaedri, cōparationē uberius explicandam, libroq; primū edito nō satisfecerat, ideoq; emendatus à Basilide & Hypsiclis patre accuratius eam quæstionē rescripserat, unde subducta est ab Hypsiclis materia decimi quarti & decimi quinti libri. Decimi quarti libri materia est in quintuplici ratione, ut superficies dodecaedri ad superficiē icosaedri, sic oblongū ē perpendiculari & latere dodecaedri ad oblongū ē perpendiculari & latere icosaedri. Hæc prima est duabus rationib; pportio tractata ad 2 p 14. deinde ut oblonga inter se, sic latus cubi, ad latus icosaedri, quod cōprehenditur 4 p 14 magis quam præcipuē demonstratur. Hæc secunda est proportio ē secunda ratione & tertia. Tertiū, ut latera hæc inter se, sic recta potēs secūda pportionaliter & majus segmentū ad rectam, quæ possit eandem & minus segmentum, Hæc tertia est pportio ē tertia & quarta ratione. Quarto, ut latera eadē, sic dodecaedri ad icosa-

icosaedrum. Hæc quarta est proportio est tertia & quinta ratione, tractata tandem in scholio. Hæc (inquam) materies est decimi quarti libri in quatuor propositiones numero digesta, quæ re ipsa sunt undecim, uti demonstrabo, & tamē propositiones ferè geometricæ, non stereometricæ. At enim ut planius sit quod exposui hæc ab Euclide reiecta ac repudiata esse, operæpretium sit excellentium ingeniorum logicis habentis solutorum motus vagos & errantes intueri. Apollonius geometra magnus appellatus est, ut antea dixi, & magnus revera fuit, sed magnis virtutibus magna quoque vitia affinia fuerunt. Voluit Apollonius demonstrare solem illum mathematicum, Quæ eidem æqualia, & quid mirum modo sit, si euclidea circa stereometriam mundanarum figurarum acumina, & quidē acuminibus Euclidi improbatissimum superare voluerit. Nihil in antiqua geometria speciosius visum est quinque corporibus ordinatis, eorumque gratia geometriam ut ex Proclo initio dictum est inventam esse veteres illi crediderunt. Itaque ut quisque magnificentissime de se sensit, ita sibi maxime statuit circa hoc problema aliquid elaborandum & exornandum, Archimedes tredecim corporibus, de quibus initio dictum est, Euclidis corpora veluti æmulatus est: Apollonius, Aristæus, Isidorus, ac plerique alii eandem gloriam æmulati sunt. At in totis elementis nihil est istis argutis ineptius & inuulius. Id igitur breviter agatur, & consideretur per quam Apollonii logicam materia propositionum undecim pro quatuor numeretur, & quæ stereometriæ utilitas ex omnibus omnino percipi possit. Hic enim stereometria nulla prorsus erit. Geometricæ erunt quedam in prima propositione in lemmatis, in consecrariis.

1 p 14. Litera alia videtur in Hypsiclis esse, nempe pro $\epsilon\kappa\tau\epsilon\sigma\tau\epsilon\sigma$, quod est in litera propositionis. Hypsiclis demonstratio proponit, & cōcludit $\tau\epsilon\epsilon\kappa\gamma\omega\nu\varsigma$, quod tametsi re idem est, attamen non perinde verbis res proponitur. $\epsilon\kappa\gamma\omega\nu\varsigma$ circulo inscribi proprie dicitur, non autem radius. Et hæc propositio geometrica est, stereometriæ proprium nihil habet: antecedere itaque debuit in geometria planorum, si quid tamen utilitatis adferret. Hic enim Euclidis iudicium sequor, non quælibet inventa in elementis habeo, nec logicas leges oblitus sum. finem bene metiendi specto, indeque homogenea metior.

2 p 14. duo geometrica lemmata demonstrat ad propositionis demonstrationem necessaria, quæ propositionum locum & numerum non minus merebantur quam subiecta propositio, cui adiunguntur. Primum est.

Si recta continuetur est latere quinquanguli & subtendente angulum, poterit quintuplum radii. Secundum est.

Si latus sexanguli secetur proportionaliter, majus segmentum erit latus decanguli. Hæc (inquam) duo lemmata hic permiscuntur, quæ si proponenda tamen essent, separatim propositiones in geometria habere debuerat. secundū a nobis retinetur propter usum adscribendi decanguli. Sed tamen utrūque logicæ Apollonii demonstrat, materias propositionū ita permiscens & confundens, multoque major ingenii hujus insolentia nescio quæ est, id enim sophisma Theoni vel Euclidi est inusitatū: utitur Apollonius in demonstratione propositionis hujus argumen-

to tana

tō tanquam principio, unde postea fiet in hoc libro demonstrabilis propositio decima (ut duarum rectarū proportionaliter sectarum prima est ad suū majus segmētum, sic secunda est ad suū:) Hunc elenchum Campanus evitavit: propositionemque istam secundam hoc in libro fecit. Pappi tamen est prorsus eadem lib 5 th 51.

3 p 14 demonstratio 4 p 1 tantum utitur & numeris, ejusq; corollarium præcipuum & fundamentum sequentis. Tum verò propositionis hujus materia etiā geometrica est triangulis oblonga comparantis, stereometricū hic nihil est. Ad dicitur hic corollarium, ut superficies ad superficiem, sic oblongum ad oblongū. 4 p 14 logicam secundā simillimam habet, lemma pariter admiscet.

Si de recta proportionaliter secta dimidio dimidium majoris segmenti secetur, dimidium secundum erit majus segmentum primi proportionaliter secti. Et hoc item geometricum est, non stereometricū. Positis autem cōsecutio superioris propositionis & hoc geometrico lemme ad figuram propositionis accommodato, & quatuor proportionalibus per illud principium postea demonstratum distinctis in latere cubico & latere quinquanguli & duabus perpendicularibus, ut oblongum extremorum sit æquale oblongo mediorum, sorte quatuor graduum propositio concluditur, ut superficies dodecaedri ad superficiem icosaedri, sic per corollarium præcedentis, oblongum ē perpendiculari & latere quinquanguli, id est ē minore perpendiculari, & latere cubico (quoniam ei per 16 p 6 est æquale) oblongū ex eadē perpendiculari & latere icosaedri: atq; ut sunt oblonga, sic tum per 1 p 6 latus cubi ad latus icosaedri: quia sunt bases æquealorum. Ergo de primo ad ultimum, ut superficies dodecaedri ad superficiem icosaedri, sic latus cubi ad latus icosaedri. Hæc enim gradatio erit hujus demonstrationis. Adhuc igitur materies octo propositionum fuit primā, secundā, & ad secundam propositionem duorum lemmatum, tertiā & sui corollarii, quartā & sui lemmatis. Sequuntur tres propositiones, in nullo tamen propositionis numero habitæ. Nona igitur decimi quarti propositio erit.

Latus cubi est ad latus icosaedri, ut recta potens sectam proportionaliter & majus segmentum ad rectam, quæ possit eandem & minus segmentum. Cujus demonstratio prima est ē cubi latere ad latus dodecaedri potens latera sexanguli & decanguli per 10 p 13, id est rectam sectam proportionaliter & majus segmētum per 2 lemma ad 2 p 14: At latus icosaedri per 12 p 13 potest triplum lateris sexanguli, & continuata ē latere sexanguli & minore segmento potest per 4 p 13 triplum majoris segmenti. Itaq; ut potentia tripla ad subtriplam, sic potentia tripla ad subtriplam, ac per 22 p 6 rectæ quatuor proportionales, alterneq; item pportionales, ut tripla ad triplam, sic subtripla ad subtriplam, id est secta proportionaliter ad majus segmentū, ideoq; per 17 p 13 ut latus cubi ad latus dodecaedri, id est ad rectā quæ potest proportionaliter sectam & majus segmentum, sic latus icosaedri ad rectā quæ potest eandē sectā & minus segmentū: quomodo & latus icosaedri fuit ad rectam quæ potest eandem sectam & minus segmentū. Quare alterne latus cubi est ad latus icosaedri, ut recta potens sectam proportionaliter & majus segmen-

Rr tum,

tum, ad rectam quæ possit eandem & minus segmentum. Hæc demonstratio solers est & Apollonii ingenio digna, non potuit Apollonius cubi latus cum icosædri latere certa ratione & explicabili comparare, comparavit cum irrationalibus segmentis scilicet proportionaliter, quo genere videlicet irrationale comparari potuit. Atque hæc de propositis rationibus quarta est. Sequitur propositio decima. Duarum proportionaliter sectarum, ut prima est ad suum majus segmentum, sic secunda est ad suum majus segmentum: qua propositione tanquam principio Apollonius jam ter usus est in 2. 4. 5 p 14. & hi nimirum sunt vagi errantesque motus ingenii logicis legibus soluti & ab Euclide improbat, de quibus prædiximus, & tamen insolentia doctrinæ mirabiles. Si propositione illa tanquam principio usus esset Apollonius, laudarem. Est enim principium per se clarum, & in ipso proportionis ejusdem sensu manifestum. At postea demonstrare, quod antea pro principio sumpseris, *ἀπορίας* est non ferenda: & tamen quomodo principium hoc demonstratur ab Apollonio? Eo sane modo quo demonstratum est ab eodem: Quæ eidem æqualia. Quare demonstrationem ejusmodi pluribus non persequor, tantum moneo cautius spectandum esse, quibus credatur, & magnis nominibus magnas imposturas fieri. Superest decimi quarti propositio undecima & ultima, quæ quintam de rationibus Apollonii & ultimam cōplectitur.

Dodecaedrum est ad icosædrum ut latus cubi ad latus icosædri.

Scholias tes hanc rationem collegit argumento pyramidum, quibus solidæ ita componuntur: Sed argumentum hoc commune est cubi cum octaedro & triusque cum tetraedro, quia illa perinde componuntur ex pyramidibus. Et enim ut ex triangulis triangulata sunt omnia plana, in eaque resolvuntur, sic ex pyramidibus sunt pyramidata omnia solida plana, in easque resolvuntur, omninoque verum est quod corpora plana æqualia esse, quæ comprehenduntur à planis æqualibus multitudine & magnitudine: Itaque inter se sunt ut superficies. Ergo scholias tes iste sive ex Apollonio sumpserit, sive ex sese id attulerit, elenchum facit eundem speciei pro genere, quem antea locis infinitis adnotavimus ab Euclide factum, sed alium in super elenchum toto scholio graviores facit, dum probare vult rationem corporum & superficierum eandem esse. Hic enim quid facit? Circuli æquales circumscribuntur quinqueangulo dodecaedri, & triangulo icosædri. Verum inquā id enim fuit 2 p 14. Deinde æquales in sphaera circuli sunt, qui distant æqualiter à cetro. At (inquā) 14 p 3 fuit ejusmodi, in geometria planorum nulla propositio intercessit in elementis, ubi de sphaericis id ostendebatur. Sic Euclidi fuit ad 17 p 12 maximo orbe sphaeram bifecari. Campanus itaque circulorum æqualitatem istam demonstravit, & ante Campanum Theodosius 6 p 1. attamen melius id ex circulari geometria postulabitur. Ergo talis demonstratio logicam Apollonii demonstrat. Tum verò pyramides æquales verticibus in centrum depressæ, subtilius bifecantur, & ex membrorum proportionem ratio corporum judicatur. Verum (ut dixi) superficies & pyramides istæ cōmunes sunt omnium solidorum planorum. Itaque magna ambitione elenchus iste colligitur, unde etiam concluditur dodecaedrum esse ad icosædrum ut est superficies ad superficiem, utque

atque latus cubi ad latus icosaedri, quo eodem sophismate tota gradatio repeti potuit, de reliquis antecedentibus rationibus oblongorum & sectorum proportionaliter. Si quæras igitur quæ sit ratio icosaedri ad dodecaedrum, dicit Apollonius: Primò, eandem esse, quæ superficiæ ad superficiem: Secundò, eandem esse, quæ est oblongi ad oblongū: Tertiò, eandem esse, quæ lateris cubici ad latus icosaedri: Quartò, eandem esse, quæ rectæ potentis sectiæ, proportionaliter & minus segmentum ad rectam quæ possit eandem & minus segmentū. Hæc (inquam) Apollonii erit ad istā quæstionē responsio, & ista undecim, ppositionū materia.

P RAMI SCHOLARVM MA

THEMATICARVM LIBER 31. IN

decimum quintum elementorum.

Decimus quintus liber habet materiam decimi-terti confimile, sed inopem admodū, & vix elementorū nomine atq; inscriptione dignam, quisquis ejus author fuerit sive Apollonius, sive Hypsicles, sive Aristæus, sive quivis alius. Definivit Euclides 1 & 2 d 4 inscriptionem & circumscriptionē rectilineorū inter se, speciale tamē nihil instituit, quomodo triangulo triangulū, quadrangulo quadrangulū, aut triangulū quadrangulo ascriberetur. Rectilinei adscriptionē cum circulo tantum quarto libro instituit, & solidorum corporum adscriptionem cum sphaera decimo tertio dūtaxat instituit. Apollonius, Aristæus, Isidorus, Hypsicles, aut nescio quis alius superare hic Euclidē voluit, & adscriptionē solidorū corporū ordinatōrū inter se docuit, negotiolū sane pusillū, tamē hoc etiā ad extremū cōplectamur. Propositiones numerant quinq; sed materies est minimū decē, omniū tamē stereometricarū, ut libri superioris elēcho hic simile quiddā sit, qddā dissimile. 1 p 15 sententiam problematis hanc habet.

Sit res ab eodem cubi angulo diametri quadratorum reliquorum diametris. connectantur, inscribent tetraedrum cubo.

Demonstratio hic brevis est de triangulis æquilateris, quia latera sunt diametri æqualium quadratorum. Sed quæstio hic gravior est, quomodo ad 1 & 4 d 4. possit inscribi tetraedrum cubo, cum quatuor anguli non videantur posse sex plana cubi tangere, de quo jam antea ad 1 & 4 d 4 dictum est. Singuli tamen tetraedri anguli hic singulos terminos cubi tangere, nempe singuli ternos, sed extremos. Hypsicles nihil definit. Campanus autem ambigue præcipit ad 12 p 15. Tetraedro (ait) non posse inscribi cubum, icosaedrum, dodecaedrum. Non enim (ait) sunt in tetraedro bases aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi, icosaedri, dodecaedri possint extrema tetraedri contingere. Hic Cāpanus inscriptionem ostendit esse in contactu angulorum inscripti cum extremis circumscripti, & quidem in basibus, vel angulis, vel lateribus ejusdem circumscripti, iterum ibidem ait octaedrum non posse inscribi icosaedro, quia sex anguli octaedri non possunt contingere sex vel bases, vel angulos, vel latera

Rr 2 icosaedri.

icosaedri. Hæc (inquam) ambiguitas est Campani, contactum tripliciter definitis à planis, à lateribus, ab angulis. At necesse est si figura figuræ inscribitur, ut singuli anguli inscriptæ tangant singulos terminos circumscriptæ. Itaque cum hic solidi terminus sit basis plana, contactus inscripti & circumscripti fiet ex angulis inscripti, & terminis circumscripti. Nec videtur ad Euclidis definitionem tetraedrum inscribi, nisi extremorum terminorum contactus intelligatur.

2 p 15 sententiam hanc habet.

Si latera tetraedri bisecta connectantur, inscribent octaedrum tetraedro.

Demonstratio hic facilitate par est superiori. Atque ut in prima propositione contactus intelligendus est. Hic enim sex anguli octaedri, contingunt quatuor terminos tetraedri, sed extremos, singuli binos, tresq; vicissim eandem.

3 p 15 sententiam problematis hanc habet.

Si e centris quadratorum cubi duo opposita cum reliquis cõnectantur, inscribent octaedrũ cubo.

Demonstratio hic perinde prompta est per fabricam & 4 p 1. quod octaedrũ sit inscriptum. Latera enim sunt bases triangulorũ aquicrurorũ & rectangulorũ, sed hujus inscriptionis facultas etiã per contrariũ primæ & secundæ patere potest. Nam si tetraedrum inscribatur cubo, & octaedrum tetraedro, sanc & octaedrum inscribetur cubo. Octaedrũ aut inscriptum cubo contingit non latera vel angulos, sed bases cubi, sicuti tetraedrũ, & hic manifestissima est illa inscriptionis ratio, neq; dubia ut antea fuit in tetraedro & octaedro inscriptis.

4 p 15 sententiam problematis hanc habet.

Si centra triangulorum octaedri connectantur & inter se supera, infraque, tum superis infra, inscribent cubum octaedro.

Demonstratio brevis ut antea bisectis lateribus octaedri: æqualitas enim laterũ patebit per 4 p 1, & æqualitas angulorũ in triangulis, unde p 13 p 1 rectus erit in cubo. Est autem propositio hæc conversã tertiam, & inscripti cubi contingunt tantum terminos circumscripti octaedri ut in superiore adscriptione, & hinc aliter sumetur inscriptionis illius manifestã ratio: Hinc verò patet cõversa secundã. Nam si cubus inscribatur octaedro & tetraedrum cubo, tetraedrum inscribetur octaedro, & tetraedri anguli tangent tantum terminos octaedri. Octaedro autem vel cubo neque icosaedrum neque dodecaedrum possunt inscribi, quia anguli illius 12, hujus 20, non possunt singulas illas bases contingere.

5 p 15 problema sic habet.

Si centra triangulorum icosaedri connectantur inter se supera infraque, tum superis infra, inscribent dodecaedrum icosaedro. Demonstratio hic item facilis. Atque hic manifesta est inscriptio, cum anguli tangat terminos non extremos, sed intermedios. Possunt etiam inscribi icosaedro cubus & tetraedrum. Nam cum dodecaedrũ fuerit inscriptum icosaedro per 5 p 15, & cubus dodecaedro per 17 p 13, cubus erit inscriptus icosaedro, & hic anguli cubici singuli contingent binos terminos extremos. Itẽ si cubus inscribatur icosaedro per proximũ corollarium per & tetraedrũ cubo per 1 p 15, tetraedrum inscribetur icosaedro, & hic anguli tetraedri singuli contingunt quinos terminos extremos. Atq; ita icosaedrũ suscipiet hospitio suo tetraedrum,

tetraedrum, cubum, dodecaedrum: octaedrum autem solum non suscipiet, quia sex anguli singulas icosaedri bases & singulos terminos contingere non possunt. Atque (inquam) Hypsicles parum hic pythagoream philosophiam animadvertere videatur. Nam cum pythagorei similitudine quadam motus & quietis attribussent, tetraedrum igni, octaedrum aeri, icosaedrum aquae, cubum terrae, capacitatis argumento (ait Campanus) attribuerunt dodecaedrum mundo, propterea quod ambitu suo omnia complecteretur. At hic Hypsicles includit icosaedro dodecaedrum, cum debuerit contra icosaedrum inscribere dodecaedro. Itaque merito Aristoteles istam figurarum in elementis comparisonem 8 cap. 3 lib. de caelo, ut antea dictum est, irrisit, neque nos in arte ingenua & nobili & in humanae vitae auxiliū reperta argutias quamlibet admirabiles, nisi etiam utiles fuerint, irridendas potius arbitramur, quam ejciendas, multo etiam magis Campani consimiles accessiones, quibus bellam istam stercometriam locupletavit. Adhuc propositiones quinque numeratae sunt, reliquae sine numero sequuntur, quinta de numero laterum & angulorum cujusque corporis ordinati per scholiastem fortassis eundem qui fuit antea ad 5 d. 6. 19 p. 10. & in fine duorum proximorum librorum. Proclus tamen non videtur hos extremos libros Euclidi annexos legisse, qui tredecim tantum Euclidi tribuit, ut primo scholarum mathematicarum libro dictum est. Sed tamen quisquis scholiastes hic fuit, colligit arithmetice magis quam geometricè numerum laterum & angulorum, quod definitionum consecrariis in geometria complectimur, sed minima levissimaeque in his corporum miraculis inventa maxima & gravissima amatoribus & admiratoribus suis visa sunt. Atque ita in una propositione scholii hujus propositiones quodammodo quinque sunt. Apollonius, Aristaeus, Hypsicles, Campanus auctores variarum subtilitatum adhuc fuerunt, reliquae accessionis auctor ab Hypsicle appellatur Isidorus, & honorifice cognominatur, modo μέγας διδάσκαλος magnus praeceptor, modo etiam ἐνυκτίεσσι & ἀνὴρ clarissimus vir. Hic igitur magnus doctor & clarissimus vir inclinationes corporum simpliciter sine demonstratione exposuerat ex unico dato comprehendentium planorum. Hypsicles autem demonstravit, & materiam in quatuor prolixas demonstrationes dilatavit, neque quamvis summo doctori viroque clarissimo rem simpliciter exponenti credidit. Itaque Isidorum etiam hic Hypsicles ut antea Apollonium demonstrationis laude vincere studuit. Sed res ipsa subducatur, & victoria laus aestimetur. In cubo nulla est inclinatio, quia anguli sunt recti: Inclinatio tantum est quatuor reliquorum ordinatorum corporum. Ergo in tetraedro sic invenietur.

Si detur tetraedri triangulum, & ab ejus vertice perpendicularis in basim, rectae duae perpendiculares aequalēs a terminis basim concurrentes comprehendunt angulum inclinationis.

Hæc problematis primi est inventio.

Si detur intermedium octaedro quadratum & perpendicularis a vertice trianguli in basim, rectae duae perpendiculares aequalēs, a terminis diametri concurrentes comprehendunt inclinationem octaedri.

Rr 3 Hæc

Hæc problematis secundi est inventio.

Si detur intermedium icosaedro quinquangulum & perpendicularis à vertice trianguli in basim, recte duæ perpendiculari æquales à terminis subtendentis angulum quinquanguli comprehendunt inclinationem icosædri.

Hæc tertii problematis est inventio.

Si detur dodecaedri quinquangulum & perpendicularis à subtendente angulum in latus parallelum, recte duæ perpendiculari æquales à terminis subtendentis concurrentes comprehendunt inclinationem dodecaedri.

Hæc denique quarti problematis est inventio. Inventio tamen genere sermone succinctorum comprehensa quàm ab Isidoro proponitur. Adhibet enim ad inveniendum rectas perpendicularibus æquales duplicem peripheriam tantum triangulum æquicrurum constituere. Hic primus elenchus est. Deinde in singulis crura æquantur perpendiculari. Id igitur erat generale non iterandum quater, sed generaliter ac semel exponendum, angulum nempe inclinationis esse, cujus crura æquantur perpendiculari à vertice trianguli in basim, sed basim esse basim trianguli in tetraedro, diametrum quadrati intermedii in octaedro, subtensam angulo intermedii quinquanguli in icosaedro, subtensam angulo terminantis quinquanguli in dodecaedro. Sic (inquam) magni doctoris & clarissimi viri inventio concluderetur, & tamen inventio quæ novi nil haberet, quod definitionibus ipsorum corporum & fabricis non melius explicaretur. Attamen ista tanti doctoris tamque clari stereometria euclideanis elementis parum consentanea est. *κλίσις* enim vel inclinatio quæ 5 & 6 d. 11. definitur ab Euclide, acutus angulus est: at octaedri, icosædri, dodecaedri inclinatio est angulus obtusus. Acutus enim est in tetraedro, rectus in cubo, obtusus in octaedro, icosaedro, dodecaedro: neque hic disputatione *κλίσις* ab Isidoro melius generaliter accipitur, quàm accipitur ab Euclide, sed convinco hanc doctrinam Euclidis doctrinæ non convenire, factumque ab Hypsicle simpliciter & imperitè, quod istas quilibet Euclidis libris adjunxerit. Quamobrem Isidori magnitudo & claritas ex hac magna & clara inclinationum inventionem iudicetur, & desinamus specie magnificorum nominum pueriliter decipi. Sed Euclidem Apollonius vicit, utrumque magnus Isidorus, universos Hypsicles unus longissimè superavit: viatoriam igitur hanc postremam spectemus. Quid igitur ait Isidorus (inquit) ista præclara reperit, sed tãquam per se manifesta præterit. Hypsicles igitur ipse demonstravit: Itaque inventio Isidori, Hypsichis est demonstratio. Ecquid (inquam) qualis est ista demonstratio? Sane bene longa & prolixa, & totis decimi quinti libri quinque propositionibus longior & prolixior, sed longitudine inepiarum & prolixitate mirabili Isidorus magnus Hypsichis visus est, quia dato unico plano invenisset inclinationem omnium. At Hypsicles mirificus homo hic fuit: Apertè enim sumit quod demonstrare vult: in primo problemate sumit tetraedrum integrum, in secundo sumit dimidium octaedri, in icosaedro quartam partem, in dodecaedro sumit duo quinquangula sic inclinata ut sunt in ipso dodecaedro. Quapropter inclinationum istarum & inventio & demonstratio
ridicula

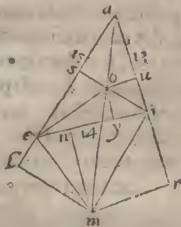
ridicula est, neq; metricæ artis quicquam nisi impedimentum, ut superiora ple-
raque alia continet. Quamobrem subducis quindecim elementorum libris
summum illud tertio mathematicarum scholarum libro positū problema con-
cludatur, arithmetica & geometriam præclaras quidem & humanæ vitæ fru-
tuosissimas artes esse, sed quindecim elementorum libris sic esse obscuratas, ut
non mirum sit, vulgo (cum propter obscuritatem ignotæ sint) inutiles etiam
judicari, in signa quoque hominibus emolumenta comparaturum, qui obscuritate
resecta exemplo atque opere fructum arithmeticæ & utilitatem geometriæ de-
monstraverit.

F I N I S.

DEMONSTRATIO GEODÆSIAE TRIANGVLARIS,
huc resecta propter hysterologiam obscuram.

SI ē dimidio collectorum dati trianguli laterum latera ipsa sigillatim sub-
ducantur, latus continue facti ē dimidio & reliquis erit area dati trianguli.

Est igitur triangulum aei cuius latera sint 13. 14.
15, totus ex iis numerus est 42, dimidium 21, differen-
tia laterum à 21 sunt 8. 7. 6. factus ē dimidio & reliquis
est 7056, latusque 84, area trianguli: hujus numera-
tionis geometricā causam Jordanus & Tartalea quæ-
sivere, sed miris ambagibus, & Apollonii logicam lon-
gissime superantibus. Huc itaque demonstrationem
talem rejecimus, sic igitur demonstrationem accipe.
Biseca angulos aei & aie à concursu bisecantium per-
pendiculares in latera æquantur: æquantur item se-
gmenta iu & iy , ey & es per 26 p 1, quia æquantur dimidii anguli bisecantium &
duo recti, & latus commune est. Est jam infinita recta ao : Hic item verticis an-
gulus bisecatur, lateraque as & ae æquantur per 47 p 1 & 1 ax. Tertio crura con-
tinuentur æqualiter alternis basis à perpendicularis segmentis air & acl , conti-
nuata æquantur inter se, quia ternæ partes æquantur as & ae , se & ir , quia ambæ
æquantur ipsi ey , tum æquantur el & ei , quia ambo æquantur ipsi ey , æquantur
item continuata & semiperimetro quia ambo æquantur toti perimetro. Hic no-
tabis tria segmenta continuati lateris tres esse reliquias laterum à dimidio sub-
ductorum. Nam si tollantur à continuato latere air , primo latus ai relinquetur
 ir velut 8: tum reliqua per partes ut ie per ui & ir , item es & sa per ir & au , relin-
quentur pro secunda tertiaque differentia au & ui tanquam 7 & 6. Quarto per-
pendicularis esto rm cōnexa per m æqualē & in angulo recto, ut triangula mal
& mar docet per 4 p 1. Quinto rectæ sunt im & em , quadrata earū different pro
disse,



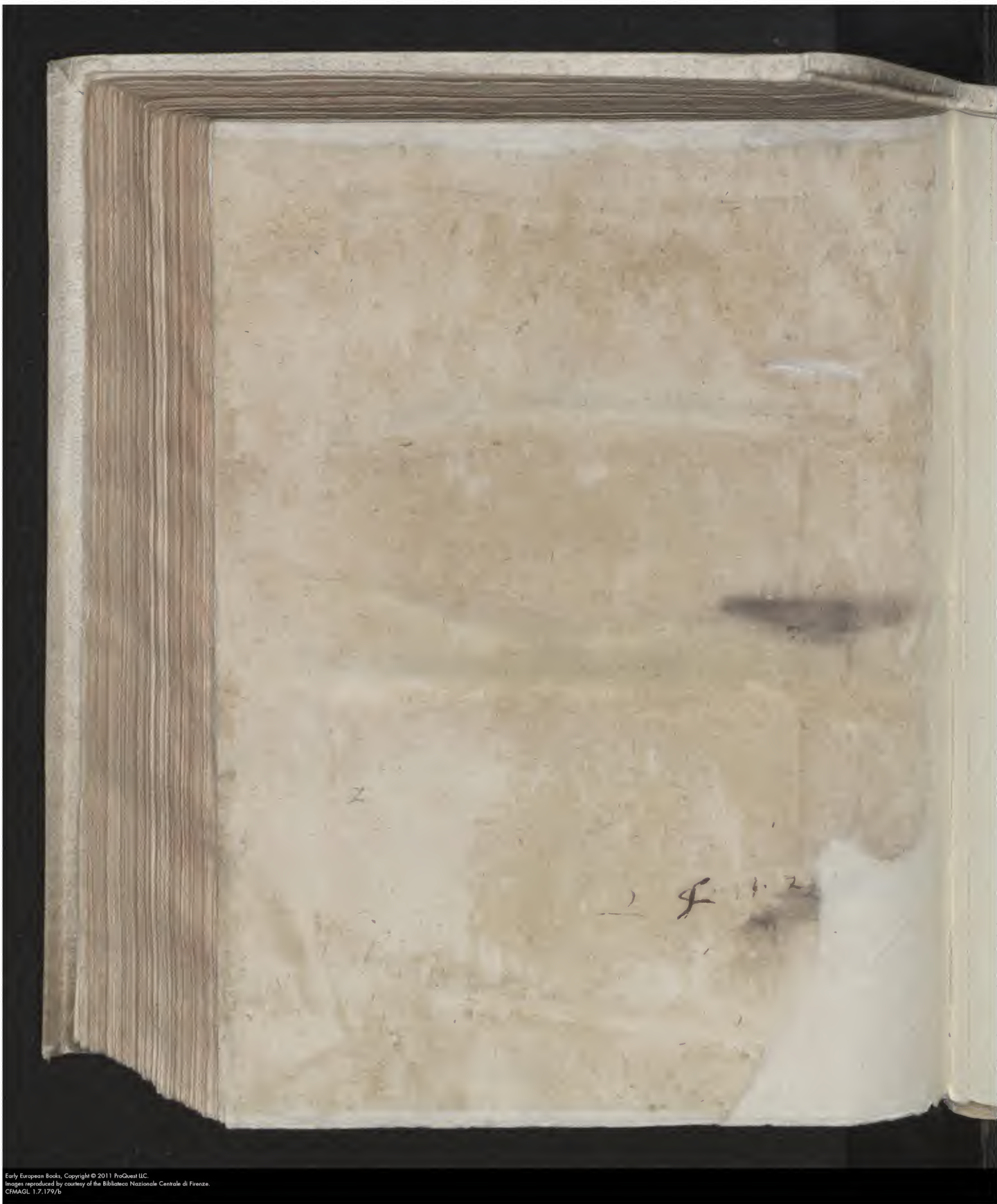
differentia continuationum $irel$ per 47 p 1 & 4 ax. Sexto secetur bn æqualis y i
 & connectatur nm : ea perpendicularis erit super ei , quia ita secat: basim ei trian-
 guli eim , ut quadrata eorum differant pro differentia segmentorum, quod cum
 sit in triangulo, recta secans est perpendicularis, ut patet per 47 p 1 & 5 axi. Se-
 cus accideret differentiam partium magis inæqualium eandem esse cum diffe-
 rentia partium minus inæqualium, ut in 7 & 3, partibus denarii, atque in 6 & 4
 ejusdem totius partibus. Hic angulus lmn bisecatur per em per 47 & 8 p 1, ipse
 que cum angulo lem æquatur duobus rectis, quia duo reliqui oppositi ad l & n
 recti item per 13 p 1, perque i ax. cum angulo sen æquatur duobus rectis: Itaque
 & bisegmenta æqualia. Quare triangula $osic$ & elm sunt æquiangula, ideoque
 similia per 4 p 6, oblongumque extremorum os & ml æquatur oblongo medio-
 rum per 16 p 6. Atque ut quadratum ex os ad rectangulum extremorum, id est
 mediorum, sic perpendicularis os ad rectam ml . Recta enim est ad rectam, ut qua-
 dratum alterius ad rectangulum utriusque per 1 p 6, sic item as ad al . Oblongum
 igitur extremorum æquatur oblongo mediorum, id est plano trium differentia-
 rum. Atque uterque planus multiplicatus per semiperimetrum facit duos ite-
 rum planos æquales. Hic rursus planus differentiarum multiplicatur per dimi-
 dium, & planus est quadrato perpendicularis per semiperimetrum est planus, est
 quadrato perpendicularis & est quadrato semiperimetri. At planus est duobus
 quadratis æquat quadratum ex area trianguli. Nam si triangulum sumatur æ-
 qualis tum basis dati trianguli perimetro, tum altitudinis perpendiculari æqua-
 bit per 1 p 6 datum triangulum: itemque parallelogrammum æquealtum & ba-
 sis dimidiæ: quod ipsum erit medium proportionale per 1 p 6 ad quadratum est
 lateribus ipsius. Itaque multiplicare hæc duo laterum quadrata est quadrare
 datum triangulum, ejusque quadrati latus erit area dati trianguli. Hæc igitur
 demonstratio jordanæ & Tartaleæ egregiam suorum authorum in mathemati-
 cis intelligentiam demonstrat, ac vellem etiam egregiam logicam
 una demonstraret.

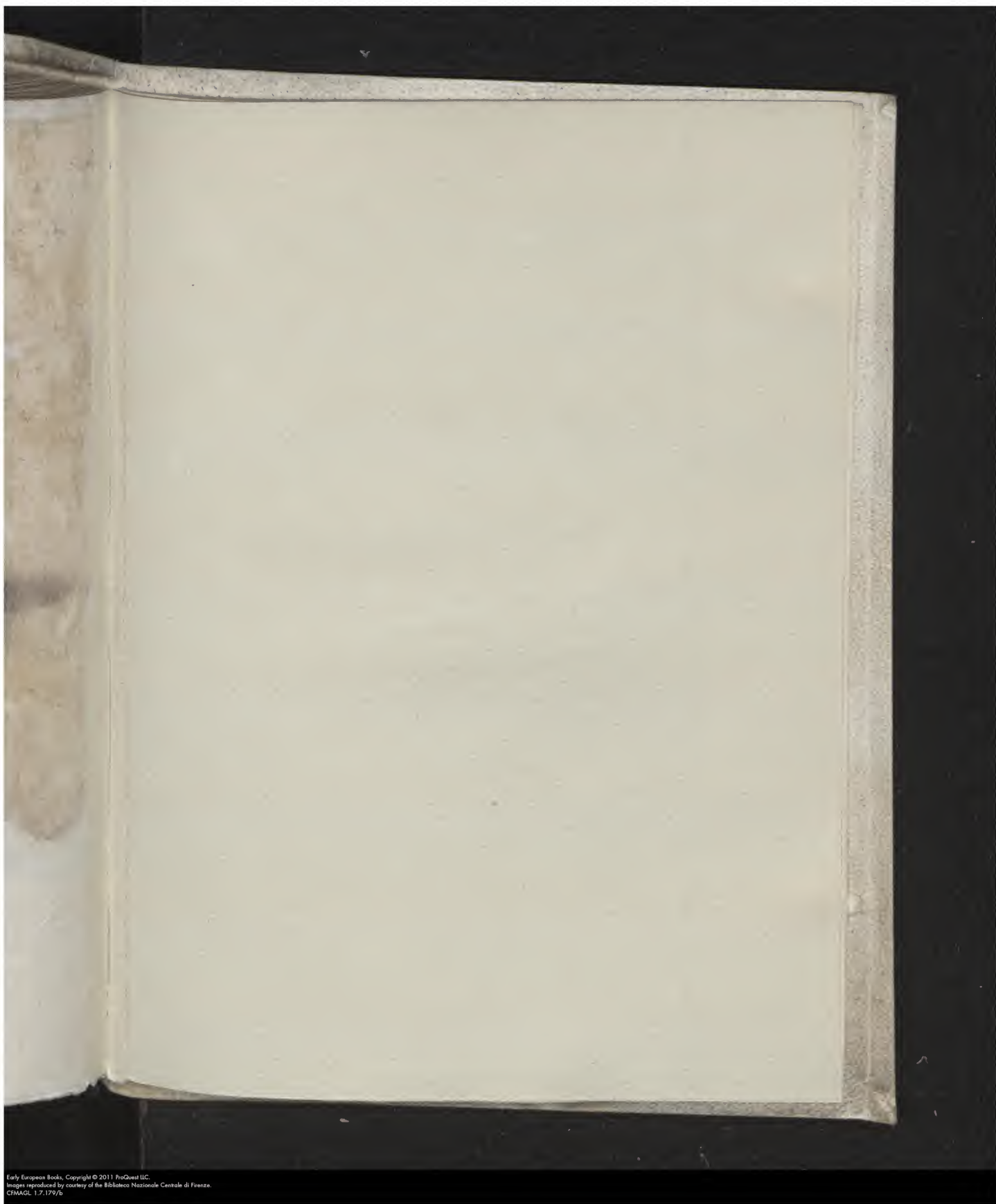
sy i
an=

um
Se-
lffe/
X 4
pfe/
&n
que
que
dio
dest
qua
um
ntia
ite=

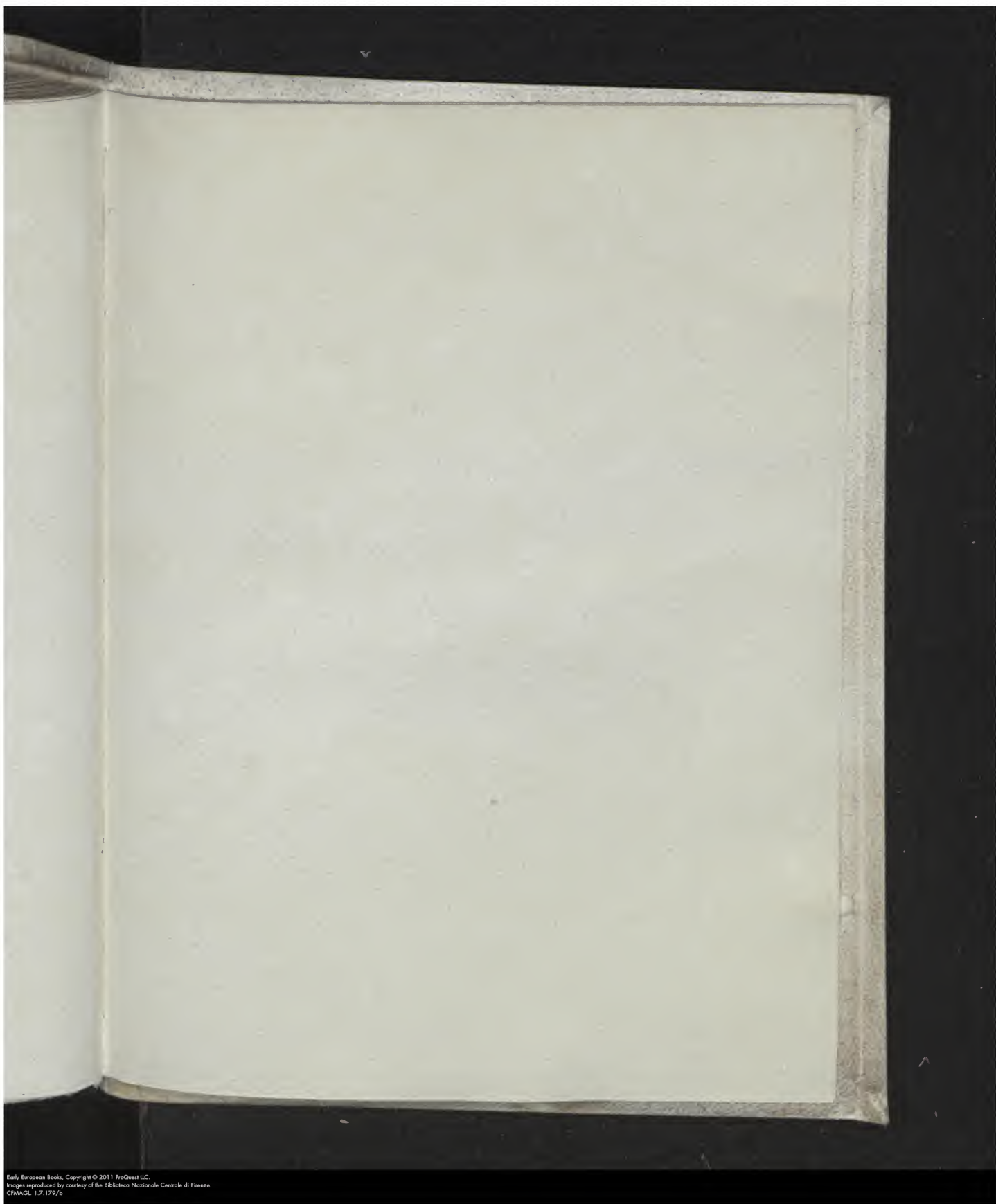
mi/
is é
bus
r a/
qua
ba=

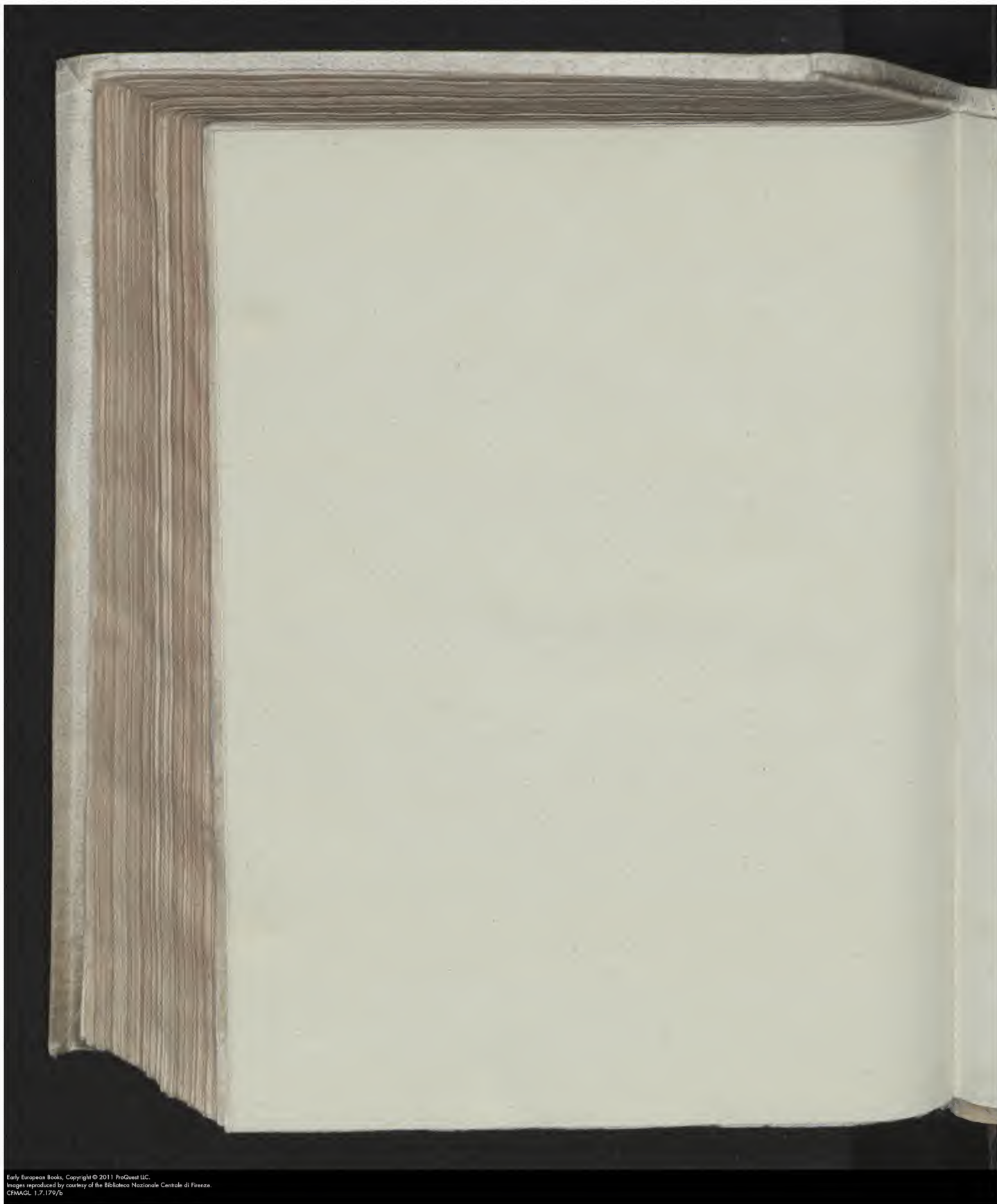
m é
rare
itur
ati/

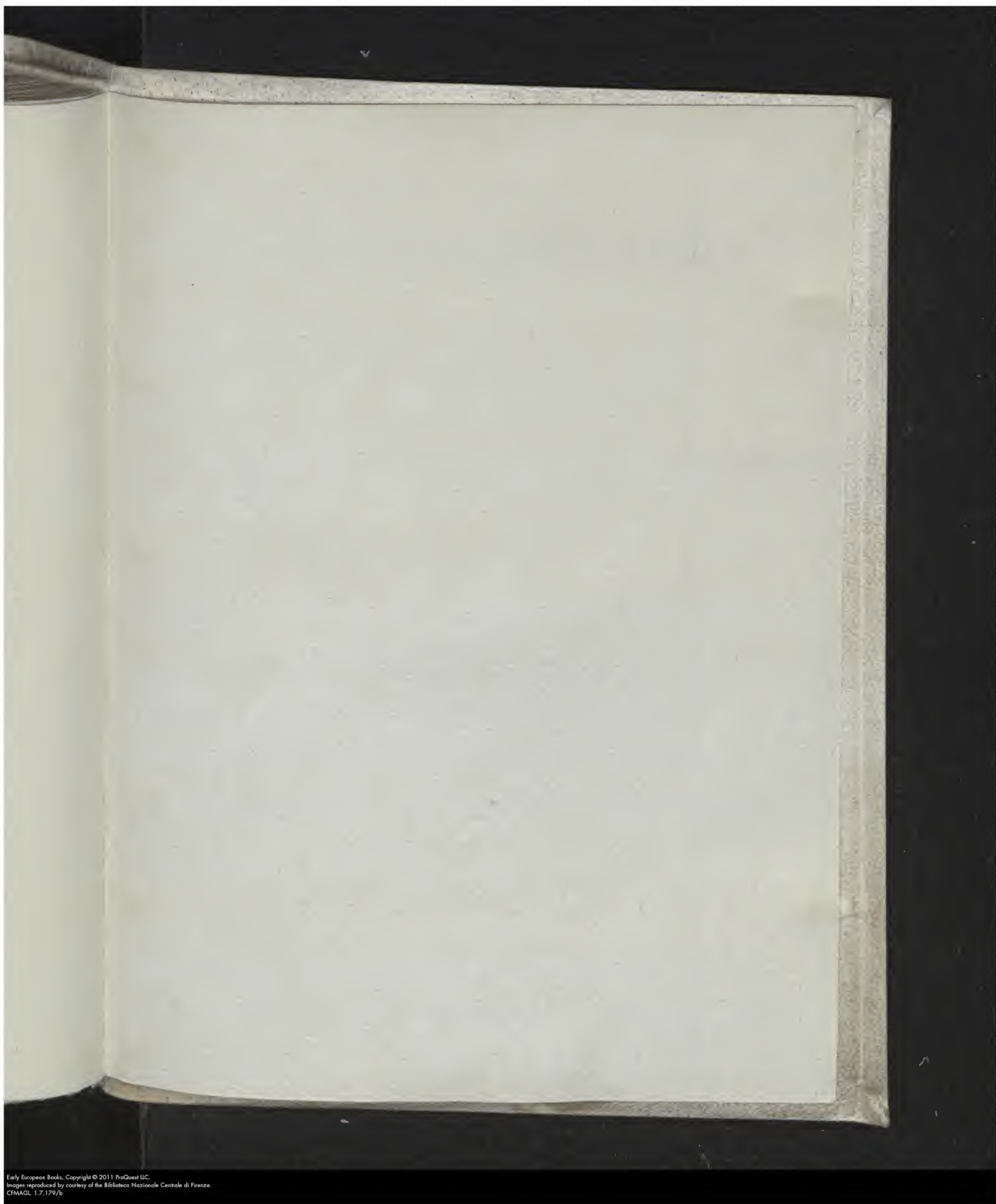












005644654
005644655

